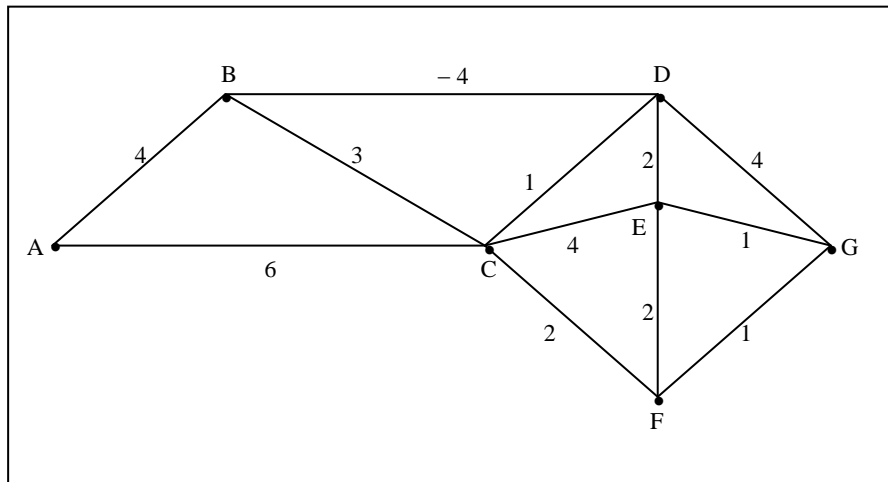
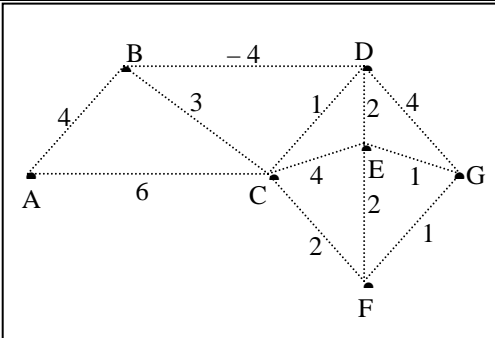


1. Aufgabe

Betrachten Sie folgenden bewerteten Graphen, bei dem zwischen den Knoten B und D die negative Bewertung -4 eingetragen ist.



Berechnen Sie den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt F. Liefert er überall die kürzesten bzw. billigsten Wege zum Punkte F?

Bewerteter Graph G	Dijkstra-Wurzelbaum	Vorgänger-Tabelle				
	<p>F</p> <ul style="list-style-type: none">	<table><tr><th>Pkt</th><th>Vorg.</th></tr><tr><td>F</td><td>{}</td></tr></table>	Pkt	Vorg.	F	{}
Pkt	Vorg.					
F	{}					

1. Schritt:

$$V_T = \{ F \}, E_T = \{ \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(F, C) mit Weg von F nach C der Länge 2

(F, E) mit Weg von F nach E der Länge 2

(F, G) mit Weg von F nach G der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg

Pkt	Vorg.
F	{}
G	F

2. Schritt:

$$V_T = \{ F, G \}, E_T = \{ (F, G) \}$$

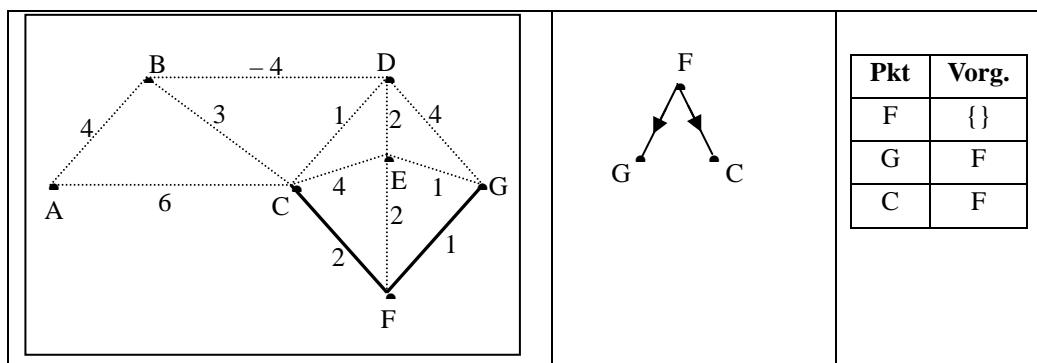
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(F, C) mit Weg von F nach C der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(F, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(G, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(G, D) mit Weg von F nach D der Länge 5



3. Schritt:

$$V_T = \{ C, F, G \}, E_T = \{ (F, G), (F, C) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(F, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(G, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

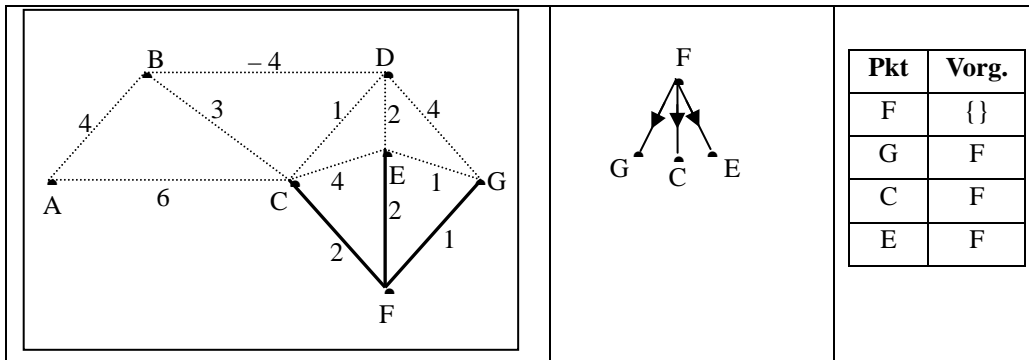
(G, D) mit Weg von F nach D der Länge 5

(C, A) mit Weg von F nach D der Länge 8

(C, B) mit Weg von F nach B der Länge 5

(C, D) mit Weg von F nach D der Länge 3

(C, E) mit Weg von F nach E der Länge 6



4. Schritt:

$$V_T = \{ C, E, F, G \}, E_T = \{ (F, G), (F, C), (F, E) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

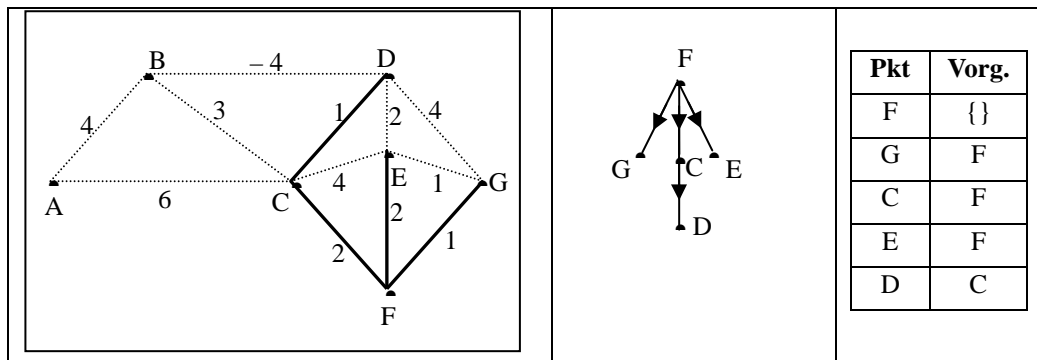
(G, D) mit Weg von F nach D der Länge 5

(C, A) mit Weg von F nach D der Länge 8

(C, B) mit Weg von F nach B der Länge 5

(C, D) mit Weg von F nach D der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

(E, D) mit Weg von F nach D der Länge 4



5. Schritt:

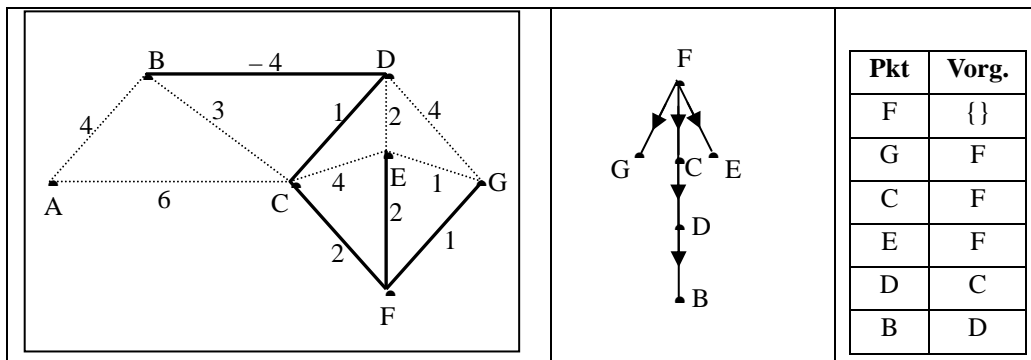
$$V_T = \{C, D, E, F, G\}, E_T = \{ (F, G), (F, C), (F, E), (C, D) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(C, A) mit Weg von F nach A der Länge 8

(C, B) mit Weg von F nach B der Länge 5

(D, B) mit Weg von F nach B der Länge -1 \Leftarrow kürzester Weg



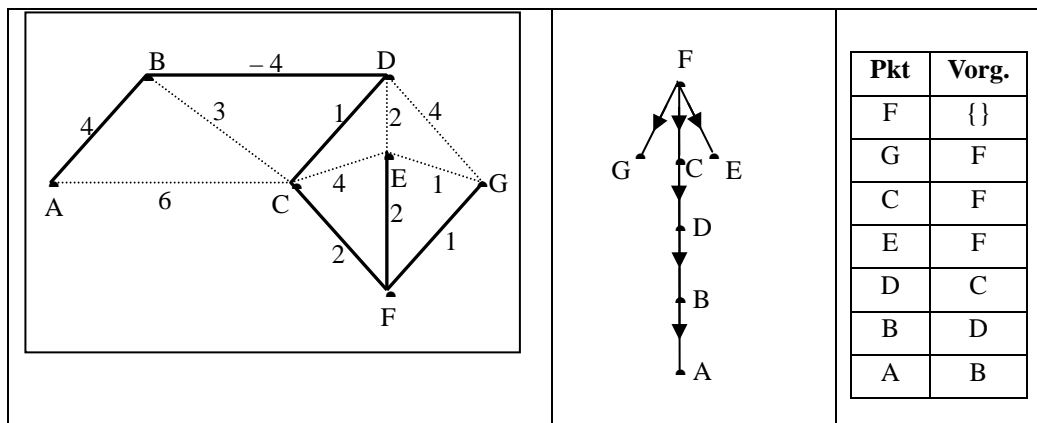
6. Schritt:

$$V_T = \{B, C, D, E, F, G\}, E_T = \{ (F, G), (F, C), (F, E), (C, D), (D, B) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(C, A) mit Weg von F nach A der Länge 8

(B, A) mit Weg von F nach A der Länge 3 \leftarrow kürzester Weg



Dieser Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt F liefert **nicht** überall die kürzesten bzw. billigsten Wege zum Punkte F. In diesem Baum hat beispielsweise der Weg vom Punkt F zum Punkt D – es ist der Weg (F, C, D) – die Länge 3. Aber es gibt außerhalb dieses Dijkstra-Baumes einen kürzeren Weg: (F, C, B, D). Er hat nur die Länge 1.

