

# Kapitel 2

## Beschreibung der Zählverfahren

Im Folgenden werden die wichtigsten Zählverfahren beschrieben und bewertet, die im Fachgebiet Betriebsfestigkeit verwendet werden. Empfehlungen zur Anwendung werden gegeben.

### 2.1 Grundlagen

Zur Erläuterung wird eine Beispiel-BZF verwendet, Abb. 2.1.

#### 2.1.1 Klassen

Voraussetzung für eine Zählung ist die Unterteilung des Messbereichs in Klassen gleicher Größe. Die Klassen sind fortlaufend in Richtung positiver Messgröße zu nummerieren. Für die Beispielzählungen werden acht Klassen gleicher Größe gewählt, Abb. 2.2. Werte, die auf einer Klassengrenze liegen, werden in der Regel zur darüber liegenden Klasse gezählt.<sup>1</sup>

Für die folgenden Beispiele wird die Nulllinie der Messgröße auf die 4. Klassengrenze, d. h. zwischen die Klassen 4 und 5, gelegt.

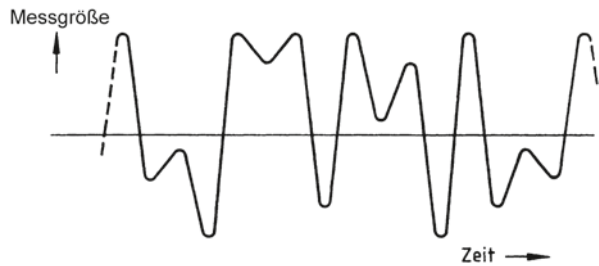
#### 2.1.2 Rückstellbreite und Klassenbreite

Bei allen Zählverfahren werden Schwingungen, die innerhalb einer Klasse auftreten, nicht erkannt und damit automatisch unterdrückt. Würde eine solche Schwingung mit kleiner Amplitude jedoch jeweils die anliegende Klassengrenze über-

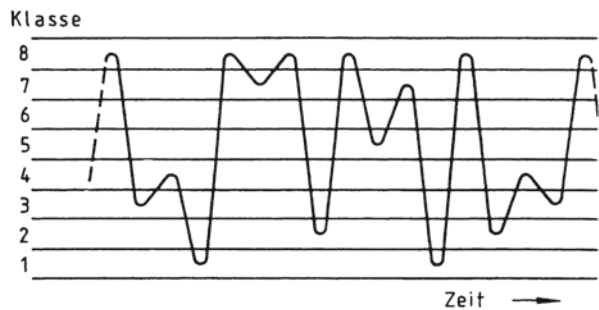
---

<sup>1</sup> Ergebnisse verschiedener Zählungen sind nur vergleichbar, wenn solche Vereinbarungen übereinstimmen.

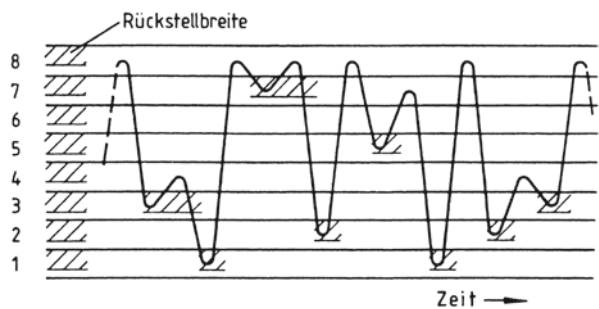
**Abb. 2.1** Beispiel-Beanspruchungszeitfunktion



**Abb. 2.2** Klasseneinteilung für Zählungen



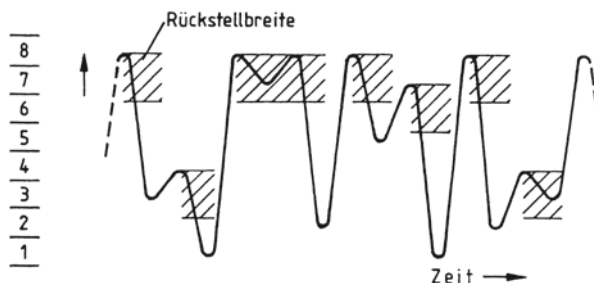
**Abb. 2.3** Rückstellbreite klassengrenzenorientiert



schreiten, so würde eine Zählung ausgelöst. Um diese Zufälligkeiten auszuschalten, aber vor allem auch um kleine Schwingungen, die nicht zu einer Schädigung führen und vielfach vom Rauschen oder Brummen der elektronischen Messkette stammen, von vornherein herauszufiltern, wird eine Rückstellbreite, auch Hysterese genannt, eingeführt.

Mit der Rückstellbreite wird erreicht, dass eine Zählung erst dann erfolgt, wenn eine Schwingung einen festgelegten Ausschlag überschreitet. Die Rückstellbreite kann klassengrenzenorientiert oder extremwertorientiert sein, Abb. 2.3 und 2.4. Bei Zählverfahren, die Überschreitungen von Klassengrenzen bewerten, ist auch die Rückstellbreite fest an die Klassengrenzen gebunden, Abb. 2.3. Wenn an einer Klassengrenze eine Zählung vorgenommen wird, kann die nächste Zählung erst stattfinden, wenn die BZF die Rückstellbreite entgegen der Zählrichtung unter- bzw. überschritten hat und dann wieder die Klassengrenze durchläuft.

**Abb. 2.4** Rückstellbreite extremwertorientiert



Bei Zählverfahren, die mit Bereichen arbeiten, kann sich die Rückstellbreite an den Extremwerten orientieren, d. h. eine erneute Zählung findet erst statt, wenn der zu zählende Bereich größer als die Rückstellbreite ist, Abb. 2.4.

Bei rechnergestützter Messdatenerfassung und -auswertung bedeutet es keine Schwierigkeit, eine feine Klasseneinteilung zu wählen. Dennoch sollte auf eine sinnvolle Festlegung von Messbereich und Klassenanzahl geachtet werden. Die Wahl des Messbereiches ist auf die zu erwartende maximale Beanspruchung abzustimmen. Bei der Einteilung des Messbereiches in Klassen sollte die zu erwartende Messgenauigkeit beachtet werden. Oft werden aus historischen Gründen 64 Klassen verwendet. In der Vergangenheit arbeiteten online-Klassierverfahren je nach Stand der Technik mit 8, 16, 32 oder einem Vielfachen an Klassen. In der hier verwendeten Beispiel-BZF werden der Übersichtlichkeit wegen nur acht Klassen verwendet. Zu beachten ist, dass die Klassenbreite in einem sinnvollen Verhältnis zur Messgenauigkeit liegen muss. Bei 128 Klassen beschreibt eine Klassenbreite weniger als 1 % des Messbereiches.

Die Rückstellbreite kann einfach auf eine oder mehrere Klassenbreiten festgelegt werden. Sie muss der BZF angepasst werden. Nach [Gude 99] wird eine Rückstellbreite von 2,5 % des Messbereiches oder kleiner empfohlen.

Die Behandlung von Zählverfahren in der Literatur ist nicht einheitlich. Einzelne Literaturstellen können deshalb von den hier wiedergegebenen Darstellungen abweichen.

