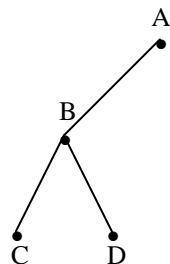


1. Aufgabe

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen über Binärbäume wahr oder falsch sind. Bei Falschheit geben Sie ein Gegenbeispiel, bei Wahrheit geben Sie einen Beweis.

- a. Ein Binärbaum ist zusammenhängend.
Ein ungerichteter Binärbaum ist nach Definition zusammenhängend, ein gerichteter Binärbaum ganz offensichtlich nicht.
- b. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu mindestens einer Kante.
Das ist nur dann falsch, wenn der Binärbaum aus genau einem Punkt besteht.
- c. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu genau einer Kante.
Falsch. Betrachte Knoten B in dem folgenden Beispiel



- d. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu höchstens einer Kante.
Falsch. Betrachte Knoten B in dem obigen Beispiel
- e. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu mindestens zwei Kanten.
Falsch. Betrachte Knoten C in dem obigen Beispiel
- f. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu genau zwei Kanten.
Falsch. Betrachte Knoten C in dem obigen Beispiel

- g. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu höchstens zwei Kanten.
Falsch. Betrachte Knoten B in dem obigen Beispiel
- h. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu mindestens drei Kanten.
Falsch. Betrachte Knoten C in dem obigen Beispiel
- i. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu genau drei Kanten.
Falsch. Betrachte Knoten C in dem obigen Beispiel
- j. Jeder Knoten in einem Binärbaum gehört zu höchstens drei Kanten.
Richtig. Es kann höchstens einen Vorgänger und zwei Nachfolger geben.

Wir kennen vier Darstellungsmöglichkeiten für gerichtete Binärbäume:

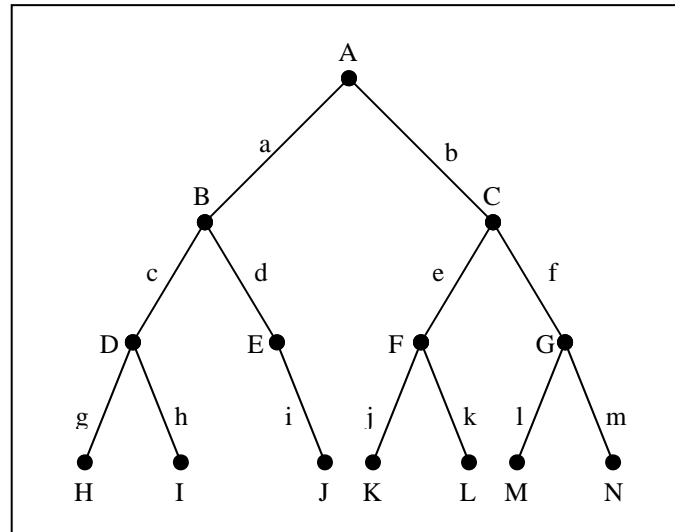
- Die Skizze,
- die mathematische Definition,
- die Adjazenzmatrix und
- die tabellarische Darstellung, bei der ich jetzt nur den Vorgänger und nicht die linken und rechten Nachfolger notiert haben möchte.

Ich gebe Ihnen in den folgenden vier Aufgaben immer zwei Graphen in einer dieser Darstellungen und bitte Sie, jeden dieser Graphen in die restlichen anderen Darstellungen zu übersetzen. Dabei ist jeweils einer der beiden Graphen ein korrekter Binärbaum, der andere nicht. Sie geben bitte an, welcher der beiden Graphen korrekt ist und welcher kein korrekter Binärbaum ist. Bei der Unkorrektheit bemühen Sie sich bitte um eine exakte Begründung.

Bei der Skizze trage ich keine Gerichtetheit ein, sie ist immer von unten nach oben zur Wurzel hin zu lesen.

2. Aufgabe (skizzierte Graphen)

a.



