

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Zusammenstellung von Sätzen über analytische Funktionen.

	Seite
§ 1. Begriff der analytischen Funktion einer komplexen Variablen	1
§ 2. Von den Integralen der analytischen Funktionen	4
§ 3. Erklärung analytischer Funktionen durch Potenzreihen	9
§ 4. Die Cauchysche Integralformel und die Cauchy-Taylorische Reihe.	14
§ 5. Die analytische Fortsetzung und die durch dieselbe veranlaßten Ergänzungen der anschaulichen Hilfsmittel.	19
§ 6. Das Feld F einer analytischen Funktion und die singulären Punkte derselben	24
§ 7. Von den durch analytische Funktionen vermittelten Abbildungen.	30
§ 8. Begriff des Residuums und Sätze über Residuen	36
§ 9. Die Reihe und der Satz von Laurent. Folgerungen über eindeutige Funktionen	39
§ 10. Die ganzen rationalen Funktionen und ihre inversen Funktionen.	44
§ 11. Die ganzen transzendenten Funktionen. Exponentialfunktion und Logarithmus	49
§ 12. Produktdarstellung der ganzen transzendenten Funktionen.	56
§ 13. Die rationalen Funktionen und ihre inversen Funktionen	61
§ 14. Die linearen Substitutionen und der Begriff der Kreisverwandtschaft.	66
§ 15. Die linearen Substitutionen zweiter Art und die indirekten Kreisverwandtschaften	73
§ 16. Allgemeine Angaben über algebraische Funktionen und Gebilde	76
§ 17. Der Grad des Zusammenhangs einer Riemannschen Fläche F_m	82
§ 18. Weiteres über algebraische Funktionen speziell bei $p=0$ und $p=1$. Grundproblem der Theorie der elliptischen Funktionen	90
§ 19. Lösung linearer homogener Differentialgleichungen zweiter Ordnung	97
§ 20. Ausführungen über die hypergeometrische Differentialgleichung	105

Erster Abschnitt.

Grundlagen der Theorie der elliptischen Funktionen erster Stufe.

Erstes Kapitel.

Die elliptischen Integrale und ihre zur ersten Stufe gehörenden Normalgestalten.

§ 1. Die Verzweigungsform, ihre Invarianten und ihre Normalgestalt erster Stufe	118
§ 2. Exkurs über lineare Substitutionen und deren Gruppen endlicher Ordnung	126
§ 3. Die linearen Transformationen der Verzweigungsform in sich	133
§ 4. Invarianz von J gegenüber beliebiger rationaler Transformation der Riemannschen Fläche F_2	137
§ 5. Allgemeine Bemerkungen über die elliptischen Integrale	140
§ 6. Die drei Gattungen der elliptischen Integrale und die Elementarintegrale	142

	Seite
§ 7. Die zur ersten Stufe gehörenden Normalgestalten der Integrale der drei Gattungen	152
§ 8. Die Perioden der elliptischen Integrale und die zwischen ihnen bestehenden Relationen	154
§ 9. Die transzendent normierten Integrale zweiter und dritter Gattung . .	162

Zweites Kapitel.

Das elliptische Integral erster Gattung und die durch dasselbe vermittelten Abbildungen.

§ 1. Das Feld F_∞ der Funktion $u(z)$ und seine Abbildung auf die u -Ebene bei Gebrauch spezieller Querschnitte	164
§ 2. Die Perioden ω_1, ω_2 und der Periodenquotient ω des reduzierten Querschnittsystems	175
§ 3. Übergang zu einem beliebigen Querschnittsysteme und lineare Transformation der Perioden	180
§ 4. Verhalten des Integrals erster Gattung bei eindeutigen Transformationen der Fläche F_2	188

Drittes Kapitel.

Die elliptischen Funktionen erster Stufe.

§ 1. Das Integral erster Gattung u als „uniformisierende“ Variable der Riemannschen Fläche F_2	194
§ 2. Der Körper der elliptischen Funktionen, die besonderen Funktionen $\wp(u), \wp'(u)$ und das Normalintegral $\xi(u)$	197
§ 3. Potenzreihen für die Funktionen $\wp(u), \wp'(u)$ und $\xi(u)$	199
§ 4. Darstellung der Elementarintegrale in u . Vorläufiges über die Additionstheoreme	201
§ 5. Darstellung aller elliptischen Funktionen des Körpers durch die Funktionen $\xi, \wp, \wp', \wp'', \dots$	204
§ 6. Die ganze transzendente Funktion $\mathfrak{G}(u; g_2, g_3)$	207
§ 7. Darstellung der elliptischen Funktionen durch die $\mathfrak{G}$ -Funktion	212
§ 8. Die elliptischen Funktionen der zweiten und dritten Art	217
§ 9. Anzahltheorem über elliptische Funktionen mit gegebenen Polen nebst Folgerungen	222

Viertes Kapitel.

Die eindeutigen doppelperiodischen Funktionen erster Stufe.