Wichtige Arbeiten zu Zählverfahren sind:

Schijve 1963	[Schi 63]	Schütz 1992	[Schü 92]
Buxbaum 1966	[Buxb 66]	Murakami 1992	[Mura 92]
DIN 1969	[DIN 45667]	Seeger 1996	[Seeg 96]
Kowalewski 1969	[Kowa 69]	Rice 1997	[Rice 97]
Günther 1973	[Günt 73]	Gudehus 1999	[Gude 99]
TGL 1977	[TGL 77]	ASTM 2005	[ASTM 05]
De Jonge 1982	[Jong 82]	Lee 2005	[Lee 05]
Gaßner 1983	[Gaßn 83]	Haibach 2006	[Haib 06]
Potter 1989	[Pott 89]	Schijve 2009	[Schi 09]
Buxbaum 1992	[Buxb 92]		

## 2.2 Normen

Die im Nachfolgenden beschriebenen Zählverfahren zur Klassierung von Beanspruchungszeitfunktionen sind in Normen und technischen Regelwerken festgeschrieben. Zu nennen ist hier insbesondere der ASTM Standard E 1049-85 „Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis“. Er umfasst die Klassengrenzenüberschreitungszählung, Spitzenwertzählung, Bereichszählung, Bereichspaarzählung sowie die Rainflow-Zählung. Der französische AFNOR Standard A03-406 beschreibt einen Vierpunkt Algorithmus zur Rainflow-Zählung.

Nicht empfehlenswert ist die inzwischen veraltete [DIN 45667](#) aus dem Jahr 1969, bei der ein Bezug zur Betriebsfestigkeit fehlt, [[Buxb 92](#)].

## 2.3 Einparametrische Zählverfahren

Im Folgenden werden vier einparametrische Zählverfahren – Spitzenzählung, Klassengrenzenüberschreitungszählung, Bereichszählung und Bereichspaarzählung – beschrieben und bewertet.

### 2.3.1 Spitzenzählung SZ

#### 2.3.1.1 Beschreibung des Verfahrens

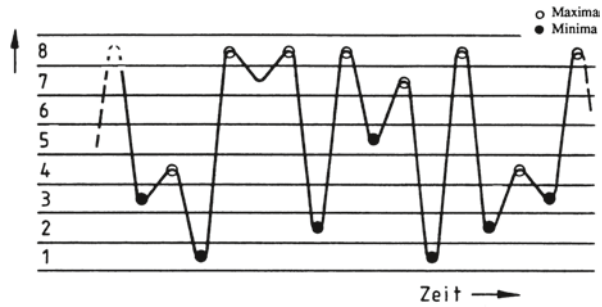
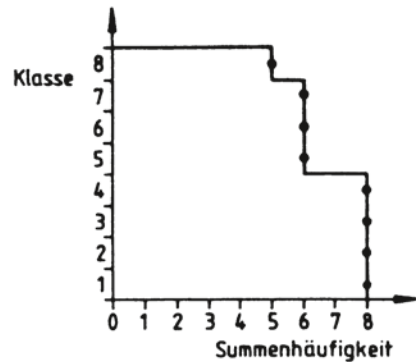
Die Spitzenzählung (*peak counting*) liefert die Häufigkeitsverteilung der Extremwerte (Umkehrpunkte) einer Beanspruchungszeitfunktion. Im Allgemeinen werden nur die Maxima gezählt. Das Kollektiv wird als Summenhäufigkeit aufgetragen.

#### 2.3.1.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Zählung beginnt bei einem beliebigen Extremwert des Messsignals. Die Maxima werden in den jeweiligen Klassen gezählt, Abb. 2.5. Das sich ergebende Beanspruchungskollektiv zeigt Abb. 2.6.

Es gibt drei weitere Varianten dieses Verfahrens:

- Variante I: Die Minima werden gezählt. Dann ändert sich das Zählergebnis gegenüber der Zählung der Maxima, Abb. 2.6.
- Variante II: Gezählt werden die positiven Spitzen oberhalb und die negativen unterhalb der Grundbeanspruchung (*peaks and troughs counting*). Die Zählung beginnt dann bei einem „Nulldurchgang“ der Beanspruchung (hier zwischen Klasse 4 und 5).
- Variante III: Gezählt werden nur Extremwerte zwischen Nulldurchgängen (*mean-crossing-peak-counting*), [[Schi 63](#)].

**Abb. 2.5** BZF Spitzenzählung**Abb. 2.6** Zählergebnis Spitzenzählung (nur Maxima)

Alle aufgeführten Varianten liefern für typische BZFn aus Betriebsmessungen verschiedene Ergebnisse.

### 2.3.1.3 Kommentar

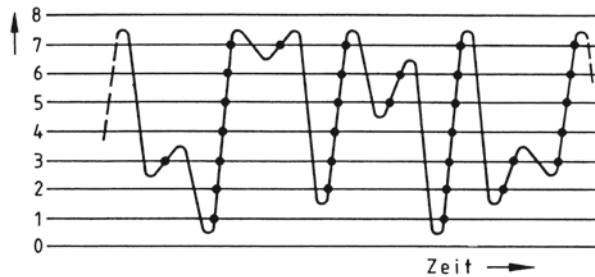
Die im Kollektiv dargestellten Schwingbreiten sind i.Allg. größer als die tatsächlich in der BZF auftretenden. Für Lebensdauerberechnungen wird dieses Zählverfahren nicht empfohlen. Die SZ ist wahrscheinlich das älteste und sicherlich das einfachste Zählverfahren, [Schi 63].

## 2.3.2 Klassengrenzenüberschreitungszählung KGÜZ

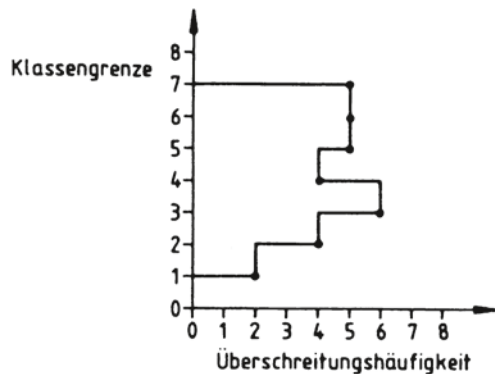
### 2.3.2.1 Beschreibung des Verfahrens

Die Zählung nach der Klassengrenzenüberschreitungszählung (*level crossing counting*) liefert als Ergebnis die Überschreitungshäufigkeit von Klassengrenzen. Dabei handelt es sich um Summenhäufigkeiten.

**Abb. 2.7** BZF Klassengrenzenüberschreitungszählung



**Abb. 2.8** Zählergebnis Klassengrenzenüberschreitungszählung



### 2.3.2.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Klassengrenze Null liegt unter dem niedrigsten Messwert, Abb. 2.7. Die Überschreitungen der Klassengrenzen werden an den positiven (aufsteigenden) Flanken der BZF gezählt, Abb. 2.8.

Variante I: Eine Zählung an negativen (abfallenden) Flanken ist ebenfalls möglich.

### 2.3.2.3 Kommentar

Die KGÜZ erfasst die Absolutwerte der Messgröße, jedoch geht die Information über Amplitude und Mittelwert der einzelnen Schwingung verloren. Das Verfahren ist deshalb besonders geeignet, um sich einen schnellen Überblick über die gemessenen Maxima und Minima zu verschaffen, nicht aber über die Größe der Amplituden.

Bei einem Unregelmäßigkeitsfaktor  $I < 1$  (nicht alle Schwingenspiele haben einen Mittellastdurchgang<sup>2</sup>) werden größere Schwingbreiten im Beanspruchungskollektiv ermittelt, als tatsächlich vorhanden sind, siehe Kapitel 4.1.