Dieser Graph ist ein korrekter Binärbaum

Mathematische Definition:

Es sei $V = \{ A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N \}$, $E = \{ a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m \}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f	g
$\Psi(x)$	$\{B, A\}$	$\{C, A\}$	$\{D, B\}$	$\{E, B\}$	$\{F, C\}$	$\{G, C\}$	$\{H, D\}$
==	==	==	==	==	==	==	==
x	g	h	i	j	k	l	m
$\Psi(x)$	$\{H, D\}$	$\{I, D\}$	$\{J, E\}$	$\{K, F\}$	$\{L, F\}$	$\{M, G\}$	$\{N, G\}$

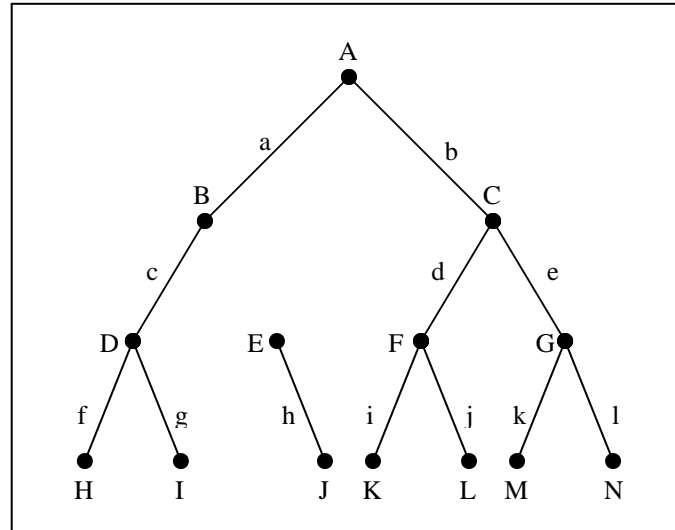
Definition mit Hilfe einer Adjazenzmatrix

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Definition mit Hilfe einer Vorgängertabelle

Knoten	Vorgänger
A	{}
B	A
C	A
D	B
E	B
F	C
G	C
H	D
I	D
J	E
K	F
L	F
M	G
N	G

b.



Dieser Graph ist kein korrekter Binärbaum, denn er ist nicht zusammenhängend

Mathematische Definition:

Es sei $V = \{ A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N \}$, $E = \{ a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l \}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f
$\Psi(x)$	$\{B, A\}$	$\{C, A\}$	$\{D, B\}$	$\{F, C\}$	$\{G, C\}$	$\{H, D\}$
==	==	==	==	==	==	==
x	g	h	i	j	k	l
$\Psi(x)$	$\{I, D\}$	$\{J, E\}$	$\{K, F\}$	$\{L, F\}$	$\{M, G\}$	$\{N, G\}$

Definition mit Hilfe einer Adjazenzmatrix

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
N	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Definition mit Hilfe einer Vorgängertabelle

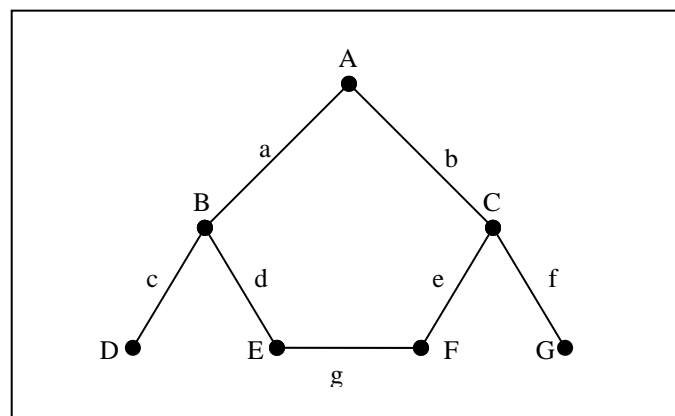
Knoten	Vorgänger
A	{}
B	A
C	A
D	B
E	{}
F	C
G	C
H	D
I	D
J	E
K	F
L	F
M	G
N	G

3. Aufgabe (mathematisch definierte Graphen)

- a. Es sei $V = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$, $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f	g
$\Psi(x)$	$\{B, A\}$	$\{C, A\}$	$\{D, B\}$	$\{E, B\}$	$\{F, C\}$	$\{G, C\}$	$\{E, F\}$

Definition mit Hilfe einer Skizze



Dieser Graph ist kein korrekter Binärbaum, denn der zugeordnete ungerichtete Graph enthält Zyklen.