2. Aufgabe

Sind die folgenden Behauptungen richtig oder falsch? Falls Sie der Meinung sind, dass sie richtig sind, beweisen Sie sie, andernfalls geben Sie bitte ein Gegenbeispiel:

- Jeder gerichtete Baum ist ein Wurzelbaum
Falsch, vergleiche den Graph in Abbildung 15-4 (b)
- Ein Wurzelbaum muss nicht gerichtet sein
Falsch, der Begriff der Wurzel wurde nur für gerichtete Graphen definiert.
- In einem Wurzelbaum kann man jeden Knoten zur Wurzel machen

Falsch, im Graph 15-4 (a) ist der Punkt 1 eine Wurzel. Es gibt keine andere Wurzel

- d. In einem Wurzelbaum gibt es genau einen Wurzelknoten

Richtig, vergleiche Satz 17.1

- e. Gegeben ein ungerichteter Baum T und ein beliebiger darin enthaltener Knoten A. Dann ist es stets möglich, die Kanten von T so auszurichten, dass T zu einem Wurzelbaum mit Wurzel A wird.

Richtig, Beweis durch Widerspruch.

Nach Definition eines Baumes gibt es genau einen Weg von A zu jedem anderen Punkt. Nun nehmen wir an, dass es dazu notwendig ist, eine Kante e mit den Endpunkten X und Y einmal in der Richtung von X nach Y und ein anderes Mal in der Richtung von Y nach X zu durchlaufen. Dann gäbe es zwei voneinander verschiedene Wege zum Punkt X, einmal ohne und einmal mit vorheriger Passage des Punktes Y.

3. Aufgabe

Betrachten Sie die folgende tabellarische Darstellung eines Wurzelbaums:

Knoten	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Vorgänger	E	F	G	L	L	{}	B	L	G	B	C	F

- a. Welcher Knoten ist die Wurzel dieses Baums?

Der Knoten F

- b. Welche Knoten dieses Baums sind Blätter?

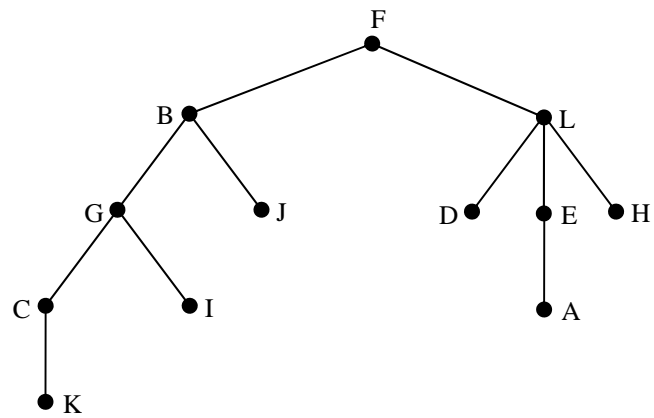
Die Knoten, die nicht als Vorgänger auftreten, also A, D, H, I, J, K

- c. Geben Sie den Weg von K zu F an

Den Weg von K nach F findet man über

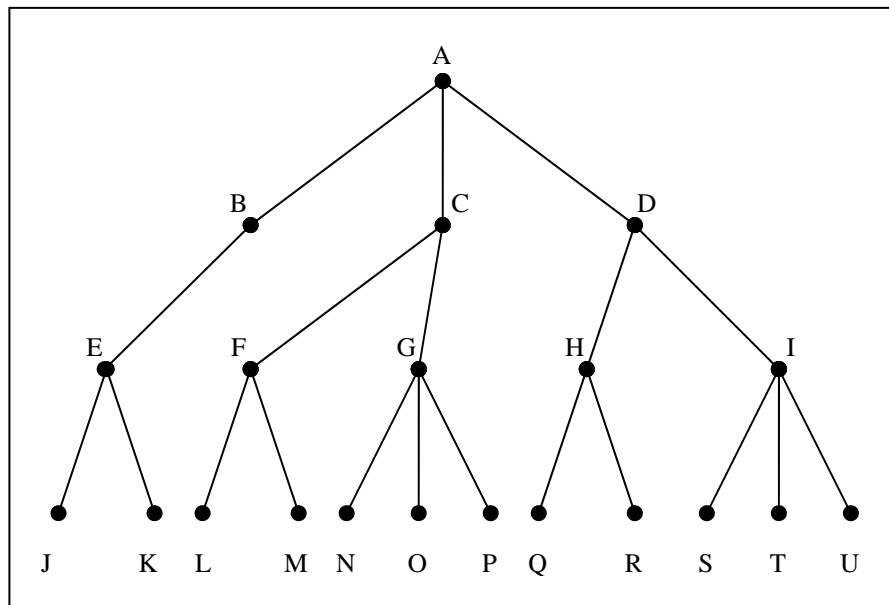
$K \rightarrow \text{Vorgänger}(K) = C \rightarrow \text{Vorgänger}(C) = G \rightarrow \text{Vorgänger}(G) = B \rightarrow \text{Vorgänger}(B) = F$, also (K, C, G, B, F)

d. Skizzieren Sie diesen Baum



4. Aufgabe

Betrachten Sie die folgende Grafik eines Wurzelbaums. Grundsätzlich sind hier die Kanten von unten nach oben gerichtet.



Stellen Sie diesen Wurzelbaum tabellarisch dar.

Knoten	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Vorgänger	{}	A	A	A	B	C	C	D	D	E	E
Knoten	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	
Vorgänger	F	F	G	G	G	H	H	I	I	I	

5. Aufgabe

Betrachten Sie unser Beispiel eines bewerteten Graphen aus Bild 15-5. Wir haben den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt A berechnet. Berechnen Sie nun

- a. den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt B

Bewerteter Graph G	Dijkstra-Wurzelbaum	Vorgänger-Tabelle
---------------------------	----------------------------	--------------------------

	B •	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Pkt</th> <th style="padding: 2px;">Vorg.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">B</td> <td style="padding: 2px;">{ }</td> </tr> </tbody> </table>	Pkt	Vorg.	B	{ }
Pkt	Vorg.					
B	{ }					

1. Schritt:

$$V_T = \{ B \}, E_T = \{ \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(B, A) mit Weg von B nach A der Länge 4

(B, C) mit Weg von B nach C der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

(B, D) mit Weg von B nach D der Länge 4

	B ↓ C	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Pkt</th> <th style="padding: 2px;">Vorg.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">B</td> <td style="padding: 2px;">{ }</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">C</td> <td style="padding: 2px;">B</td> </tr> </tbody> </table>	Pkt	Vorg.	B	{ }	C	B
Pkt	Vorg.							
B	{ }							
C	B							

2. Schritt:

$$V_T = \{ B, C \}, E_T = \{ (B, C) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(B, A) mit Weg von B nach A der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

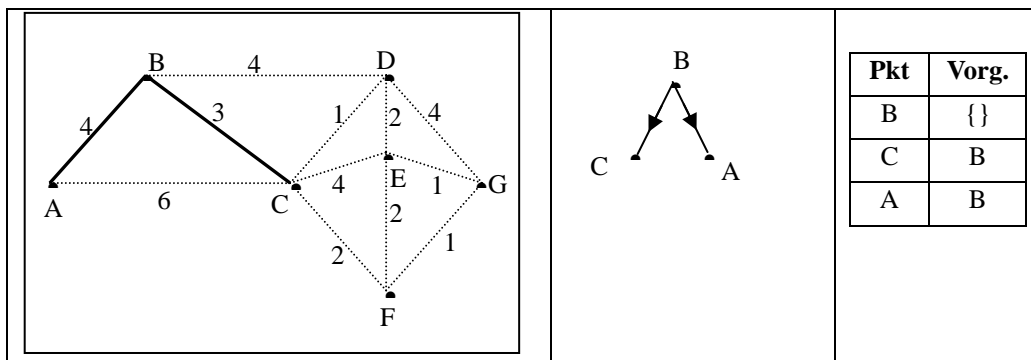
(B, D) mit Weg von B nach D der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg

(C, A) mit Weg von B nach A der Länge 9

(C, D) mit Weg von B nach D der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg

(C, E) mit Weg von B nach E der Länge 7

(C, F) mit Weg von B nach F der Länge 5



3. Schritt:

$$V_T = \{ A, B, C \}, E_T = \{ (B, C), (B, A) \}$$

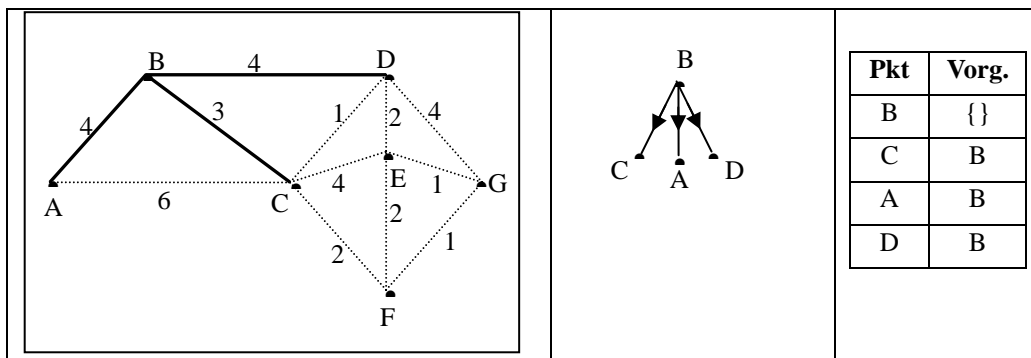
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(B, D) mit Weg von B nach D der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(C, D) mit Weg von B nach D der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg

(C, E) mit Weg von B nach E der Länge 7

(C, F) mit Weg von B nach F der Länge 5



4. Schritt:

$$V_T = \{ A, B, C, D \}, E_T = \{ (B, C), (B, A), (B, D) \}$$

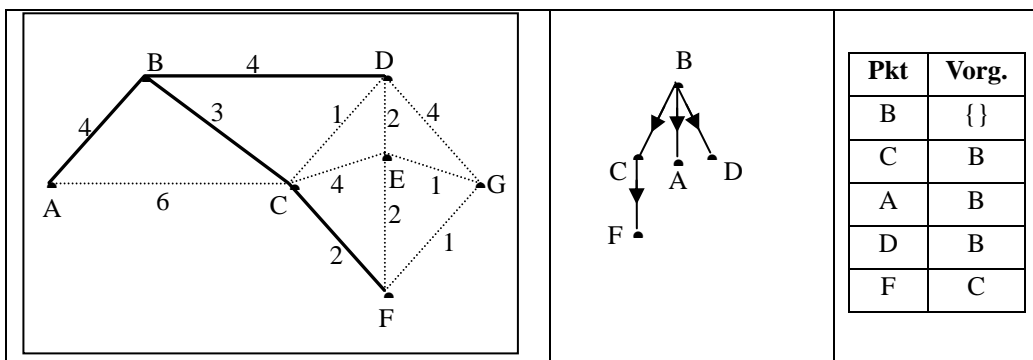
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(C, E) mit Weg von B nach E der Länge 7

(C, F) mit Weg von B nach F der Länge 5 \Leftarrow kürzester Weg

(D, E) mit Weg von B nach E der Länge 6

(D, G) mit Weg von B nach G der Länge 8



5. Schritt:

$$V_T = \{ A, B, C, D, F \}, E_T = \{ (B, C), (B, A), (B, D), (C, F) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

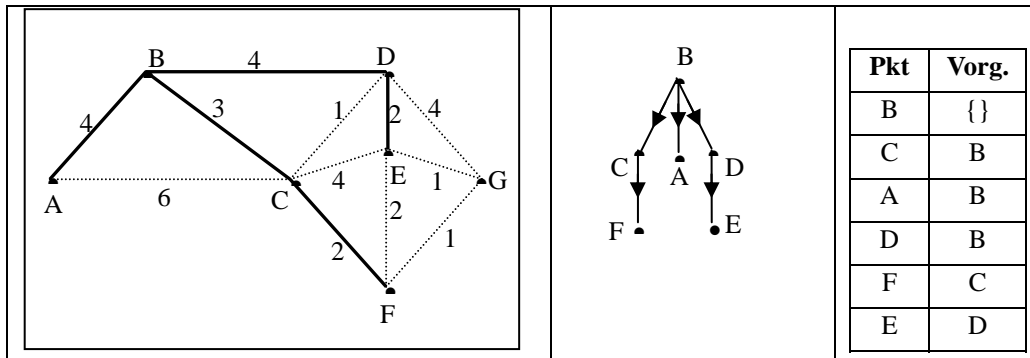
(C, E) mit Weg von B nach E der Länge 7

(D, E) mit Weg von B nach E der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(D, G) mit Weg von B nach G der Länge 8

(F, E) mit Weg von B nach E der Länge 7

(F, G) mit Weg von B nach G der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg



6. Schritt:

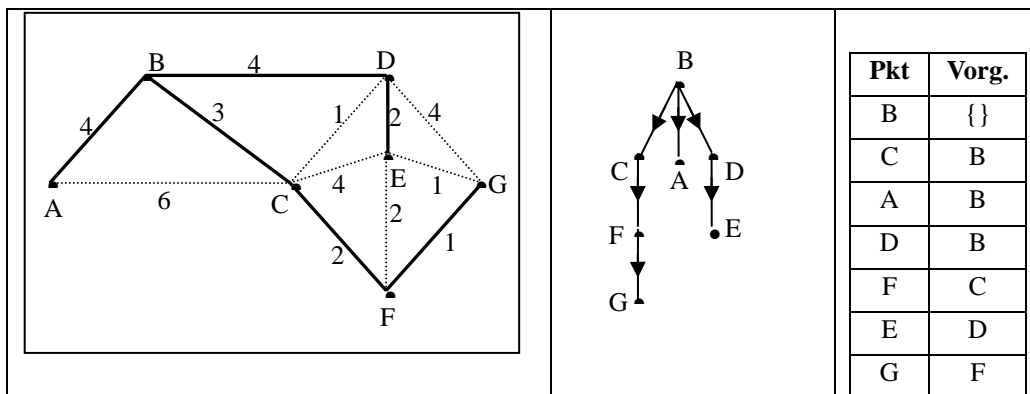
$$V_T = \{ A, B, C, D, E, F \}, E_T = \{ (B, C), (B, A), (B, D), (C, F), (D, E) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, G) mit Weg von B nach G der Länge 8

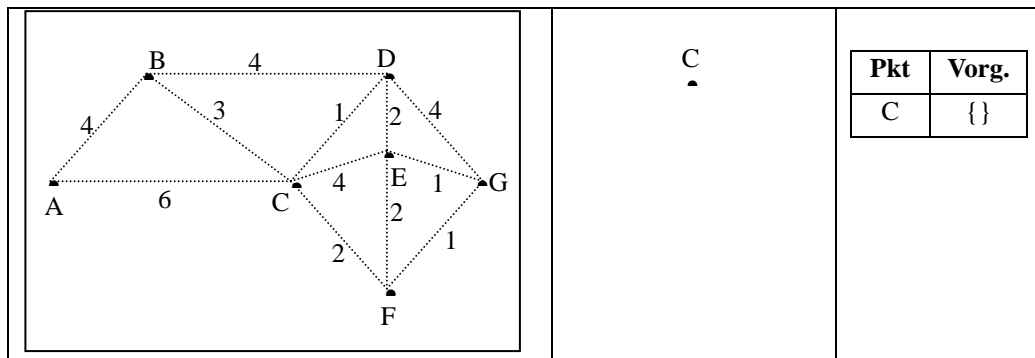
(F, G) mit Weg von B nach G der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg

(E, G) mit Weg von B nach G der Länge 7



b. den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt C

Bewerteter Graph G	Dijkstra-Wurzelbaum	Vorgänger-Tabelle
--------------------	---------------------	-------------------



1. Schritt:

$$V_T = \{ C \}, E_T = \{ \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

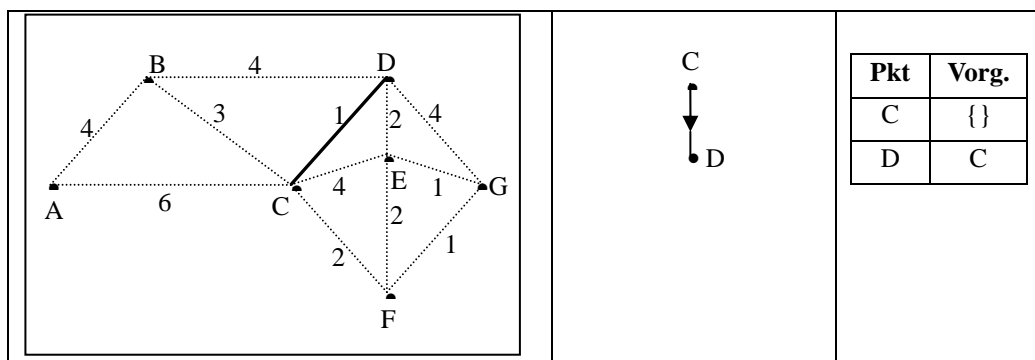
(C, A) mit Weg von C nach A der Länge 6

(C, B) mit Weg von C nach B der Länge 3

(C, D) mit Weg von C nach D der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg

(C, E) mit Weg von C nach E der Länge 4

(C, F) mit Weg von C nach F der Länge 2

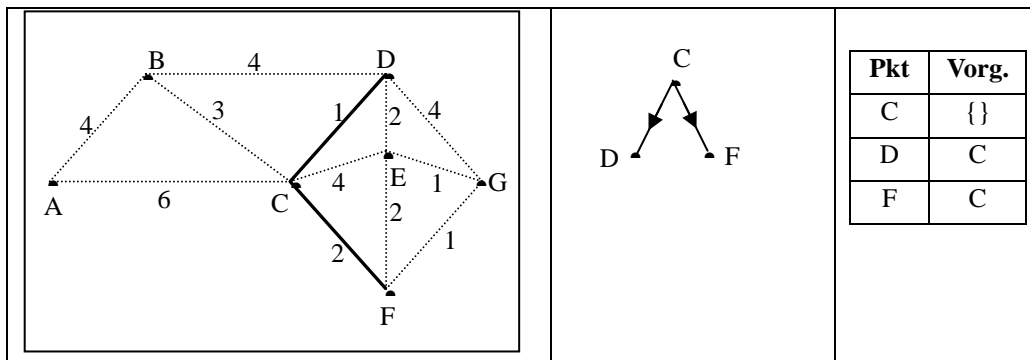


2. Schritt:

$$V_T = \{ C, D \}, E_T = \{ (C, D) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

- (C, A) mit Weg von C nach A der Länge 6
 (C, B) mit Weg von C nach B der Länge 3
 (C, E) mit Weg von C nach E der Länge 4
 (C, F) mit Weg von C nach F der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg
 (D, B) mit Weg von C nach B der Länge 5
 (D, E) mit Weg von C nach E der Länge 3
 (D, G) mit Weg von C nach G der Länge 5

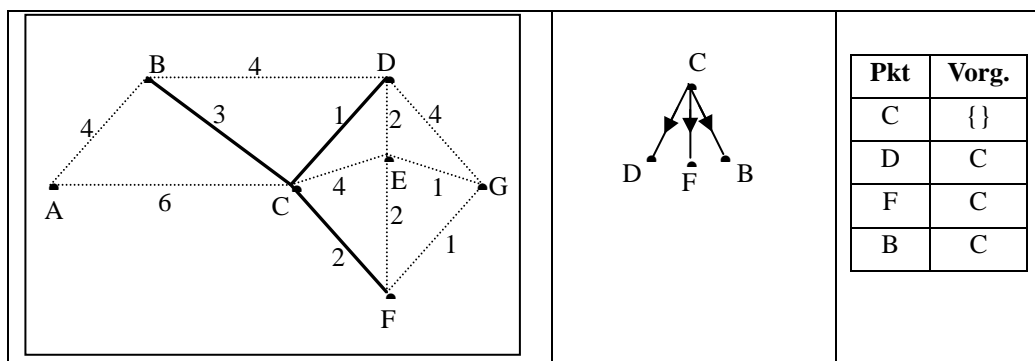


3. Schritt:

$$V_T = \{ C, D, F \}, E_T = \{ (C, D), (C, F) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