Die Überschreitungshäufigkeit entspricht nur dann der Summenhäufigkeit *H aller Schwingenspiele*, wenn mindestens eine Klassengrenze von allen Schwingenspielen überschritten wird. Dies ist bei der gewählten Beispiel-BZF nicht der Fall ( $H=6$  bei 8 Schwingenspielen, Abb. 2.8 und 2.12).

Die Anzahl der Spitzenwerte zweier benachbarter Klassen kann aus der Anzahl der Klassengrenzenüberschreitungen beider Klassengrenzen nicht abgeleitet werden [Schi 63].

In der Vergangenheit wurde die KGÜZ häufig für Lebensdauerabschätzungen verwendet. Dieses Verfahren ist abhängig von der Art der BZF härter als andere Verfahren, z. B. die Bereichspaarzählung. Nach heutigem Kenntnisstand ist die KGÜZ für Lebensdauerabschätzungen ungeeignet. Vergleicht man rechnerisch und experimentell ermittelte Lebensdauern für realistische BZFn, so tritt bei Verwendung von Kollektiven der Klassengrenzenüberschreitungszählung eine signifikant größere Streuung auf als zum Beispiel bei der Verwendung von Kollektiven der Bereichspaarzählung, [Euli 94], siehe Kapitel 9.3.

Für BZFn mit veränderlichen Mittellasten, z. B. unterschiedlichen Beladungszuständen, können jeweils Kollektive für die einzelnen Mittellasten, d. h. Teilkollektive, erstellt werden [Lipp 67], [Schü 76], [Fisc 80], [Gude 99].

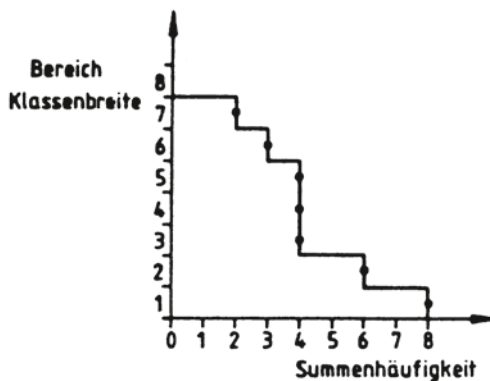
Bei BZFn kann man reguläre und irreguläre Extremwerte (Umkehrpunkte) unterscheiden. Reguläre Extremwerte treten auf bei Maxima im positiven Bereich und bei Minima im negativen Bereich. Irreguläre Extremwerte treten auf bei Maxima im negativen Bereich und bei Minima im positiven Bereich. In [Euli 06] wird gezeigt, dass jeder irreguläre Extremwert einen regulären Extremwert in der gleichen Klasse „löscht“. Je niedriger der Unregelmäßigkeitsfaktor einer BZF ist, desto mehr reguläre Extremwerte werden gelöscht. Die KGÜZ schätzt damit BZFn mit niedrigem Unregelmäßigkeitsfaktor hinsichtlich der Schädigung nicht konservativ ein.

Kollektive der KGÜZ sind sehr anschaulich, weil sie sowohl die Absolutwerte der Extremwerte als deren Häufigkeitsverteilung aufzeigen. Sie eignen sich insbesondere für einen Kollektivvergleich (z. B. verschiedene Fahrstrecken, verschiedene Fahrer, verschiedene Zuladung usw.) sowie zur Kontrolle der Betriebsmessung (Sind die gemessenen Maxima und Minima realistisch? Könnte eine Nullpunktsdrift vorliegen?).

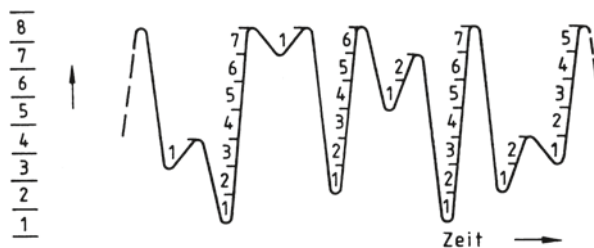
---

<sup>2</sup> Ist die Mittellast gleich Null, wird oft von Nulldurchgängen gesprochen.

**Abb. 2.9** Zählergebnis  
Bereichszählung



**Abb. 2.10** BZF  
Bereichszählung



### 2.3.3 Bereichszählung BZ

#### 2.3.3.1 Beschreibung des Verfahrens

Als Bereiche werden die Differenzen von zwei aufeinanderfolgenden Extremwerten (Umkehrpunkten) des Signals gezählt. Das Zählergebnis der Bereichszählung (*range counting*), auch Spannenverfahren bzw. Schwingbreitenzählung genannt, wird als Summenhäufigkeit dargestellt, Abb. 2.9.

#### 2.3.3.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Zählung erfolgt an den positiven Flanken, Abb. 2.10. Die Größe des Bereiches wird in Klassenbreiten gemessen. Da die Bereichsgröße vom vorhergehenden Extremwert (hier: Minimum) bestimmt wird, entstehen variable Klassengrenzen.

Variante I: Auch eine Zählung an den negativen Flanken ist möglich.

#### 2.3.3.3 Kommentar

Die BZ führt zu unterschiedlichen Ergebnissen je nachdem ob positive oder negative Flanken gezählt werden. Die Höhe der Extremwerte geht verloren.



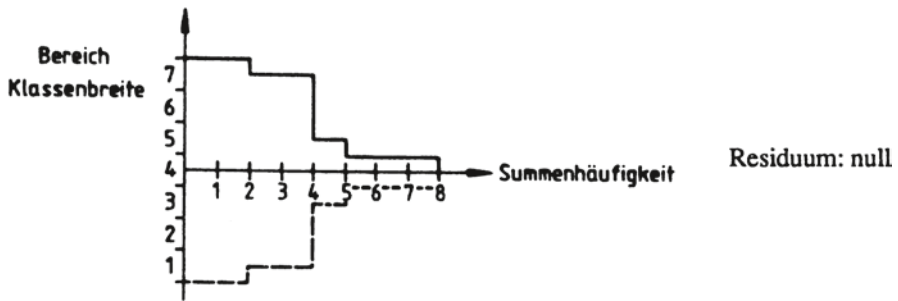


Abb. 2.11 Zählergebnis Bereichspaarzählung

Die BZ ergibt ein zu schmales Beanspruchungskollektiv, da alle Bereiche auf ein fiktives Niveau bezogen werden. Das Verfahren wird nicht empfohlen, weder für einen Kollektivvergleich noch für eine Lebensdauerabschätzung.

### 2.3.4 Bereichspaarzählung BPZ

#### 2.3.4.1 Beschreibung des Verfahrens

Mit der Bereichspaarzählung (*range pair counting*) wird die Häufigkeit von Schwingbreiten ermittelt. Ein Bereichspaar besteht aus einer positiven und einer negativen Flanke gleicher Größe und Mittelspannung. Die zueinander passenden Flanken können je nach dem Verlauf der BZF direkt nacheinander oder auch in größeren Abständen auftreten. Damit handelt es sich um eine nichtsequentielle Zählung. Das Zählergebnis wird als Summenhäufigkeitskurve dargestellt, Abb. 2.11.