Definition mit Hilfe einer Adjazenzmatrix

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

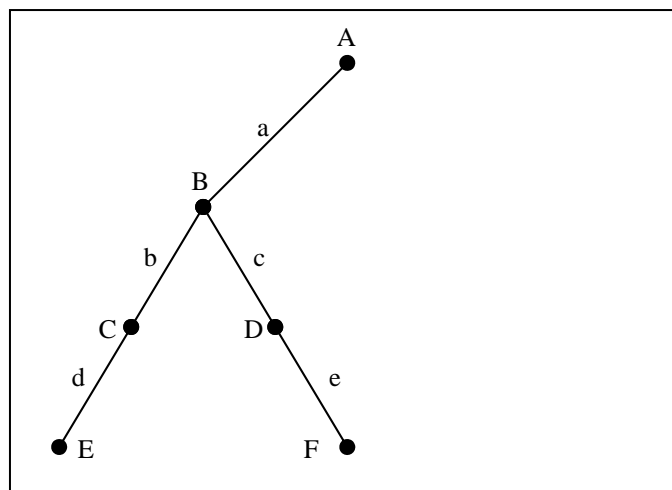
Definition mit Hilfe einer Vorgängertabelle

Knoten	Vorgänger	
A	{}	
B	A	
C	A	
D	B	
E	B	
F	C	
F	E	Hier sieht man den Fehler
G	C	

- b. Es sei $V = \{A, B, C, D, E, F\}$, $E = \{a, b, c, d, e\}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e
$\Psi(x)$	(B,A)	(C,B)	(D,B)	(E,C)	(F,D)

Definition mit Hilfe einer Skizze



Dieser Graph ist ein korrekter Binärbaum.

Definition mit Hilfe einer Adjazenzmatrix

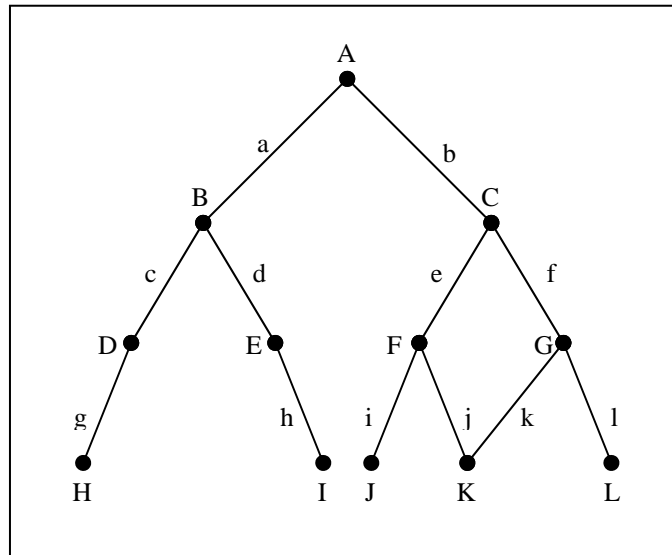
	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0

4. Aufgabe (durch Adjazenzmatrix definierte Graphen)

a.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
J	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Definition mit Hilfe einer Skizze



Dieser Graph ist kein korrekter Binärbaum, denn der zugeordnete ungerichtete Graph enthält Zyklen.