- (C, A) mit Weg von C nach A der Länge 6
 (C, B) mit Weg von C nach B der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg
 (C, E) mit Weg von C nach E der Länge 4
 (D, B) mit Weg von C nach B der Länge 5
 (D, E) mit Weg von C nach E der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg
 (D, G) mit Weg von C nach G der Länge 5
 (F, E) mit Weg von C nach E der Länge 4
 (F, G) mit Weg von C nach G der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

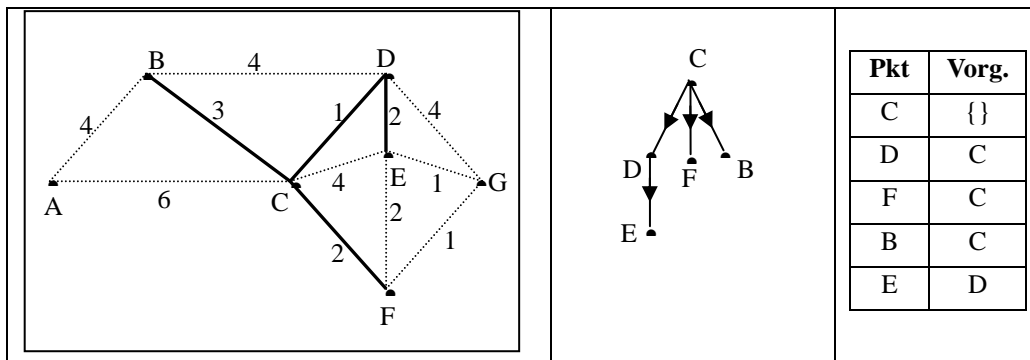


4. Schritt:

$$V_T = \{ B, C, D, F \}, E_T = \{ (C, D), (C, F), (C, B) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

- (C, A) mit Weg von C nach A der Länge 6
 (C, E) mit Weg von C nach E der Länge 4
 (D, E) mit Weg von C nach E der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg
 (D, G) mit Weg von C nach G der Länge 5
 (F, E) mit Weg von C nach E der Länge 4
 (F, G) mit Weg von C nach G der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg
 (B, A) mit Weg von C nach A der Länge 7

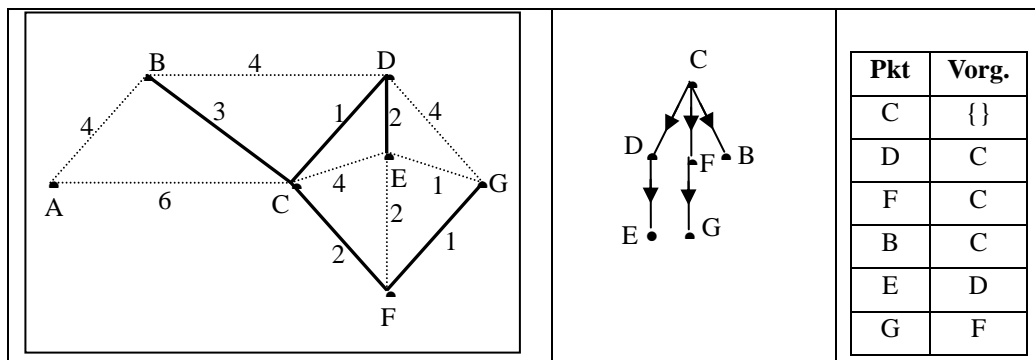


5. Schritt:

$$V_T = \{ B, C, D, E, F \}, E_T = \{ (C, D), (C, F), (C, B), (D, E) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

- (C, A) mit Weg von C nach A der Länge 6
 (D, G) mit Weg von C nach G der Länge 5
 (F, G) mit Weg von C nach G der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg
 (B, A) mit Weg von C nach A der Länge 7
 (E, G) mit Weg von C nach G der Länge 4

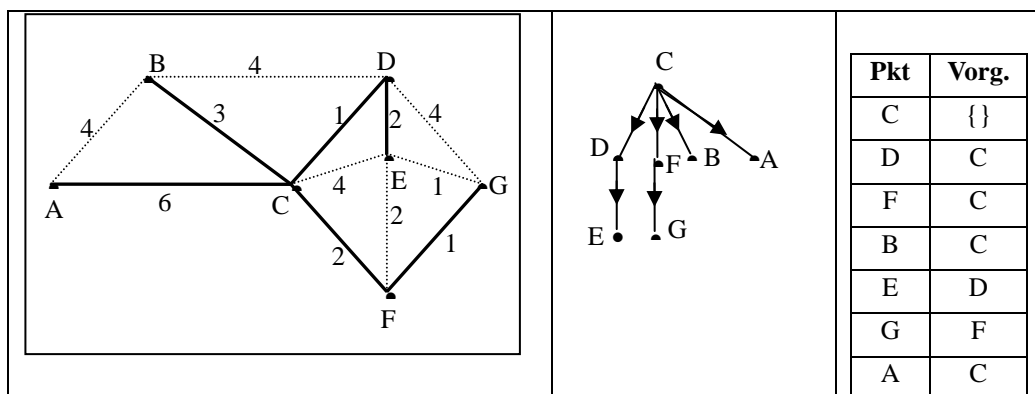


6. Schritt:

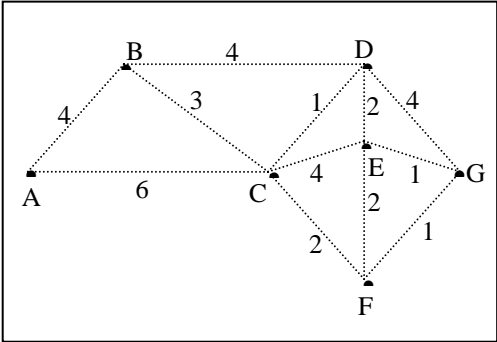
$$V_T = \{ B, C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (C, D), (C, F), (C, B), (D, E), (F, G) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

- (C, A) mit Weg von C nach A der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg
 (B, A) mit Weg von C nach A der Länge 7



c. den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt D

Bewerteter Graph G	Dijkstra-Wurzelbaum	Vorgänger-Tabelle				
	<div>D</div> <div>•</div>	<table><tr><th>Pkt</th><th>Vorg.</th></tr><tr><td>D</td><td>{}</td></tr></table>	Pkt	Vorg.	D	{}
Pkt	Vorg.					
D	{}					

1. Schritt:

$$V_T = \{ D \}, E_T = \{ \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

(D, C) mit Weg von D nach C der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg

(D, E) mit Weg von D nach E der Länge 2

(D, G) mit Weg von D nach G der Länge 4

		<table><tr><th>Pkt</th><th>Vorg.</th></tr><tr><td>D</td><td>{}</td></tr><tr><td>C</td><td>D</td></tr></table>	Pkt	Vorg.	D	{}	C	D
Pkt	Vorg.							
D	{}							
C	D							

2. Schritt:

$$V_T = \{ C, D \}, E_T = \{ (D, C) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

(D, E) mit Weg von D nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

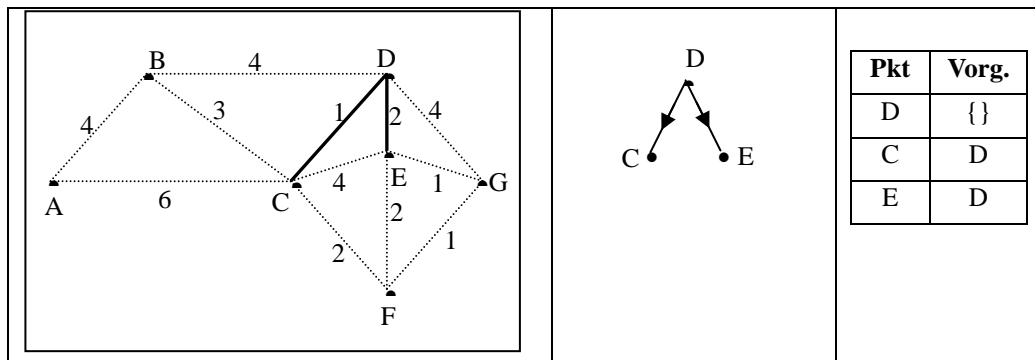
(D, G) mit Weg von D nach G der Länge 4

(C, A) mit Weg von D nach A der Länge 7

(C, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

(C, E) mit Weg von D nach E der Länge 5

(C, F) mit Weg von D nach F der Länge 3



3. Schritt:

$$V_T = \{ C, D, E \}, E_T = \{ (D, C), (D, E) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

(D, G) mit Weg von D nach G der Länge 4

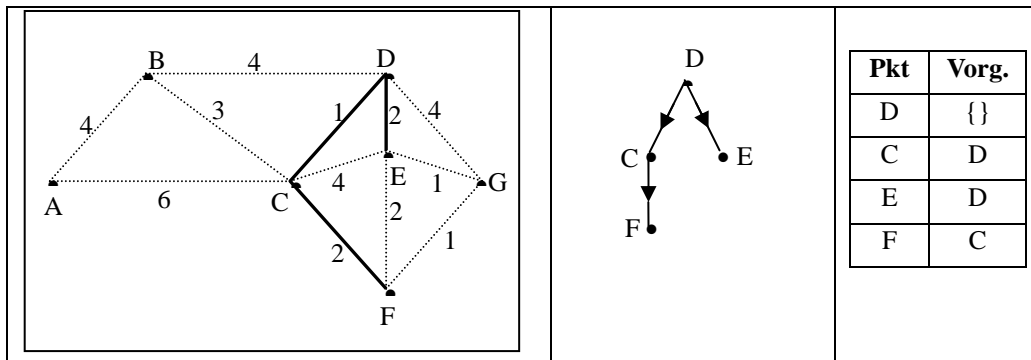
(C, A) mit Weg von D nach A der Länge 7

(C, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

(C, F) mit Weg von D nach F der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(E, F) mit Weg von D nach F der Länge 4

(E, G) mit Weg von D nach G der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg



4. Schritt:

$V_T = \{ C, D, E, F \}, E_T = \{ (D, C), (D, E), (C, F) \}$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