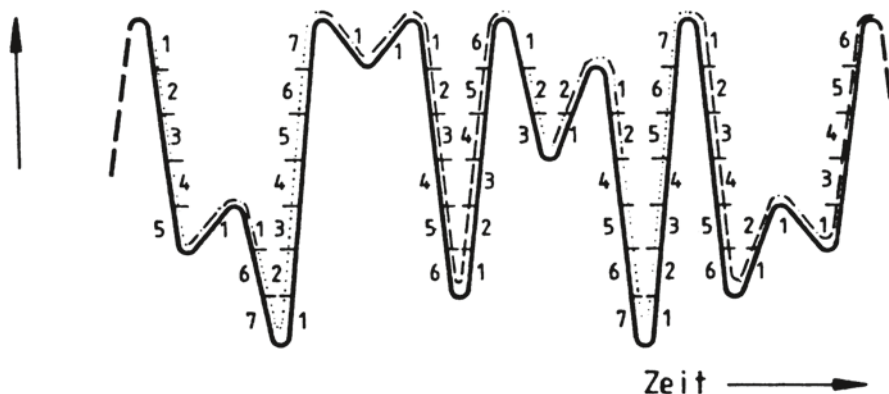
#### 2.3.4.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Die Zählung beginnt bei einem beliebigen Minimum oder Maximum des Signals. Die folgende an- bzw. absteigende Flanke des Signals wird in Klassen unterteilt und durchnummeriert. Das nächste Maximum bzw. Minimum ist der neue Zählnullpunkt. Bereiche gleicher Größe und Mittelspannung auf der positiven und negativen Flanke werden zu einem Bereichspaar zusammengefasst, Abb. 2.12.

Wenn ein Bereichspaar nicht sofort geschlossen werden kann, wird die eine Flanke „gespeichert“, bis die passende Gegenflanke auftritt. Bereiche, die nicht zu Bereichsparen zusammengefasst werden, bilden das Residuum.

#### 2.3.4.3 Kommentar

Das Kollektiv nach der BPZ wird häufig zur Lebensdauerabschätzung verwendet, da die BPZ die Amplituden und deren Häufigkeit als wichtigste Schädigungsgröße



**Abb. 2.12** BZF Bereichspaarzählung

richtig erfasst. Da ausschließlich Schwingbreiten gezählt werden, geht jedoch der Absolutwert der Signale (Maximum, Minimum, Mittelwert) verloren.

Wie später gezeigt wird, unterscheidet sich die BPZ von der Rainflow-Zählung dadurch, dass bei letzterer ein zusätzlicher Parameter, der Mittelwert des Schwingspiels (bzw. das Maximum + Minimum), gezählt wird.

Zur Lebensdauerberechnung wird die Rainflow-Matrix oft in ein BPZ-Kollektiv transformiert, wobei es zwei Möglichkeiten gibt:

- Vernachlässigung der Mittelspannungen, vergl. Kap. 3 „Ableitung von Kollektiven aus Matrizen“
- Durchführung einer Amplitudentransformation zur Bewertung des Einflusses von Mittelspannungen [Haib 06], vergl. Kap. 9.1.

Die Vernachlässigung der Mittelspannung kann bei BZFn mit großen Mittellaständerungen zu Fehlinterpretationen führen.

#### 2.3.4.4 Hinweis

Die BPZ wird fehlerhaft angewendet, wenn Schwingbreiten (Flanken) mit unterschiedlichen Mittelspannungen zusammengefügt werden.

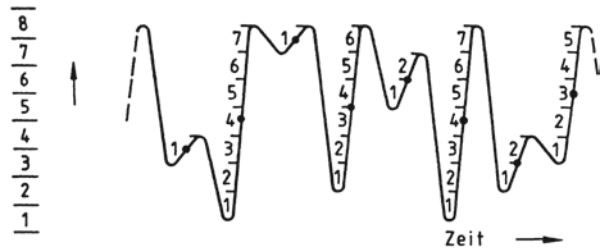
#### 2.3.4.5 Entwicklung

B.J. Lambie [Lamb 55]

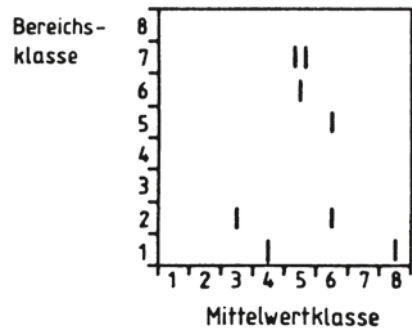
### 2.4 Zweiparametrische Zählverfahren

Im Folgenden werden vier zweiparametrische Zählverfahren – Bereichs-Mittelwertzählung, Von-Bis-Zählung, Bereichspaar-Mittelwertzählung und Rainflow-Zählung – beschrieben und bewertet.

**Abb. 2.13** BZF Bereichs-Mittelwert-Zählung



**Abb. 2.14** Zählergebnis  
Bereichs-Mittelwert-Zählung



### 2.4.1 Bereichs-Mittelwert-Zählung BMZ

#### 2.4.1.1 Beschreibung des Verfahrens

In Erweiterung der einparametrischen Bereichszählung BZ wird der jeweilige Mittelwert bei der Bereichs-Mittelwert-Zählung (*range mean counting*) mitgezählt, Abb. 2.13. Das Zählergebnis ist eine Häufigkeitsmatrix für Bereiche und Mittelwerte, Abb. 2.14. Diese Häufigkeitsmatrix kann in die Form „Startklasse – Zielklasse“ transformiert werden (s. Übergangsmatrix).

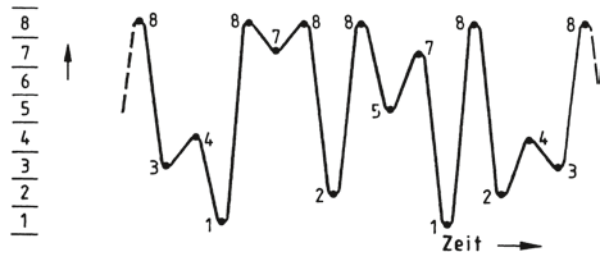
#### 2.4.1.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Der Zählalgorithmus ist identisch zur Bereichszählung, zusätzlich wird die Mittel-  
last zu jedem Bereich aufgezeichnet.

### 2.4.1.3 Kommentar

Die BMZ ist nicht mehr gebräuchlich.

**Abb. 2.15** BZF  
Übergangsmatrix



#### 2.4.1.4 Entwicklung

A. Teichmann [Teic 41]

### 2.4.2 Von-Bis-Zählung VBZ

Die Von-Bis-Zählung (*transition counting*) wird auch Zählen in eine Übergangsmatrix ÜM, auch Von-Bis-Matrix, Transitionsmatrix, Korrelationsmatrix oder Markov-Matrix genannt.<sup>3</sup>

#### 2.4.2.1 Beschreibung des Verfahrens

Die positiven und negativen Flanken werden in ihrer Aufeinanderfolge, Abb. 2.15, in einer Matrix abgelegt.

#### 2.4.2.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

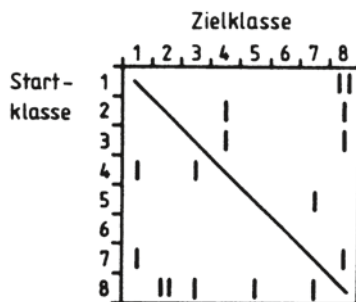
Von einem Extremwert aus wird die Zählung begonnen. Für die zu zählende Flanke werden der Startwert und Zielwert ermittelt und in die entsprechende Klasse der Ergebnismatrix eingetragen. Ansteigende (positive) Flanken finden sich dabei oberhalb der Diagonalen, absteigende unterhalb. Die Diagonale ist definitionsgemäß nicht besetzt, Abb. 2.16.