Mathematische Definition:

Es sei $V = \{ A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L \}$, $E = \{ a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l \}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f
$\Psi(x)$	(B,A)	(C,A)	(D,B)	(E,B)	(F,C)	(G,C)
==	==	==	==	==	==	==
x	g	h	i	j	k	l
$\Psi(x)$	(H,D)	(I,E)	(J,F)	(K,F)	(K,G)	(L,G)

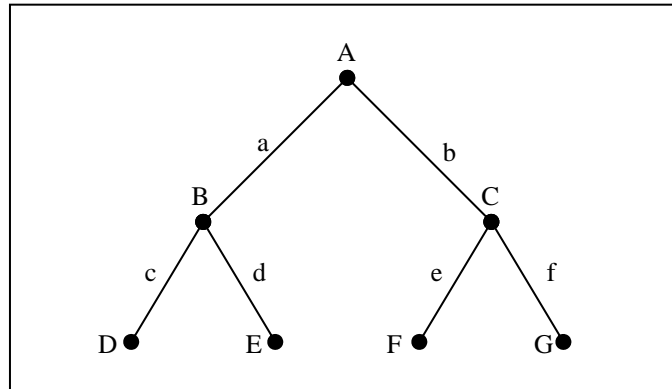
Definition mit Hilfe einer Vorgängertabelle

Knoten	Vorgänger	
A	{}	
B	A	
C	A	
D	B	
E	B	
F	C	
G	C	
H	D	
I	E	
J	F	
K	F	
K	G	Hier sieht man den Fehler
L	G	

b.

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

Definition mit Hilfe einer Skizze



Dieser Graph ist ein korrekter Binärbaum.

Mathematische Definition:

Es sei $V = \{ A, B, C, D, E, F, G \}$, $E = \{ a, b, c, d, e, f \}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f
$\Psi(x)$	(B,A)	(C,A)	(D,B)	(E,B)	(F,C)	(G,C)

Definition mit Hilfe einer Vorgängertabelle

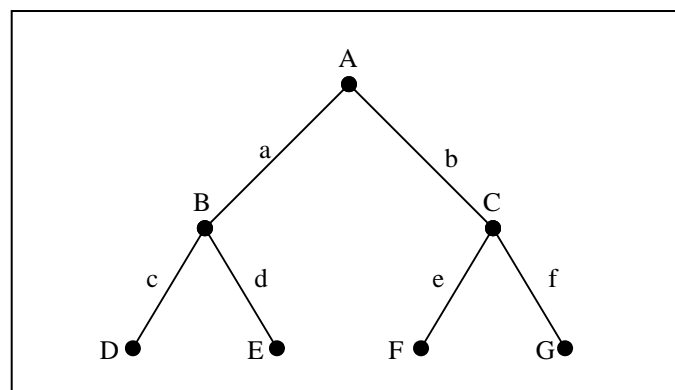
Knoten	Vorgänger
A	{}
B	A
C	A
D	B
E	B
F	C
G	C

5. **Aufgabe** (durch tabellarische Darstellung definierte Wurzelbäume)

a.

Knoten	Vorgänger
A	{ }
B	A
C	A
D	B
E	B
F	C
G	C

Definition mit Hilfe einer Skizze



Dieser Graph ist ein korrekter Binärbaum.

Mathematische Definition:

Es sei $V = \{ A, B, C, D, E, F, G \}$, $E = \{ a, b, c, d, e, f \}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f
$\Psi(x)$	(B,A)	(C,A)	(D,B)	(E,B)	(F,C)	(G,C)