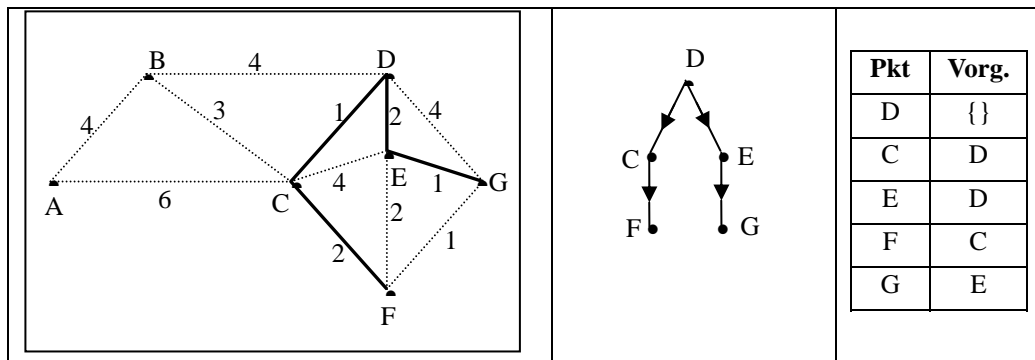
(D, G) mit Weg von D nach G der Länge 4

(C, A) mit Weg von D nach A der Länge 7

(C, B) mit Weg von D nach B der Länge 4

(E, G) mit Weg von D nach G der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

(F, G) mit Weg von D nach G der Länge 4



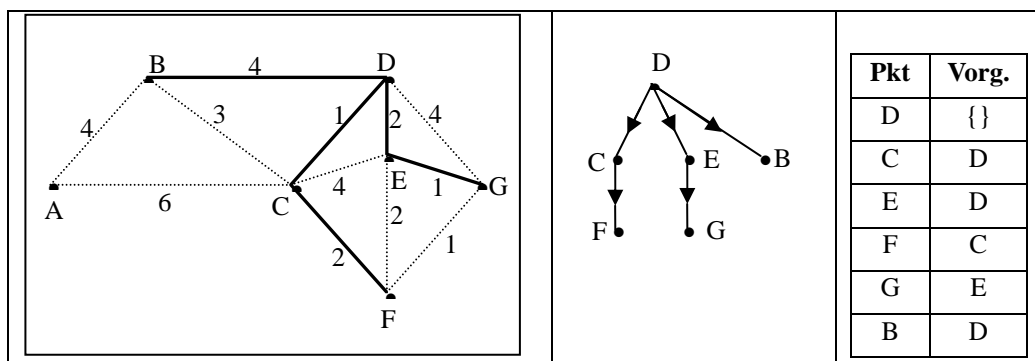
5. Schritt:

 $V_T = \{ C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (D, C), (D, E), (C, F), (E, G) \}$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, B) mit Weg von D nach B der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(C, A) mit Weg von D nach A der Länge 7

(C, B) mit Weg von D nach B der Länge 4 \Leftarrow kürzester Weg


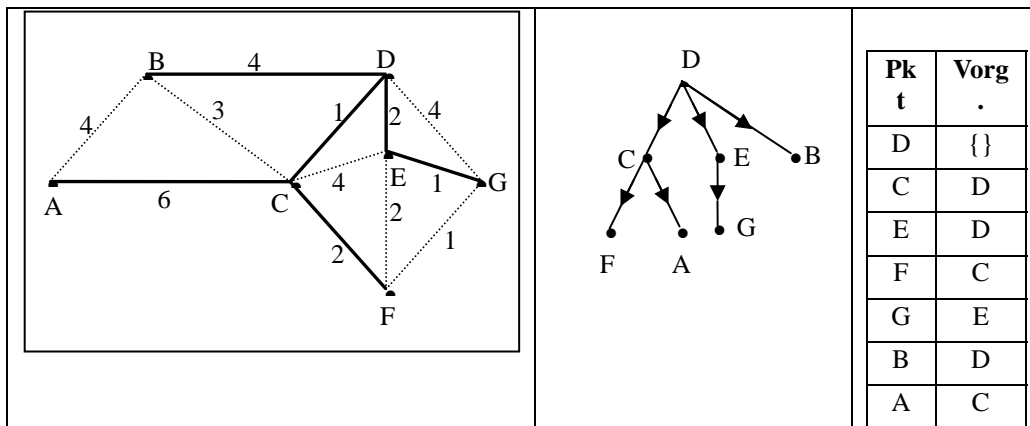
6. Schritt:

$V_T = \{ B, C, D, E, F, G \}$, $E_T = \{ (D, C), (D, E), (C, F), (E, G), (D, B) \}$

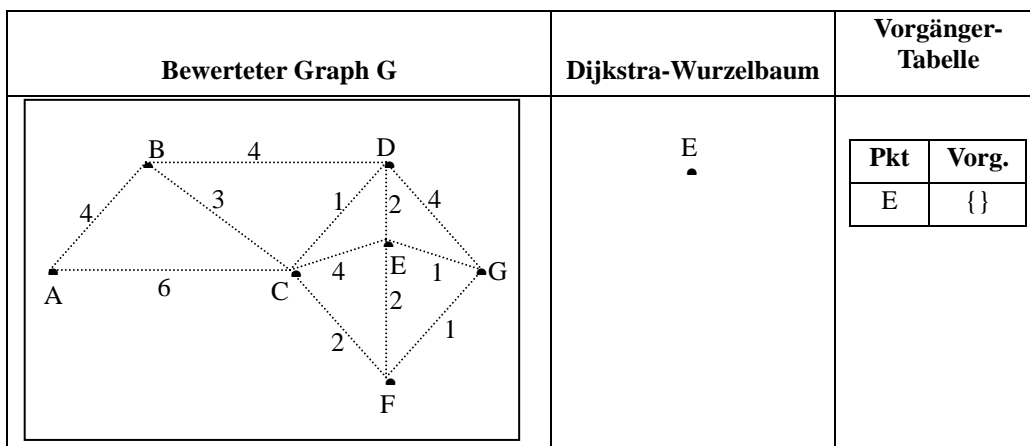
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(C, A) mit Weg von D nach A der Länge 7 \Leftarrow kürzester Weg

(B, A) mit Weg von D nach A der Länge 8



d. den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt E



1. Schritt:

$$V_T = \{ E \}, E_T = \{ \}$$

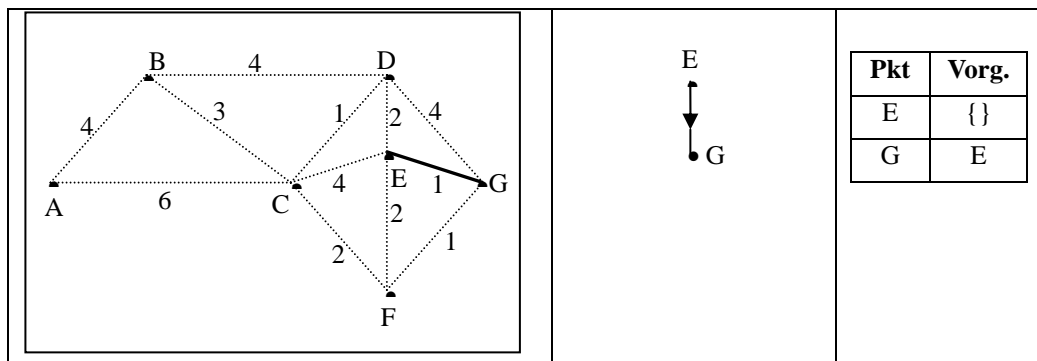
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(E, C) mit Weg von E nach C der Länge 4

(E, D) mit Weg von E nach D der Länge 2

(E, G) mit Weg von E nach G der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg

(E, F) mit Weg von E nach F der Länge 2



2. Schritt:

$$V_T = \{ E, G \}, E_T = \{ (E, G) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

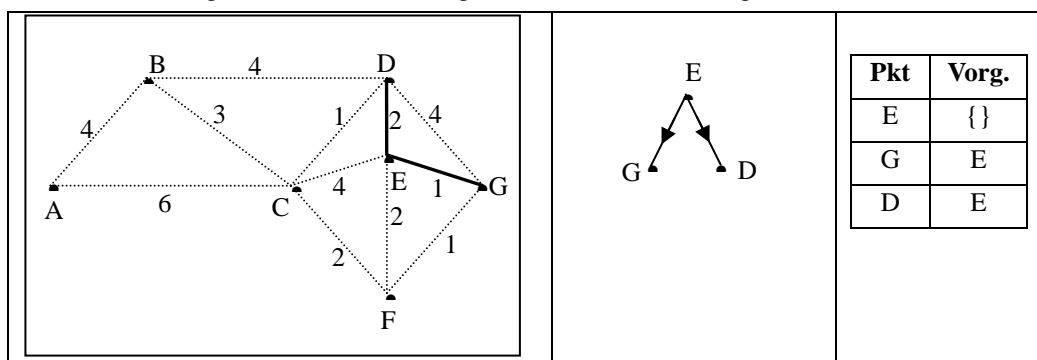
(E, C) mit Weg von E nach C der Länge 4

(E, D) mit Weg von E nach D der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(E, F) mit Weg von E nach F der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(G, D) mit Weg von E nach D der Länge 5

(G, F) mit Weg von E nach F der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg



3. Schritt:

$$V_T = \{ D, E, G \}, E_T = \{ (E, G), (E, D) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

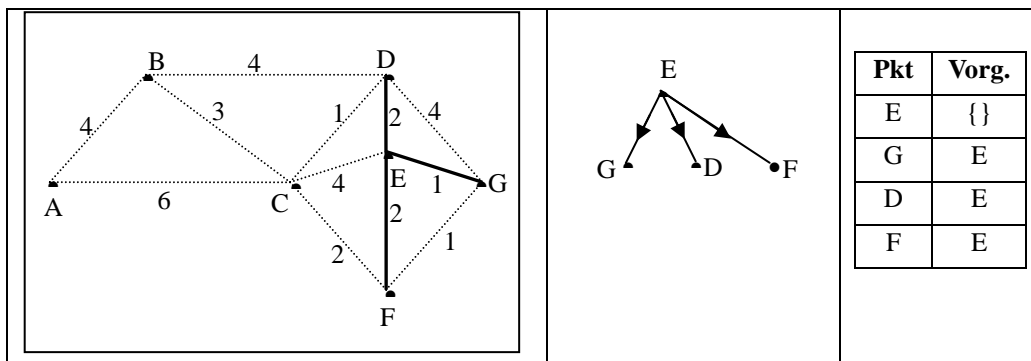
(E, C) mit Weg von E nach C der Länge 4

(E, F) mit Weg von E nach F der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(G, F) mit Weg von E nach F der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(D, B) mit Weg von E nach B der Länge 6