#### 2.4.2.3 Kommentar

Die Übergangsmatrix zeigt bei etwas Erfahrung in übersichtlicher Weise wesentliche Inhalte der BZF. Die kleinsten Flanken (Halbschwingenspiele) liegen an der Diagonalen, die größten sind senkrecht zur Diagonalen am weitesten entfernt. Mittel-

<sup>3</sup> Eine Markov-Matrix ist die ÜM einer Markov'schen Folge von Umkehrpunkten. ÜMn sind aus der Stochastik für die Darstellung der Übergangswahrscheinlichkeiten Markov'scher Ketten bekannt.

**Abb. 2.16** Zählergebnis  
Übergangsmatrix



wertänderungen führen zu einer Verschiebung in Richtung der Diagonale. Die Unregelmäßigkeit einer BZF wird unmittelbar sichtbar, vgl. ÜM für  $I=0,99$  und  $I=0,7$  in Kap. 4 „Vergleich der Zählverfahren für Beispiel-BZFn“, siehe auch Kap. 4.1.

Die Von-Bis-Zählung in eine ÜM hatte bei ihrer Erstveröffentlichung große Erwartungen geweckt, da sie sehr einfach und transparent ist. Die Tatsache, dass die Von-Bis-Zählung als sequentielles Zählverfahren nicht in der Lage ist, bei überlagerten Schwingungen eine langsamere Grundschiwingung zu erkennen, hat sich für die Lebensdauerabschätzung als deutlicher Nachteil erwiesen. Für eine überlagerte Sinus-Sinusschwingung wird dies im Kap. 4.4 im Vergleich mit der RFZ gezeigt, vgl. Abb. 4.8 und 4.9. Die Amplitude des nicht gezählten Schwingspiels 1-8-1 ist wesentlich größer als die der gezählten Schwingspiele. Die Von-Bis-Zählung wird deshalb nicht mehr zur Lebensdauerabschätzung empfohlen.

Die einparametrischen Zählergebnisse, ausgenommen die für die BPZ, können der ÜM entnommen werden, ebenso der Unregelmäßigkeitsfaktor.

#### 2.4.2.4 Entwicklung

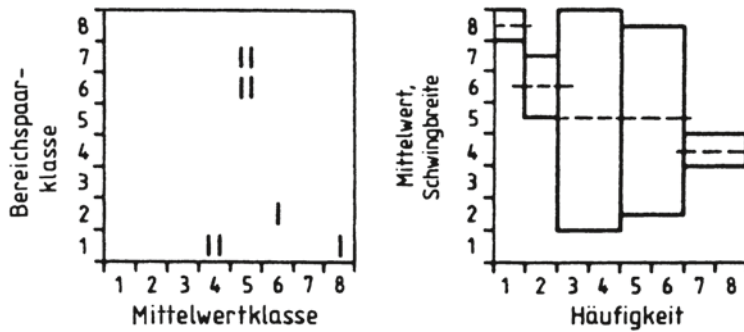
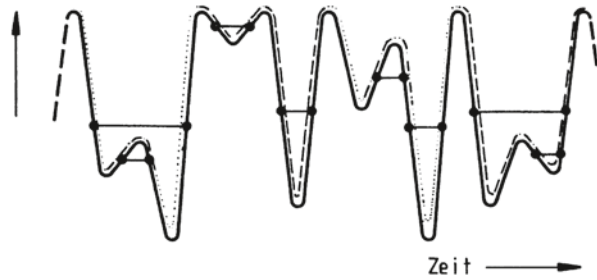
Aicher	[Aich 73]	Günther	[Günt 73]
Fischer	[Fisc 74]	Hück	[Hück 76]
Krüger	[Krüg 85-1], [Krüg 85-2]		

### 2.4.3 Bereichspaar-Mittelwert-Zählung BPMZ

#### 2.4.3.1 Beschreibung des Verfahrens

Die Bereichspaar-Mittelwert-Zählung (*range pair mean counting or range pair range counting*) entspricht der Bereichspaarzählung, jedoch wird der Mittelwert mit registriert. Die positiven und negativen Flanken gleicher Größe werden als Bereichspaar und damit als Schwingspiel gezählt. Diese beiden Flanken besitzen den gleichen Mittelwert, Abb. 2.17. Das Zählergebnis wird in einer Matrix abgelegt, in der die Anzahl der Bereichspaare und die Klasse, in die die Mittelwerte fallen, auf-

**Abb. 2.17** BZF Bereichs-  
paar-Mittelwert-Zählung



**Abb. 2.18** Zählergebnis Bereichs-paar-Mittelwert-Zählung, Matrix und Häufigkeitsverteilung

getragen werden. Es kann auch als Summenhäufigkeitskurve, jeweils getrennt für die einzelnen Mittellasten, dargestellt werden, Abb. 2.18. Ohne Berücksichtigung der Mittellast ergibt sich das gleiche Zählergebnis wie für die Bereichspaarzählung. In der Häufigkeitsverteilung sind die Schwingbreiten in der Reihenfolge abnehmender Mittelwerte aufgetragen, vergleiche Abb. 2.18.

### 2.4.3.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Der Zählalgorithmus entspricht dem der Bereichspaarzählung, wobei zusätzlich die Mittellast zu jedem Bereich aufgezeichnet wird.

### 2.4.3.3 Kommentar

Die BPMZ kann für eine Lebensdauerabschätzung verwendet werden. Sie führt zu gleichen Zählergebnissen wie die Rainflow-Zählung RFZ [Jong 82], bzw. zu nahezu identischen [Clor 85]. Es kann davon ausgegangen werden, dass beide Zählverfahren unabhängig voneinander entstanden sind. Der Name „range pair range“ wurde von van Dijk eingeführt.

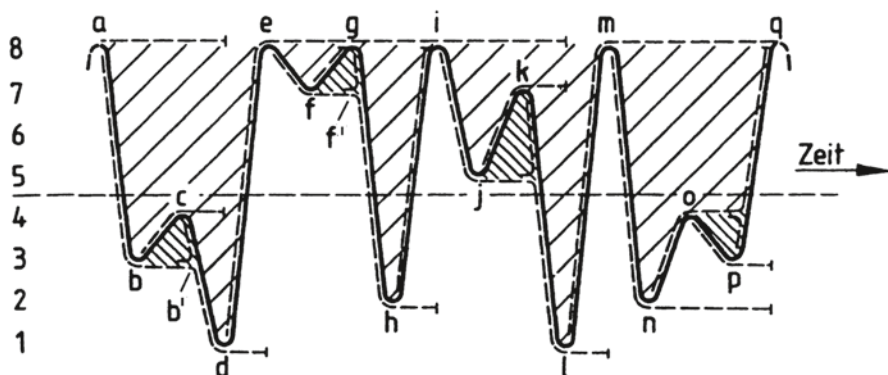


Abb. 2.19 BZF-Rainflow

#### 2.4.3.4 Entwicklung

Die BPMZ wurde von de Jonge auf einem AGARD-Meeting 1969 vorgestellt.

De Jonge	[Jong 69]	De Jonge	[Jong 70]
Dijk van	[Dijk 72]	De Jonge	[Jong 82]
Clormann	[Clor 85]		

### 2.4.4 Rainflow-Zählung RFZ

#### 2.4.4.1 Beschreibung des Verfahrens

Die Extrema werden bei der Rainflow-Zählung (*rain flow counting*) nicht sequentiell wie bei der Übergangsmatrix gezählt, vielmehr ist der Algorithmus so gewählt, dass jeweils geschlossene Hysteresen erfasst werden. Nichtgeschlossene Hysteresen werden als Residuum abgelegt. RF-Zählergebnisse werden in Matrizen eingetragen.