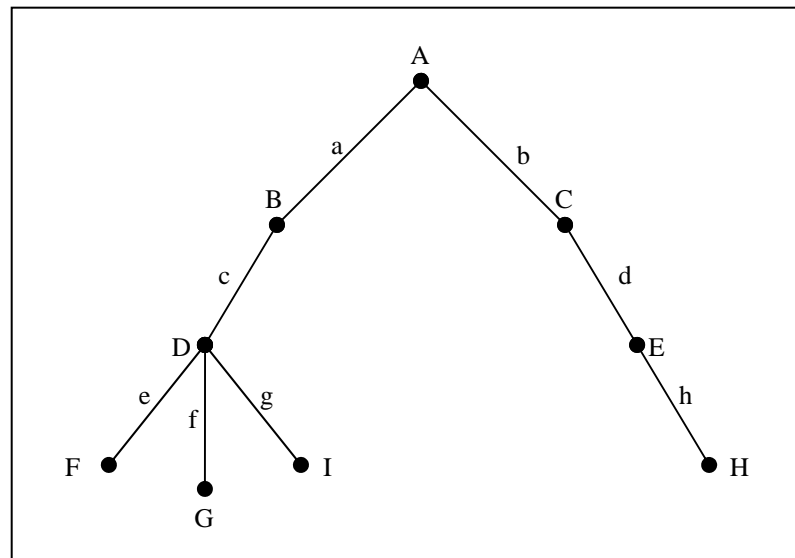
Definition mit Hilfe einer Adjazenzmatrix::

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	0	0
F	0	0	1	0	0	0	0
G	0	0	1	0	0	0	0

b.

Knoten	Vorgänger
A	{}
B	A
C	A
D	B
E	C
F	D
G	D
H	E
I	D

Definition mit Hilfe einer Skizze



Dieser Graph ist kein korrekter Binärbaum, denn der Punkt D hat mehr als zwei Nachfolger.

Mathematische Definition:

Es sei $V = \{ A, B, C, D, E, F, G, H, I \}$, $E = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$ und $\Psi: E \rightarrow P(V)$ mit folgender Wertetabelle gegeben:

x	a	b	c	d	e	f	g	h
$\Psi(x)$	(B,A)	(C,A)	(D,B)	(C,E)	(F,D)	(G,D)	(I,D)	(E,H)

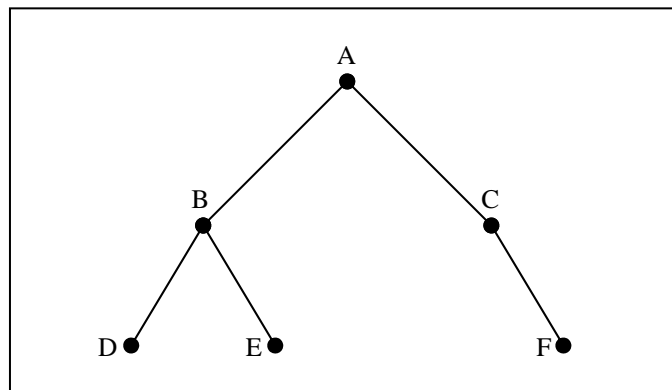
Definition mit Hilfe einer Adjazenzmatrix

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	1	0	0	0	0	0
G	0	0	0	1	0	0	0	0	0
H	0	0	0	0	1	0	0	0	0
I	0	0	0	1	0	0	0	0	0

6. Aufgabe

Durchsuchen Sie die folgenden Binärbäume alle sowohl mit Preorder als auch mit Postorder und mit Inorder und schreiben Sie die Knoten in der Reihenfolge auf, in der Sie sie jeweils durchlaufen:

a.

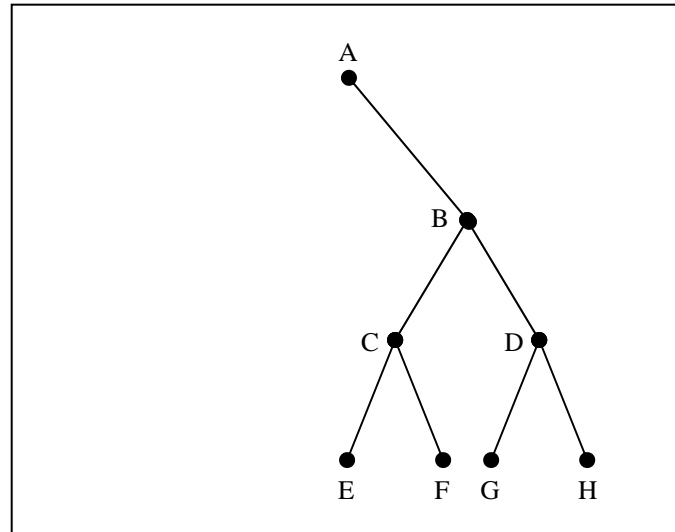


Preorder: A, B, D, E, C, F

Postorder: D, E, B, F, C, A

Inorder: D, B, E, A, C, F

b.