(D, C) mit Weg von E nach C der Länge 3



4. Schritt:

$$V_T = \{ D, E, F, G \}, E_T = \{ (E, G), (E, D), (E, F) \}$$

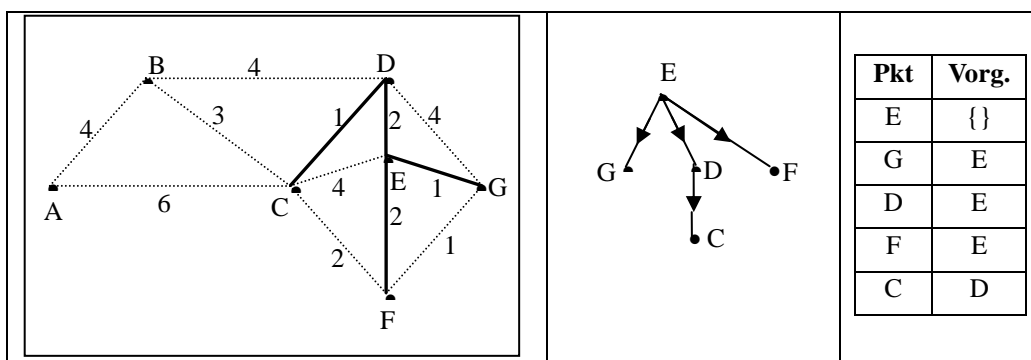
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(E, C) mit Weg von E nach C der Länge 4

(D, B) mit Weg von E nach B der Länge 6

(D, C) mit Weg von E nach C der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

(F, C) mit Weg von E nach C der Länge 4



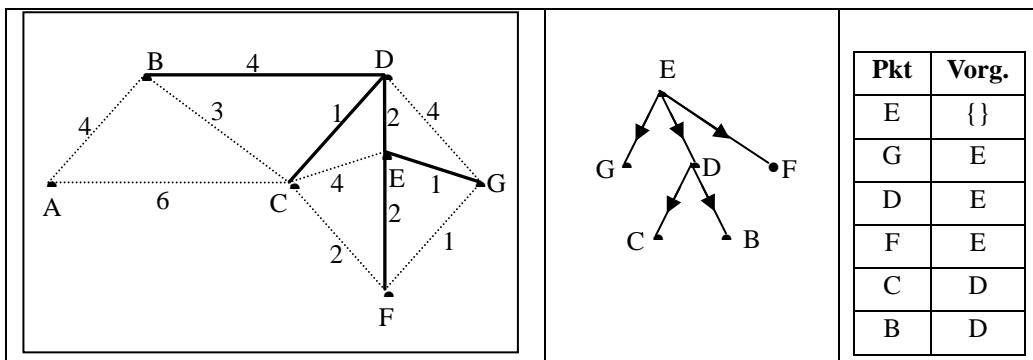
5. Schritt:

$V_T = \{ C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (E, G), (E, D), (E, F), (D, C) \}$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

 (D, B) mit Weg von E nach B der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

 (C, A) mit Weg von E nach A der Länge 9

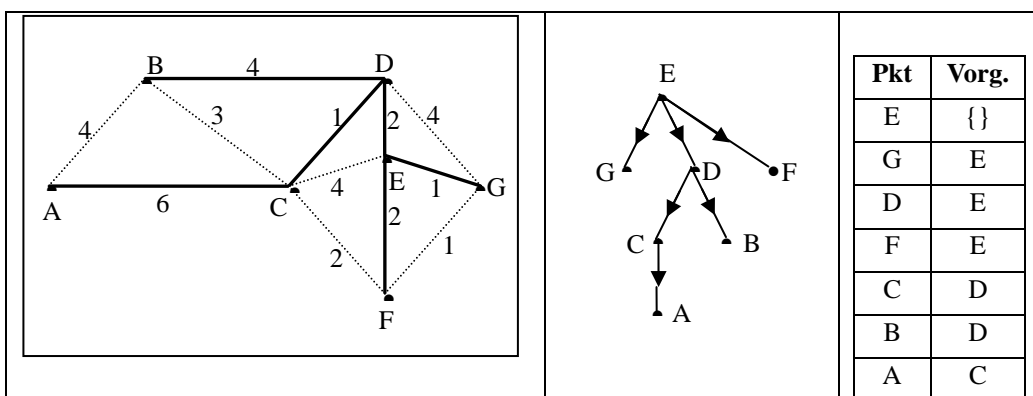
 (C, B) mit Weg von E nach B der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg


6. Schritt:

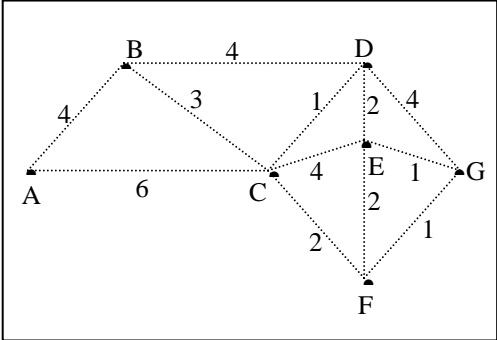
 $V_T = \{ B, C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (E, G), (E, D), (E, F), (D, C), (D, B) \}$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

 (B, A) mit Weg von E nach A der Länge 10

 (C, A) mit Weg von E nach A der Länge 9 \Leftarrow kürzester Weg


e. den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt F

Bewerteter Graph G	Dijkstra-Wurzelbaum	Vorgänger-Tabelle				
	<div>F</div> <div>•</div>	<table><tr><th>Pkt</th><th>Vorg.</th></tr><tr><td>F</td><td>{}</td></tr></table>	Pkt	Vorg.	F	{}
Pkt	Vorg.					
F	{}					

1. Schritt:

$$V_T = \{ F \}, E_T = \{ \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(F, C) mit Weg von F nach C der Länge 2

(F, E) mit Weg von F nach E der Länge 2

(F, G) mit Weg von F nach G der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg

		<table><tr><th>Pkt</th><th>Vorg.</th></tr><tr><td>F</td><td>{}</td></tr><tr><td>G</td><td>F</td></tr></table>	Pkt	Vorg.	F	{}	G	F
Pkt	Vorg.							
F	{}							
G	F							

2. Schritt:

$$V_T = \{ F, G \}, E_T = \{ (F, G) \}$$

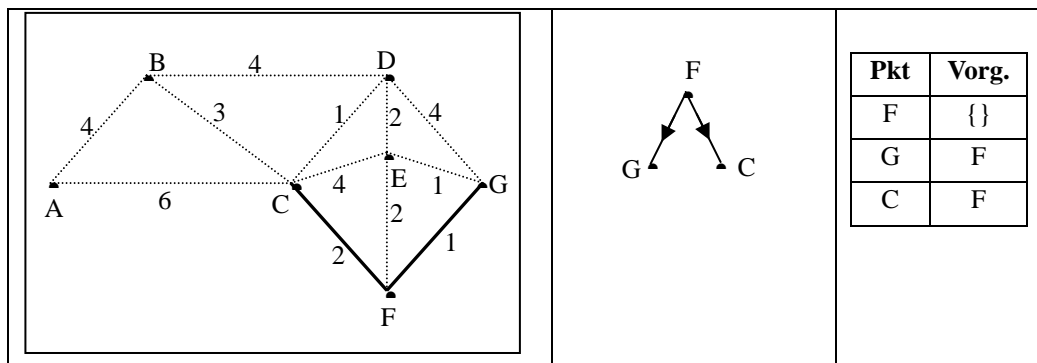
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(F, C) mit Weg von F nach C der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(F, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(G, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(G, D) mit Weg von F nach D der Länge 4



3. Schritt:

$$V_T = \{ C, F, G \}, E_T = \{ (F, G), (F, C) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(F, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

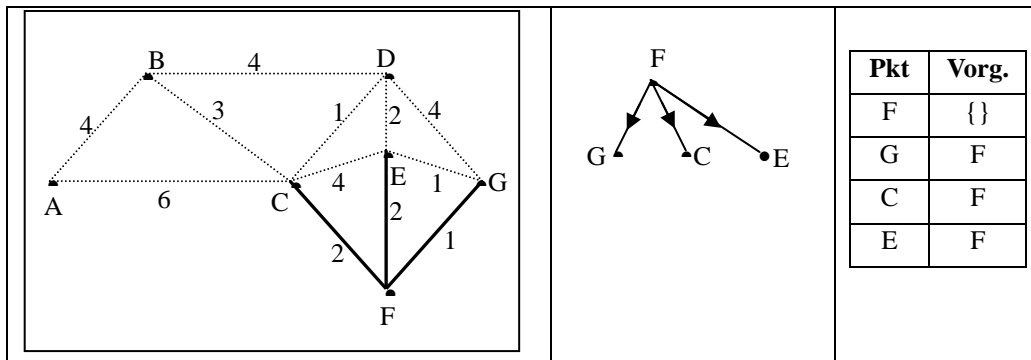
(G, E) mit Weg von F nach E der Länge 2 \Leftarrow kürzester Weg

(G, D) mit Weg von F nach D der Länge 4

(C, A) mit Weg von F nach A der Länge 8

(C, B) mit Weg von F nach B der Länge 5

(C, D) mit Weg von F nach D der Länge 3



4. Schritt:

$$V_T = \{ C, E, F, G \}, E_T = \{ (F, G), (F, C), (F, E) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

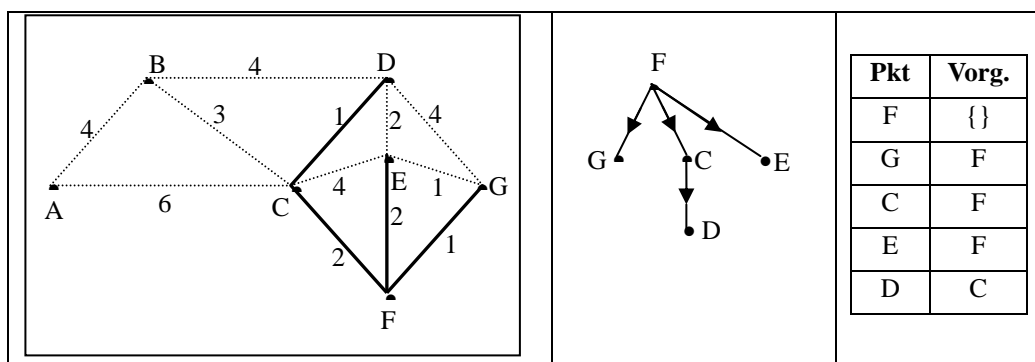
(G, D) mit Weg von F nach D der Länge 4

(C, A) mit Weg von F nach A der Länge 8

(C, B) mit Weg von F nach B der Länge 5

(C, D) mit Weg von F nach D der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