§ 1. Die Substitutionsgruppe $\Gamma^{(u)}$ der doppelperiodischen Funktionen . .	229
§ 2. Der Diskontinuitätsbereich der Substitutionsgruppe $\Gamma^{(u)}$	233
§ 3. Einführung eines sechseckigen Diskontinuitätsbereichs der $\Gamma^{(u)}$ und Erklärung eines reduzierten Periodenpaares	235
§ 4. Von den Transformationen der Gruppe $\Gamma^{(u)}$ in sich	244
§ 5. Begriff der doppelperiodischen Funktionen und Residuensätze	250
§ 6. Über die Konvergenz gewisser Doppelreihen	255
§ 7. Existenzbeweis der doppelperiodischen Funktionen	257
§ 8. Teilbruchreihen für die Funktionen $\wp(u), \wp'(u)$ und $\xi(u)$ nebst Folgerungen	260
§ 9. Die Funktionen des ringförmigen Bereiches nebst Anwendungen . . .	264
§ 10. Das System aller elliptischen Funktionen und die Ausartung derselben	272

Fünftes Kapitel.

Die elliptischen Modulfunktionen erster Stufe und ihre inversen Funktionen.

	Seite
§ 1. Die Modulgruppe $\Gamma^{(\omega)}$ und ihre Erweiterung durch eine Spiegelung . . .	280
§ 2. Das Dreiecksnetz der ω -Halbebene und der Diskontinuitätsbereich der Modulgruppe	285
§ 3. Die erzeugenden Substitutionen der Modulgruppe	296
§ 4. Die elliptischen Modulfunktionen erster Stufe.	299
§ 5. Die elliptischen Modulformen erster Stufe	304
§ 6. Die Perioden η_1, η_2 als Funktionen der ω_1, ω_2 . Produktentwicklung der Diskriminante	310
§ 7. Differentiationsprozesse zur Herstellung von Modulformen	313
§ 8. Die doppeltperiodischen Funktionen erster Stufe als Funktionen dreier Argumente	318
§ 9. Differentialgleichungen der Perioden in bezug auf die Invarianten. Inversion der Modulfunktionen	323
§ 10. Die normierten Perioden als hypergeometrische Funktionen von J . .	329

Zweiter Abschnitt.

Grundlagen der Theorie der elliptischen Funktionen zweiter Stufe.

Erstes Kapitel.

Die Normalgestalten zweiter und vierter Stufe der Verzweigungsform und der elliptischen Integrale.

§ 1. Die einfachsten irrationalen Invarianten der Verzweigungsform. . . .	341
§ 2. Beziehung der irrationalen Invarianten der Verzweigungsform zu den rationalen Invarianten	345
§ 3. Die Normalgestalt zweiter Stufe der Verzweigungsform	351
§ 4. Die Normalgestalt vierter Stufe der Verzweigungsform	354
§ 5. Die Normalgestalten zweiter und vierter Stufe der elliptischen Integrale	359
§ 6. Die Legendreschen Normalintegrale	366

Zweites Kapitel.

Die elliptischen Funktionen zweiter Stufe.

§ 1. Das Prinzip der Stufenteilung und der Begriff der elliptischen Funktion n^{ter} Stufe	374
§ 2. Die Kongruenzgruppen zweiter Stufe in der $\Gamma^{(u)}$	377
§ 3. Die Funktionen zweiter Stufe $\sqrt{\wp(u) - e_k}$ und $\wp_k(u)$	382
§ 4. Die Jakobischen Funktionen $\text{sn } w, \text{cn } w, \text{dn } w$	387
§ 5. Die Ableitungen der Funktionen $\text{sn } w, \text{cn } w, \text{dn } w$ und Potenzreihen derselben.	396
§ 6. Darstellung der Funktionen $\text{sn } w, \text{cn } w, \text{dn } w$ als Quotienten ganzer transzendenter Funktionen	400
§ 7. Produktentwicklungen der elliptischen Funktionen zweiter Stufe . . .	404
§ 8. Laurentsche und Fouriersche Reihen für die Funktionen sn, cn und dn	408
§ 9. Die Fourierschen Reihen für die ganzen Funktionen $\wp_1(u), \wp_2(u), \wp_3(u)$ und die Thetafunktionen	413

	Seite
§ 10. Die Thetafunktionen mit beliebiger Charakteristik	420
§ 11. Die Thetafunktionen höherer Ordnung mit beliebiger Charakteristik .	423
§ 12. Die Thetafunktionen m^{ter} Ordnung als ganze elliptische Funktionen dritter Art	426

Drittes Kapitel.

Die Modulfunktionen zweiter Stufe und die lineare Transformation der elliptischen Funktionen zweiter Stufe.

§ 1. Der Diskontinuitätsbereich der Hauptkongruenzgruppe zweiter Stufe .	434
§ 2. Die elliptischen Modulfunktionen zweiter Stufe	440
§ 3. Die elliptischen Modulformen zweiter Stufe.	445
§ 4. Modulfunktionen höherer Stufen in der Theorie der elliptischen Funk- tionen.	449
§ 5. Die Perioden betrachtet als Funktionen des Integralmoduls	460
§ 6. Die elliptischen Funktionen zweiter Stufe als Funktionen zweier Ar- gumente. Ausartungen	466
§ 7. Verhalten der elliptischen Funktionen zweiter Stufe bei beliebigen Peri- odensubstitutionen	473
§ 8. Verhalten der Thetafunktionen bei beliebigen Periodensubstitutionen .	477
§ 9. Allgemeines Gesetz über das Verhalten der Thetafunktionen bei Peri- odensubstitutionen	483
§ 10. Anwendung auf die Theorie der Gaußschen Summen	491

<http://www.springer.com/978-3-642-19556-3>

Die elliptischen Funktionen und ihre Anwendungen
Erster Teil: Die funktionentheoretischen und
analytischen Grundlagen

Fricke, R.

2012, XVIII, 500 S. 83 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-19556-3