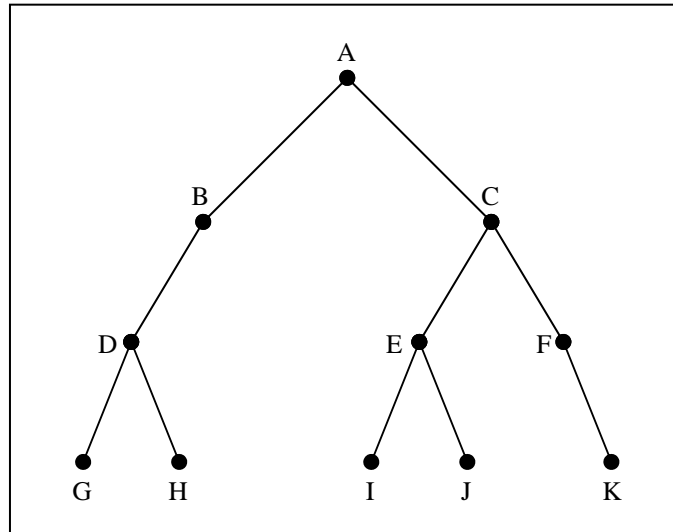


Preorder: A, B, C, E, F, D, G, H

Postorder: E, F, C, G, H, D, B, A

Inorder: A, E, C, F, B, G, D, H

c.



Preorder: A, B, D, G, H, C, E, I, J, F, K

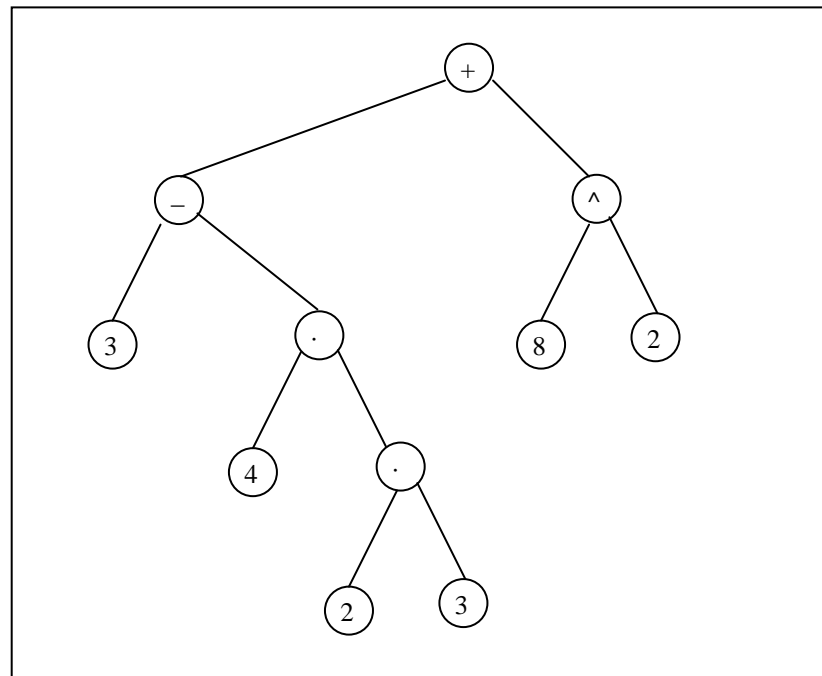
Postorder: G, H, D, B, I, J, E, K, F, C, A