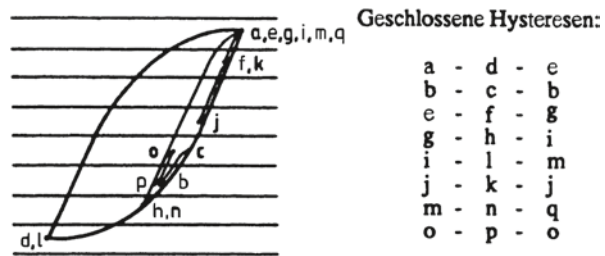
#### 2.4.4.2 Beschreibung des Zählalgorithmus

Für die Rainflow-Zählung existieren verschiedene Algorithmen. Die ursprünglich gewählte Form des „Regenfließens“ ist in Abb. 2.19 dargestellt [Mats 68], wobei man sich die Zeitachse um 90° im Uhrzeigersinn gedreht vorzustellen hat. Über die Flanken fließt Regen, der von einem Dach zum nächsten tropft. Es gelten folgende Bedingungen:

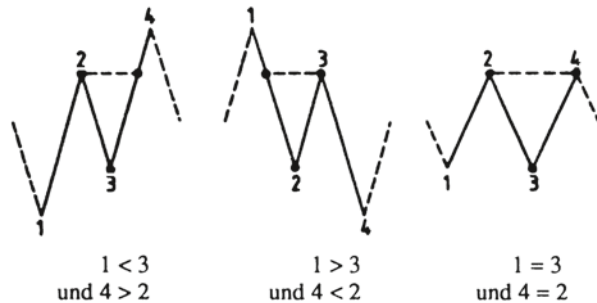
Der Regen fällt von Umkehrpunkten (links und rechts der vertikalen Zeitachse) nach unten, z. B. von b auf die Gerade c-d oder von f auf die Gerade g-h. Halbzyklen werden gezählt, wenn das Wasser abwärts fließt und einen neuen Umkehrpunkt erreicht (z. B. Schwingbreite a-b, b-c bzw. f-g) oder wenn das Wasser den Auftreffpunkt des Wassers erreicht, das von einem darüber liegenden Umkehrpunkt fällt (beispielhaft dargestellt für Schwingbreite c-b' und g-f').

Vollzyklen werden aus zwei Halbzyklen derselben Schwingbreite und derselben Lage (Maximum, Minimum) gebildet, z. B. die schraffierten Flächen a-d-e, b-c-b', f-g-f', e-h-i.

**Abb. 2.20** Geschlossene Hysteresen für die Beispiel-BZF



**Abb. 2.21** Logik des Vierpunktalgorithmus zur Erkennung geschlossener Hysteresen



Leider verdeckt diese Beschreibung die Tatsache, dass der Erfolg des Rainflow-Zählverfahrens in der werkstoffmechanischen Analogie begründet ist. Zur besseren Veranschaulichung eignet sich die Betrachtung des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs nach dem Örtlichen Konzept [Berg 85]. Wie Abb. 2.20 zeigt, ergeben sich für die Beispiel-BZF stehende Spannungs-Dehnungs-Hysteresen (Gegensatz: hängende), die innerhalb der durch die maximalen Extremwerte gebildeten Hysteresen liegen.

Zur Erkennung geschlossener Hysteresen wurden in der Vergangenheit verschiedene Algorithmen vorgeschlagen, [Lang 82], [Down 82], [Böhm 82], [Heul 84], [Clor 85], [Glin 87], [Perr 87]. In der Regel wird dabei zwischen so genannten Drei- und Vier-Punkt-Algorithmen unterschieden. Das heißt, es werden jeweils drei bzw. vier aufeinander folgende Extremwerte bezüglich der Bildung geschlossener Hysteresen untersucht, Abb. 2.21.

Die verschiedenen Algorithmen unterscheiden sich in der Behandlung von Residuen. Ein weiterer Unterschied liegt darin, wie Anfangs- und Endzustände des Zeitsignals bewertet werden und wie die Reihenfolge der Extrema das Zählergebnis beeinflusst. Weitere Unterschiede ergeben sich daraus, ob die Algorithmen die Lage des vor der Zählung auftretenden Extremwertes festlegen oder offenlassen. Das bedeutet, dass Umkehrpunkte verschiedenen Zyklen zugeordnet werden könnten. Vierpunkt-Algorithmen sind Dreipunkt-Algorithmen vorzuziehen. Eine Bewertung von Algorithmen ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Letztlich ist auch die Frage der Umsetzbarkeit in den Programm-Code z. B. für die Echtzeitverarbeitung bei der Online-Klassierung ein Unterscheidungskriterium.



**Abb. 2.22** FORTRAN-  
Programm des Hysteresis  
Counting Method (HCM)  
Algorithmus [Clor 85]

```

PROGRAM HCM
PARAMETER (UK=-3,OK=3)
INTEGER RES(OK-UK+1)
INTEGER HYMAT(UK:OK,UK:OK)

IR = 1
IZ = 0

1 READ(10,*,END=3) K

2 IF (IZ.GT.IR) THEN
  I = RES(IZ-1)
  J = RES(IZ)
  IF ((K-J)*(J-1).GE.0) THEN
    IZ = IZ-1
    GOTO 2
  ELSE IF (ABS(K-J).GE.ABS(J-1)) THEN
    HYMAT(J,I) = HYMAT(J,I)+1
    IZ = IZ-2
    GOTO 2
  END IF
ELSE IF (IZ.EQ.IR) THEN
  J = RES(IZ)
  IF ((K-J)*J.GE.0) THEN
    IZ = IZ-1
    GOTO 2
  ELSE IF (ABS(K).GT.ABS(J)) THEN
    IR = IR+1
  END IF
END IF
IZ = IZ+1
RES(IZ) = K
GOTO 1

3 WRITE(11,*) 'Residuum:'
WRITE(11,'(1X,33I4)') (RES(I),I=1,IZ)
WRITE(11,*) 'Hysteresisschleifenmatrix:'
DO 4 I=UK,OK
  WRITE(11,'(1X,33I4)') (HYMAT(I,J),J=UK,OK)
4 CONTINUE
STOP
END

```

Clormann und Seeger beschreiben einen Algorithmus, der die wesentlichen Mechanismen des elastisch-plastischen Werkstoffverhaltens (Masing- und Memory-Verhalten) berücksichtigt [Clor 85]. Abb. 2.22 gibt den Quelltext des FORTRAN-Programms für den Clormann-Seeger-Algorithmus wieder.

#### 2.4.4.3 Einschränkung

Aufgrund der genannten Einflüsse kann es mit den verschiedenen Algorithmen zu Zählergebnissen kommen, die von dem in Abb. 2.20 gezeigten Ergebnis abweichen.

#### 2.4.4.4 Kommentar

Das Rainflow Zählergebnis kann auf verschiedene Weise in Matrizen abgelegt werden, Abb. 2.23:



Abb. 2.23 Zählergebnis Rainflow, drei verschiedene Matrizendarstellungen

- Vollmatrix, in der die Zyklen mit ihren Maxima und Minima der Auftretensrichtung entsprechend eingetragen werden
- Halbmatrix, die Zyklen werden mit ihren Maxima und Minima angegeben. Die Information, in welcher Richtung der Zyklus durchlaufen wurde, geht verloren und damit, ob es sich um stehende oder hängende Hysteresen handelt
- Vollmatrix, in der die Zyklen mit ihren Schwingbreiten und Mittelspannungen gespeichert werden. Diese Auftragsart entspricht der Bereichspaar-Mittelwert-Zählung. Ohne Mittelwerte entspricht dies dem Ergebnis der Bereichspaar-zählung.