(E, D) mit Weg von F nach D der Länge 4



5. Schritt:

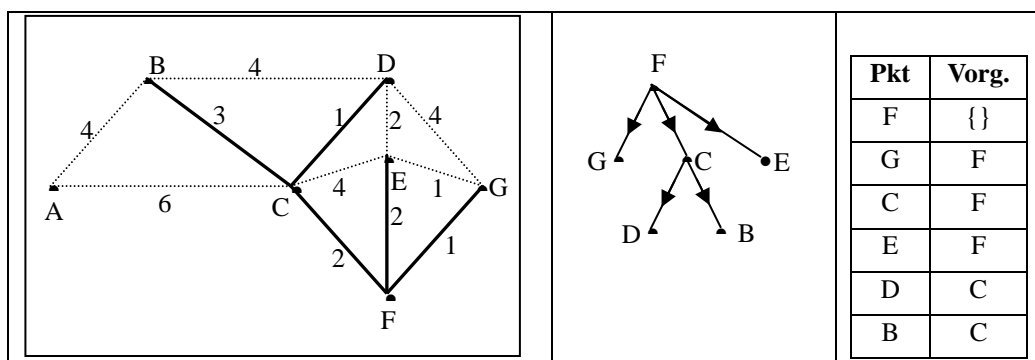
$$V_T = \{ C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (F, G), (F, C), (F, E), (C, D) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(C, A) mit Weg von F nach A der Länge 8

(C, B) mit Weg von F nach B der Länge 5 \Leftarrow kürzester Weg

(D, B) mit Weg von F nach B der Länge 7



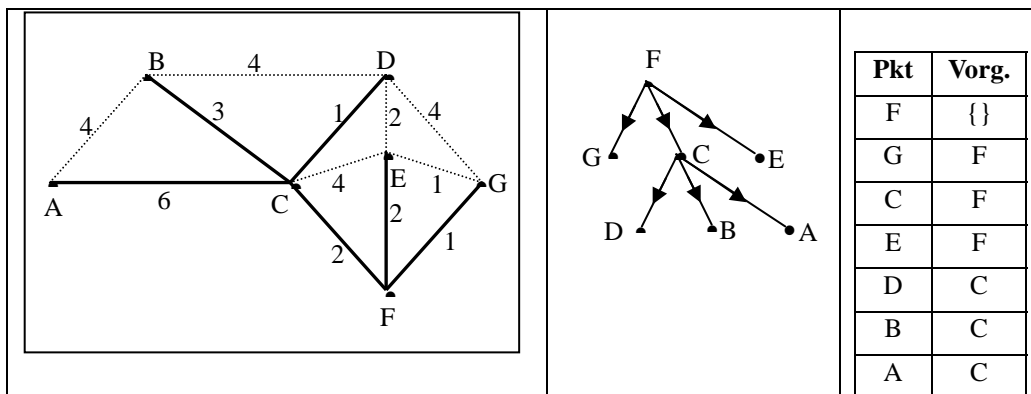
6. Schritt:

$$V_T = \{ B, C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (F, G), (F, C), (F, E), (C, D), (C, B) \}$$

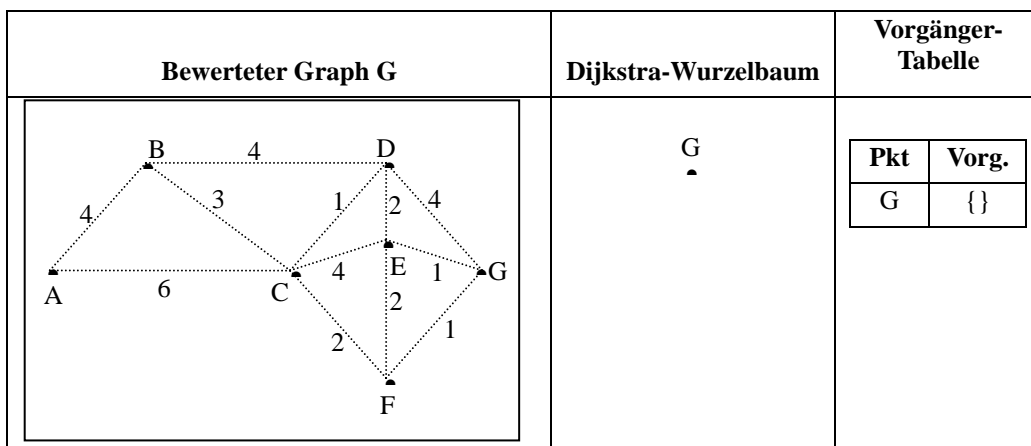
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(C, A) mit Weg von F nach A der Länge 8 \Leftarrow kürzester Weg

(B, A) mit Weg von F nach A der Länge 9



f. und den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt G



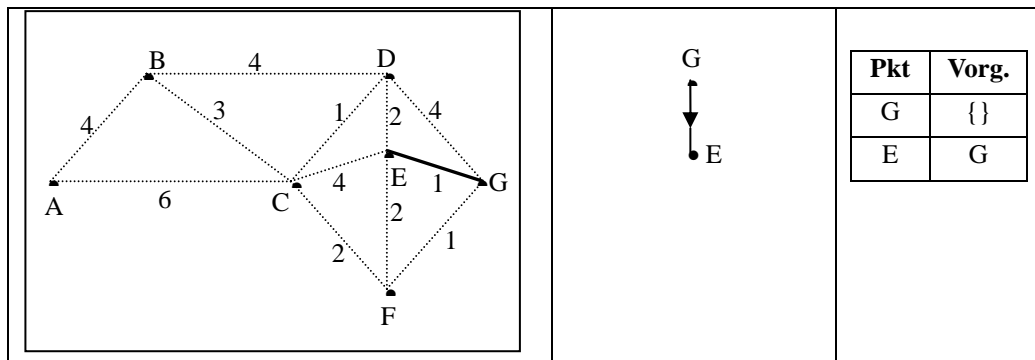
1. Schritt:

$$V_T = \{ G \}, E_T = \{ \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(G, D) mit Weg von G nach D der Länge 4

(G, E) mit Weg von G nach E der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(G, F) mit Weg von G nach F der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg


2. Schritt:

$$V_T = \{ E, G \}, E_T = \{ (G, E) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

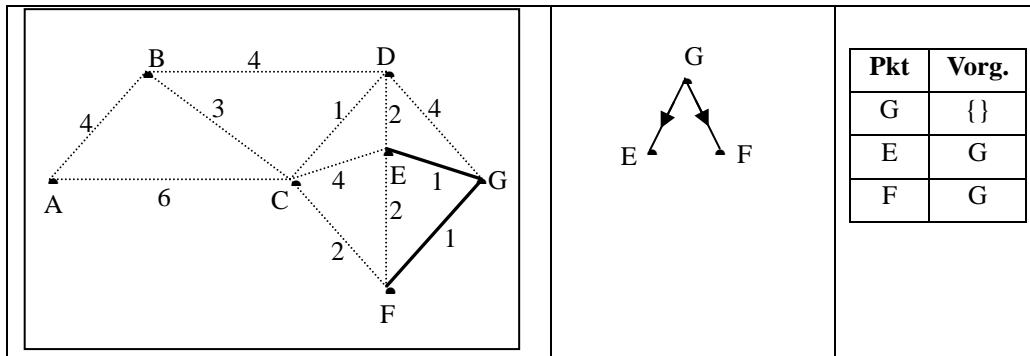
(G, D) mit Weg von G nach D der Länge 4

(G, F) mit Weg von G nach F der Länge 1 \Leftarrow kürzester Weg

(E, C) mit Weg von G nach C der Länge 5

(E, D) mit Weg von G nach D der Länge 3

(E, F) mit Weg von G nach F der Länge 3



3. Schritt:

$$V_T = \{ E, F, G \}, E_T = \{ (G, E), (G, F) \}$$

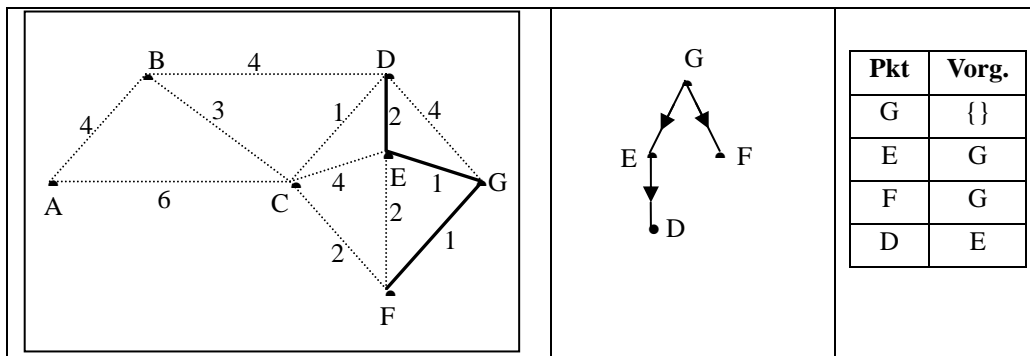
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(G, D) mit Weg von G nach D der Länge 4

(E, C) mit Weg von G nach C der Länge 5

(E, D) mit Weg von G nach D der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg \Leftarrow ausgewählter Weg

(F, C) mit Weg von G nach C der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg



4. Schritt:

$$V_T = \{ D, E, F, G \}, E_T = \{ (G, E), (G, F), (E, D) \}$$

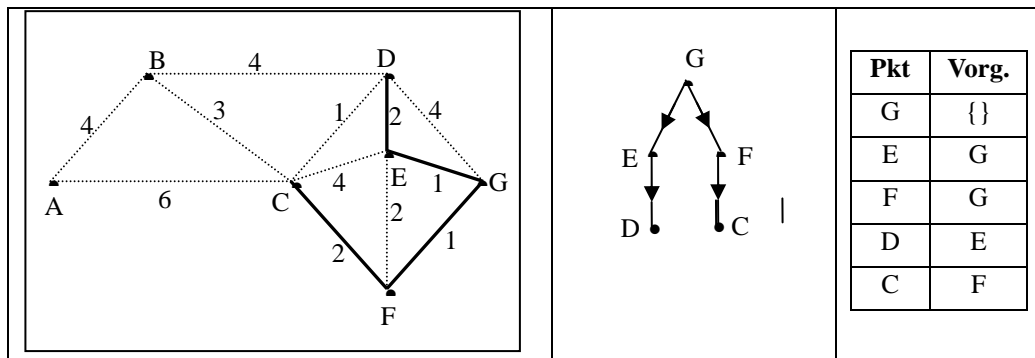
Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(E, C) mit Weg von G nach C der Länge 5