Inorder: G, D, H, B, A, I, E, J, C, F, K

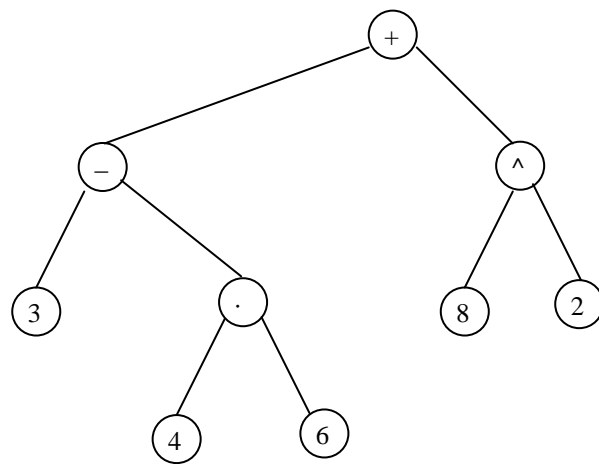
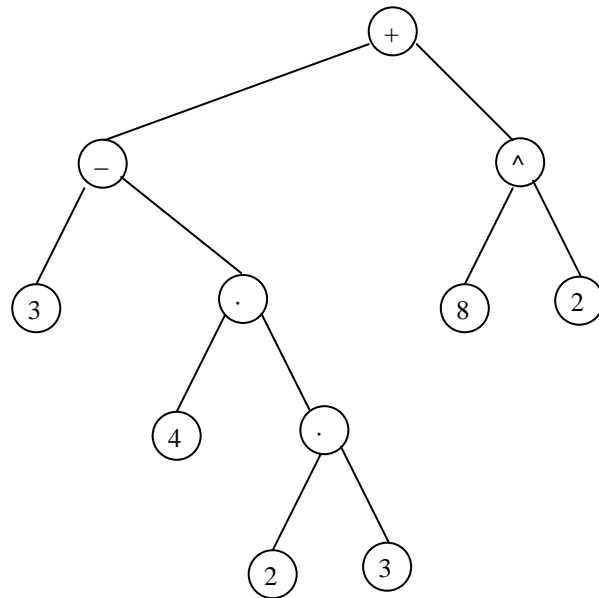
7. Aufgabe

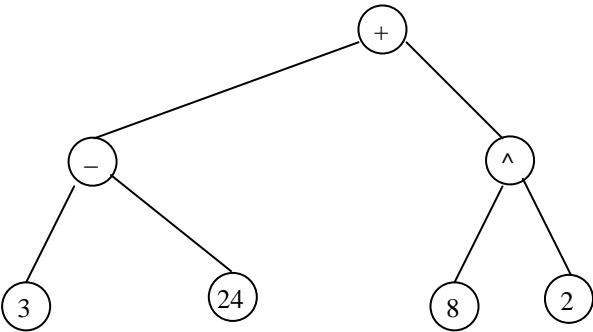
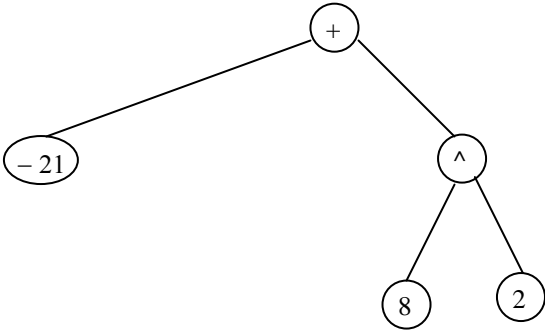
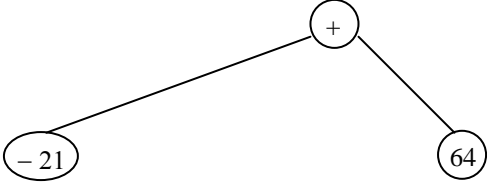

Von den folgenden 4 Parserbäumen sind 2 korrekt und auswertbar, zwei sind unkorrekt. Finden Sie heraus, welche unkorrekt sind und begründen Sie Ihr Resultat. Die korrekten Parserbäume werten Sie bitte bis zum entsprechenden numerischen Endergebnis aus. Schreiben Sie außerdem die jeweilige mathematische Formel hin, die in dem Parserbaum dargestellt wird.

a.