Die Rainflow-Zählung bzw. die Bereichspaar-Mittelwert-Zählung wird heute als das Zählverfahren angesehen, mit dem der Schädigungsinhalt einer BZF am besten erfasst wird. Analog zum Örtlichen Konzept werden geschlossene Hysteresen betrachtet. Die von einer Hysterese eingeschlossene Fläche im Spannungs-Dehnungs-Diagramm kann als Energie interpretiert werden, die von einem Werkstoffelement während eines Schwingspiels aufgenommen wird. Energie ist notwendig für die plastische Verformung und für die Bildung neuer Oberflächen (Risse). Der Schädigungsprozess bei Ermüdung metallischer Werkstoffe kann mit Energieaufnahme in Verbindung gebracht werden.

Die Rainflow-Matrix ist geeignet, in einfacher Weise Manipulationen wie Amplitudenunterdrückung (Omission) oder das Abschneiden von hohen Beanspruchungen (Truncation) durchzuführen. Omission wird zum Beispiel dazu verwendet, nicht schädigende Schwingspiele kleiner Amplituden zu entfernen.

Durch die Ablage der Zyklen nach Schwingbreite und Mittelwert bietet die RFZ die Möglichkeit, bei der Lebensdauerberechnung den Einfluss der Mittelspannung auf die Schädigung zu berücksichtigen. Die so genannte Amplitudentransformation transformiert alle Zyklen einer Rainflow-Matrix in schädigungsäquivalente Zyklen gleicher Mittelspannung bzw. gleichen Spannungsverhältnisses [Haib 06]. Grundlage hierzu ist das Haigh-Diagramm.

Einparametrische Zählverfahren wie Bereichspaarzählung, Klassengrenzenüberschreitungszählung, Spitzenzählung und der Unregelmäßigkeitsfaktor können aus der RF-Matrix abgeleitet werden. Die Rainflow-Zählung ist nicht an das zyklische elastisch-plastische Werkstoffverhalten gebunden, sondern kann ebenso bei BZF<sub>n</sub> für Kräfte, Momente, Nennspannungen usw. verwendet werden.

Mit der Differenzierung in stehende und hängende Hysteresen kann eine Reihenfolgeinformation insofern erfasst werden, als für ein kleineres Zwischenspiel unterschieden wird, ob es vor oder nach Auftreten eines größeren Extremwertes auftritt [Berg 85].

Die hier verwendete Beispiel-BZF liefert nur geschlossene Zyklen. Bleiben Halbzyklen übrig, spricht man vom sog. Residuum, siehe auch Kap. 2.3.4. Das größtmögliche Residuum für eine beliebig lange BZF beträgt maximal eine auf- oder abklingende Folge von Halbzyklen. Bei kurzen BZF<sub>n</sub> kann es passieren, dass im Hinblick auf die Lebensdauer wichtige Beanspruchungen als Residuum abgelegt werden, wenn sich die Hysteresen nicht schließen. So besitzt z. B. eine gedämpfte Schwingung keine einzige geschlossene Hysterese, vgl. „Walzstichbeanspruchung“ Kap. 4.4. Unter Umständen, z. B. bei kurzen BZF<sub>n</sub>, muss das Residuum bei der Lebensdauerabschätzung berücksichtigt werden.

Bei BZF<sub>n</sub> mit einer großen Anzahl von Schwingungen (geschlossene Hysteresen), z. B.  $N > 100.000$ , kann das Residuum bei der Lebensdauerberechnung in der Regel vernachlässigt werden. Bei kurzen BZF<sub>n</sub> sollte versucht werden, den Schädigungsinhalt des Residuums abzuschätzen, z. B. indem man für eine Flanke den halben Schädigungsbetrag der vollen Hysterese annimmt bzw. die Zeitfolge ein zweites Mal zählt und so die Residuen auflöst. Bei der anschließenden Lebensdauerberechnung ist dies zu berücksichtigen.

#### 2.4.4.5 Entwicklung

Die Rainflow-Zählung wurde 1968 von Matsuishi und Endo in japanischer Sprache publiziert [Mats 68]. In der Literatur werden auch die Namen Pagodendach- und Regenfluss-Verfahren verwendet. 1972 erschien das Verfahren in einer englischsprachigen Zeitschrift [Dowl 72]. Seither sind zahlreiche Veröffentlichungen erschienen, in denen vor allem neue RFZ-Algorithmen vorgeschlagen wurden, die zu wesentlichen Vereinfachungen geführt haben.

---

Matsuishi	[Mats 68]
Dowling	[Dowl 72]
Endo	[Endo 74]
Nowack	[Nowa 76]
De Jonge	[Jong 82]
Seeger	[Clor 85]
Krüger	[Krüg 85-1], [Krüg 85-2]
Perrett	[Perr 87]
Rychlik	[Rych 87]
Murakami	[Mura 92]
Beste	[Best 92]
Dressler	[Dres 93]
Amzallag	[Amza 94]
Schijve	[Schi 09]

---

## Literatur

- [Aich 73] Aicher, W.: Markov-Analyse und -Synthese einer Betriebsbelastung. Interner Bericht ISD TU Stuttgart (1973)
- [Amza 94] Amzallag, C., Gerey, J.P., Robert, J.I., Bahuau, J.: Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. *Int. J. Fatigue*. **16**, 287–293 (1994)
- [ASTM 05] ASTM Standard practices for cycle counting in fatigue analysis. ASTM Standard E 1049–1085 (2005)
- [Berg 85] Bergmann, J.W.: Interner Bericht B – TF – V 23/ Rainflow-Synthese. IABG, Otto-brunn (1985)
- [Best 92] Beste, A., et al.: (1992) A consequent continuation of professor tatsu endos work. In Murakami J. Murakami, (Hrsg.), *The Rainflow Method in Fatigue*, Oxford (1992)
- [Böhm 82] Böhme, K.H.: Auswertung von regellosen Zeitfunktionen nach geschlossenen Hystereseschleifen („Rain-Flow“) mittels Prozessrechners. *IfL-Mitt.* **21**(1), 9–14 (1982)
- [Buxb 66] Buxbaum, O.: Statistische Zählverfahren als Bindeglied zwischen Beanspruchungs-messung und Betriebsfestigkeitsversuch. LBF-Bericht Nr. TB – 65 (1966)
- [Buxb 92] Buxbaum, O.: Betriebsfestigkeit – Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwing-bruchgefährdeter Bauteile. *Stahleisen*, Düsseldorf (1992)
- [Clor 85] Clormann, U.H., Seeger, T.: Rainflow-HCM: Ein Hysteresis-Schleifen-Zählalgo-rithmus auf werkstoffmechanischer Grundlage. FF-22, Fachgebiet Werkstoffme-chanik, TH Darmstadt (1985)
- [Dijk 72] Dijk, van G.M.: Statistical load data processing. In: *Advanced approaches to fatigue evaluation*, NASA SP **309**, 565–598 (1972)
- [DIN 69] DIN 45667 Klassierverfahren für das Erfassen regelloser Schwingungen. (1969)
- [Dowl 72] Dowling, M.E.: Fatigue failure predictions for complicated stress-strain-histories. *J. of Mats.* **7** (JMLSA). **7**, 71–87 (1972)
- [Down 82] Downing, S.D., Socie, D.F. Simple rainflow counting algorithms. *Int. J. Fatigue*. **4**(1), 31–40 (1982)
- [Dres 93] Dressler, W., Krüger, W., Beste, A. Rainflow – das Werkzeug für den Lebensdauer-nachweis von Fahrzeugen. DVM-Bericht, Tagung AK Betriebsfestigkeit (1993)
- [Endo 74] Endo, T., et al.: Damage evaluation of metals for random or varying loading. *Mech. Behavior of materials*, Proc. of the 1974 Symp. Soc. of Mat. Science Japan, 372–380 (1974)
- [Euli 94] Eulitz, K.G., Döcke, H., Kotte, K.H., Esderts, A., Zenner, H.: Verbesserung der Lebensdauerabschätzung durch systematische Aufarbeitung und Auswertung vor-liegender Versuchsreihen. FKM Forschungsheft „Lebensdauervorhersage I“ Heft 189 (1994)
- [Euli 06] Eulitz, K.G., Kotte, K.L.: Betriebsfestigkeit. 1. bis 3. Studienbrief, TU Dresden, Fakultät Maschinenwesen, AG Fernstudium, Ausgabe 2006 und 2008 (2006)
- [Fisc 74] Fischer, R.: Generierung von stationären Gauß’schen Zufallsprozessen mit vor-gegebenen statistischen Kennwerten. In: *Einsatz von Digitalrechnern für Aufgaben der Betriebsfestigkeitsforschung*. Hrsg. von Buxbaum O, Haibach E, LBF-Bericht Nr. TB-117 (1974)
- [Fisc 80] Fischer, W., Eisbrecher, H.D., Laumann, W., Kuitsch, W.: Ermittlung und Auswer-tung von Lastkollektiven. FVA-Bericht Heft 83 (1980)
- [Gaßn 83] Gaßner, E.: Vademecum der Betriebsfestigkeit. Teil 1, B, S. 39–47 (1983)
- [Glin 87] Glinka, G., Kam, J.C.P.: Rainflow counting algorithm for very long stress histories. *Int. J. Fatigue*. S. 223–228 (1987)
- [Günt 73] Günther, W.: (Hrsg.) *Schwingfestigkeit*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoff-industrie (1973)
- [Gude 99] Gudehus, H., Zenner, H.: Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung. 4. Aufl., *Stahleisen*, Düsseldorf (1999)