(F, C) mit Weg von G nach C der Länge 3 \Leftarrow kürzester Weg

(D, B) mit Weg von G nach B der Länge 7

(D, C) mit Weg von G nach C der Länge 4



5. Schritt:

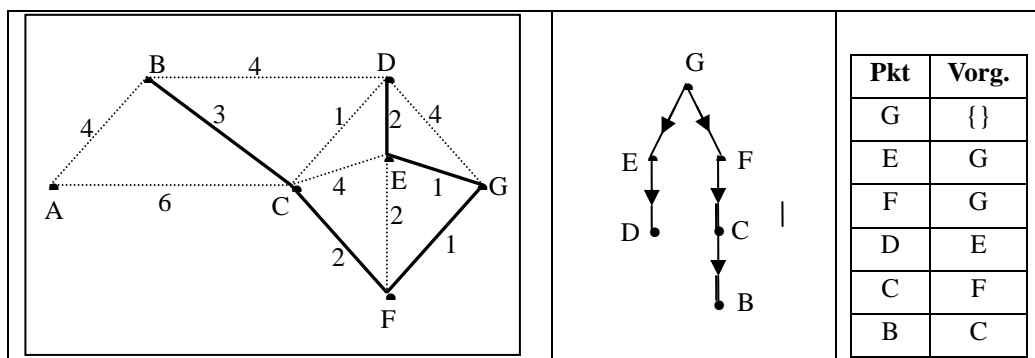
$$V_T = \{ C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (G, E), (G, F), (E, D), (F, C) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

(D, B) mit Weg von G nach B der Länge 7

(C, A) mit Weg von G nach A der Länge 9

(C, B) mit Weg von G nach B der Länge 6 \Leftarrow kürzester Weg



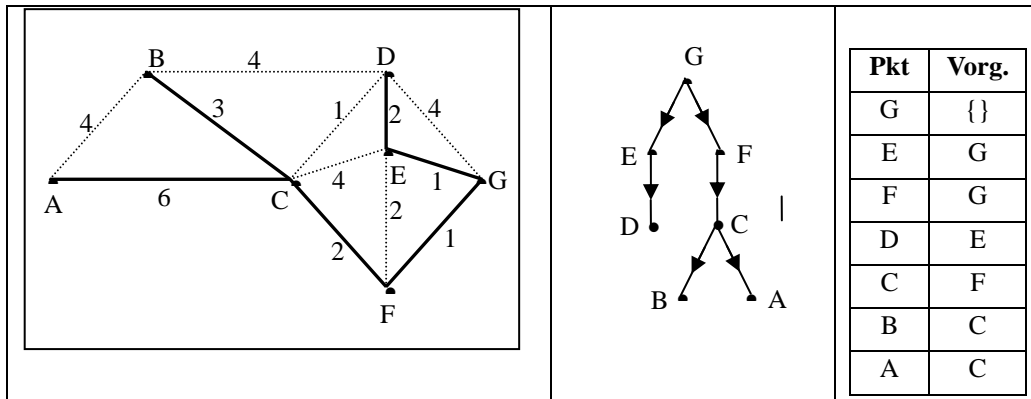
6. Schritt:

$$V_T = \{ B, C, D, E, F, G \}, E_T = \{ (G, E), (G, F), (E, D), (F, C), (C, B) \}$$

Mögliche Kanten, die hinzugefügt werden können:

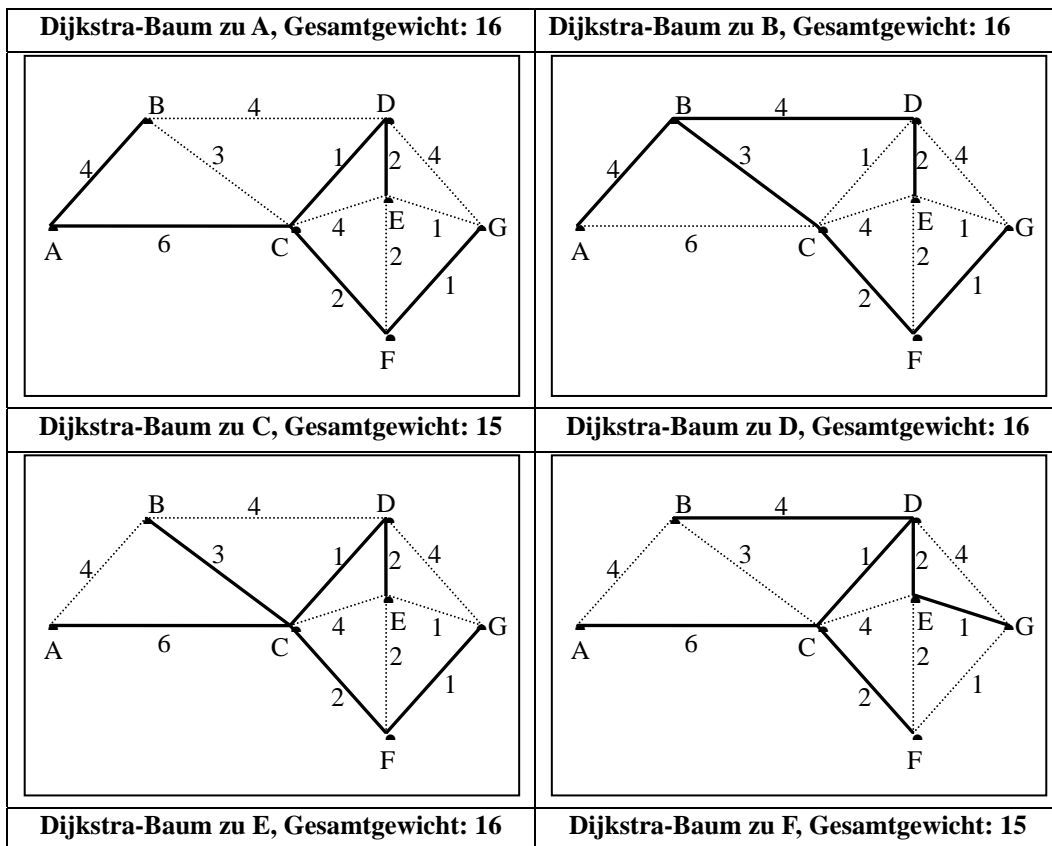
(C, A) mit Weg von G nach A der Länge 9 \Leftarrow kürzester Weg

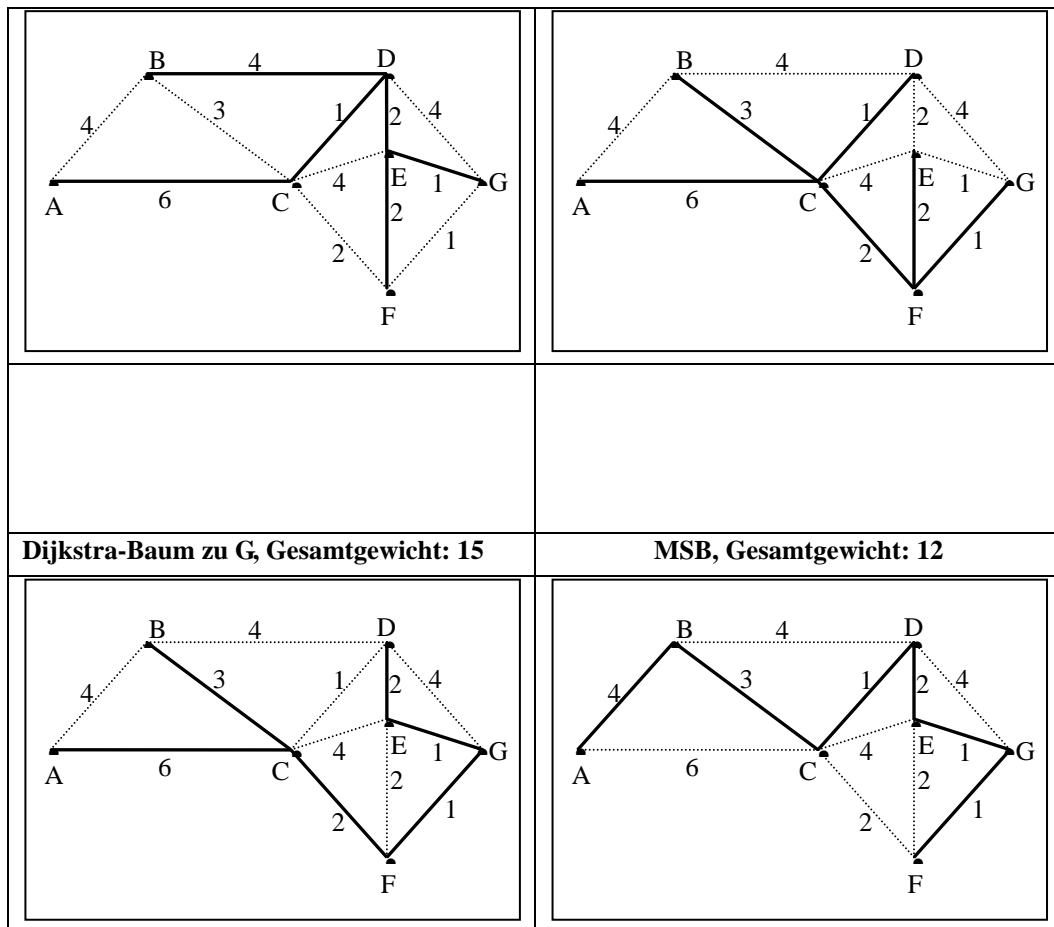
(B, A) mit Weg von G nach A der Länge 10



Wie viele verschiedene aufspannende Bäume von G erhalten Sie (einschließlich des den Dijkstra-Wurzelbaum zum Punkt A)?

Antwort: Wir erhalten die folgenden 7 voneinander verschiedenen aufspannenden Bäume:





6. Aufgabe (Fortsetzung von Aufgabe 5)

Untersuchen Sie: Ist einer der aufspannenden Bäume, die Sie in Aufgabe 5 erhalten haben, minimal?¹

Nein, keiner ist minimal, ein MSB hat (s.o.) das Gesamtgewicht 12.

¹ Wenn Sie Aufgabe 5 und 6 richtig bearbeitet haben, kennen Sie jetzt schon mindestens 8 verschiedene aufspannende Bäume des Graphen aus Bild 15-5