- [Haib 06] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. 3. Aufl., Springer, Berlin (2006)
- [Heul 84] Heuler, P., Seeger, T.: Zählprogramm für Lastfolgen nach der Rainflow-Methode. Bereich FF-7, Fachgebiet Werkstoffmechanik TH Darmstadt (1984)
- [Hück 76] Hück, M., Schütz, W., Fischer, R., Köbler, HG: A standard random load sequence of gaussian type recommended for general application in fatigue testing. Its mathematical background and digital generation, Paper 42nd AGARD-meeting, Ottawa (1976)
- [Jong 69] Jonge, de J.B.: NLR Report. TR 69063 69063 U (1969)
- [Jong 70] Jonge, de J.B.: NLR Report. TR 70010 (1970)
- [Jong 82] Jonge, de J.B.: The analysis of load time histories by means of counting methods. NLR MP 82039 U, ICAF Doc. 1309 (1982)
- [Kowa 69] Kowalewski, J.: Beschreibung regelloser Vorgänge. VDI Fortschrittsberichte, Reihe 5, Nr. 7 (1969)
- [Krüg 85-1] Krüger, W., Petersen, J.: Rekonstruktion von stochastischen Beanspruchungszeitverläufen aus extrapolierten Rainflow-Matrizen. VDI-Bericht 552: 319 ff., 9. GE-SA-Symposium, Berlin (1985)
- [Krüg 85-2] Krüger, W., Scheutzwow, M., Beste, A., Petersen, J.: Markov- und Rainflow-Rekonstruktionen stochastischer Beanspruchungszeitfunktionen. VDI Fortschrittsberichte Reihe 18 Nr. 22., VDI, Düsseldorf (1985)
- [Lamb 55] Lambie, B.J.: The strain range counter. Vickers Armstrongs Ltd VTO/M/416 (1955)
- [Lang 82] Lange, F., Pfeiffer, F.: Statistisches Verfahren zur Auswertung von Betriebsbeanspruchungen auf der Basis der Bewertung geschlossener Hystereseschleifen („Rain-Flow“). IfL -Mitt. 21, Heft 1 (1982)
- [Lee 05] Lee, Y.L., Pan, J., Hathaway, E.B., Barkey, M.E.: Fatigue testing and analysis. Elsevier (2005)
- [Lipp 67] Lipp, W., Svenson, O.: Beitrag zur vereinfachten Wiedergabe von Beanspruchungen mit veränderlichen Mittelwerten im Schwingfestigkeitsversuch. LBF-Bericht FB-74 (1967)
- [Mats 68] Matsuishi, M., Endo, T.: Fatigue of metals subjected to varying stress. Jap Soc Mech Engin, Fukuoka, Japan (1968)
- [Mura 92] Murakami, Y.: The rainflow method in fatigue. The tatsuo endo memorial volume, Butterworth Heinemann (1992)
- [Nowa 76] Nowack, H., Hanschmann, D., Conle, A.: Die Rainflow-Zählmethode, ein neueres Auswerteverfahren für Betriebsbeanspruchungen. IB 354–76/3 des Inst f Werkstoff-Forschung der DFVLR Köln (1976)
- [Perr 87] Perrett, B.H.E.: An evaluation of a method of reconstituting fatigue loading from rainflow counting. New materials and fatigue resistant aircraft design, Proc of the 14th ICAF Symposium, Warley (1987)
- [Pott 89] Potter, J.M., Watanabe, R.T.: Development of fatigue loading spectra. ASTM STP 1006 (1989)
- [Rice 97] Rice, C.R.: SAE fatigue design handbook. 3rd Ed AE-22, Society of Automotive Engineers, Warrendale (1997)
- [Rych 87] Rychlik, I.: A new definition of the rainflow cycle counting method. Int. J. Fatigue. 9(2), 119–121 (1987)
- [Schi 63] Schijve, J.: The analysis of random load-time histories with relation to fatigue tests and life calculations. In: Barrois, W., Ripley, E.L. (Hrsg.) Fatigue of Aircraft Structures, Hrsg W Barrois u EL Ripley, Pergamon Press, Oxford (1963)
- [Schi 09] Schijve, J.: Fatigue of Structures and Materials. Springer (2009)
- [Schü 76] Schütz, D.: Abschätzung der Lebensdauer mit Hilfe von Einstufen-Dimensionierungsunterlagen (Miner-Regel). Handbuch Struktur und Berechnung (1976)
- [Schü 92] Schütz, W.: The significance of service load data for fatigue life analysis. ICAF Doc No 1975 (1992)

- [Seeg 96] Seeger, T.: Grundlagen für Betriebsfestigkeitsnachweise. Stahlbau Handbuch, Bd. 1 Teil B, Stahlbau-Verlagsgesellschaft, Köln (1996)
- [Teic 41] Teichmann, A.: Grundsätzliches zum Betriebsfestigkeitsversuch. Jahrbuch der Deutschen Luftfahrtforschung, S. 1467–1471
- [TGL 77] TGL 33787 Schwingfestigkeit, Regellose Zeitfunktionen; Statistische Auswertung (1977)

Zählverfahren und Lastannahme in der  
Betriebsfestigkeit

Köhler, M.; Jenne, S.; Pötter, K.; Zenner, H.

2012, XV, 212 S. 136 Abb., 5 Abb. in Farbe., Hardcover

ISBN: 978-3-642-13163-9