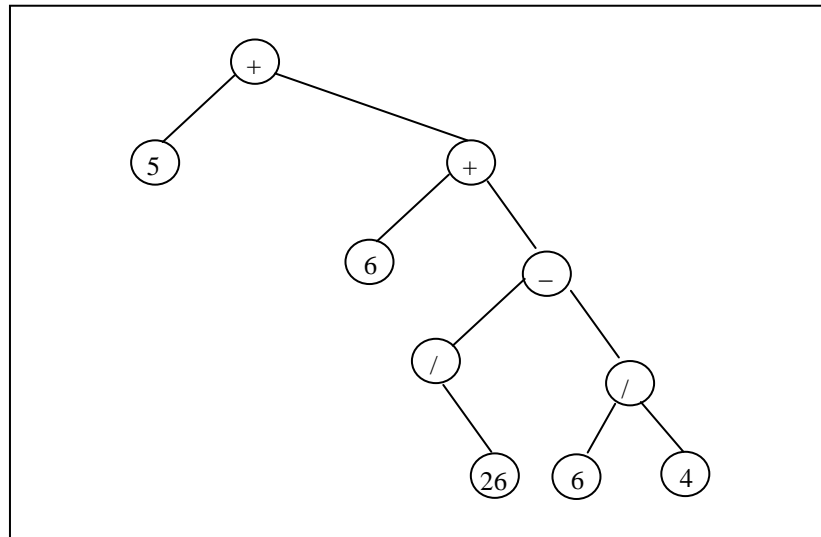


Dieser Parserbaum ist korrekt! Seine Auswertung verläuft entsprechend der Preorderverarbeitung:



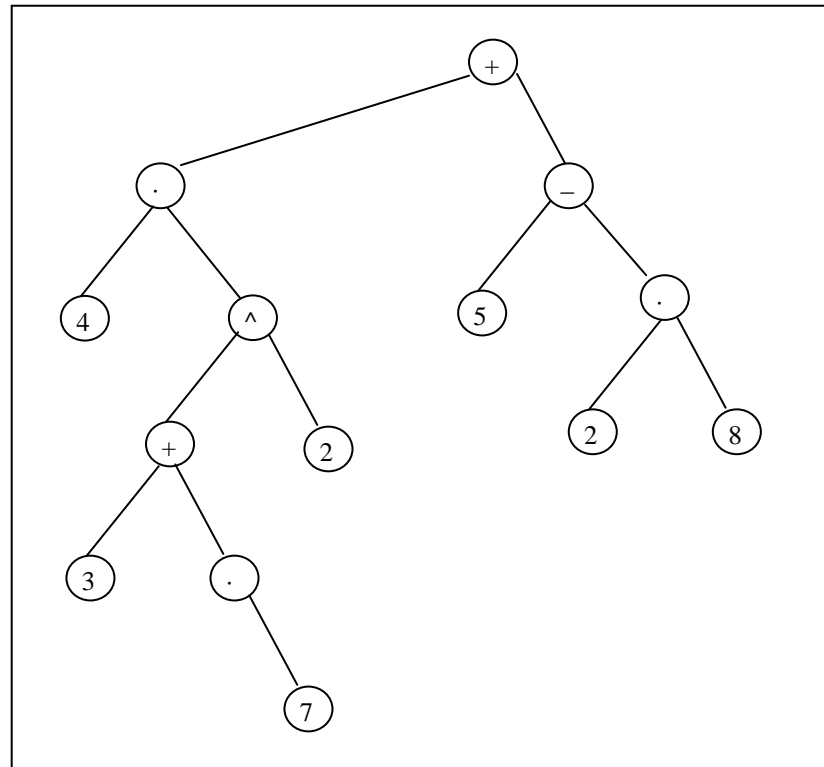
		
		
		
		

b.



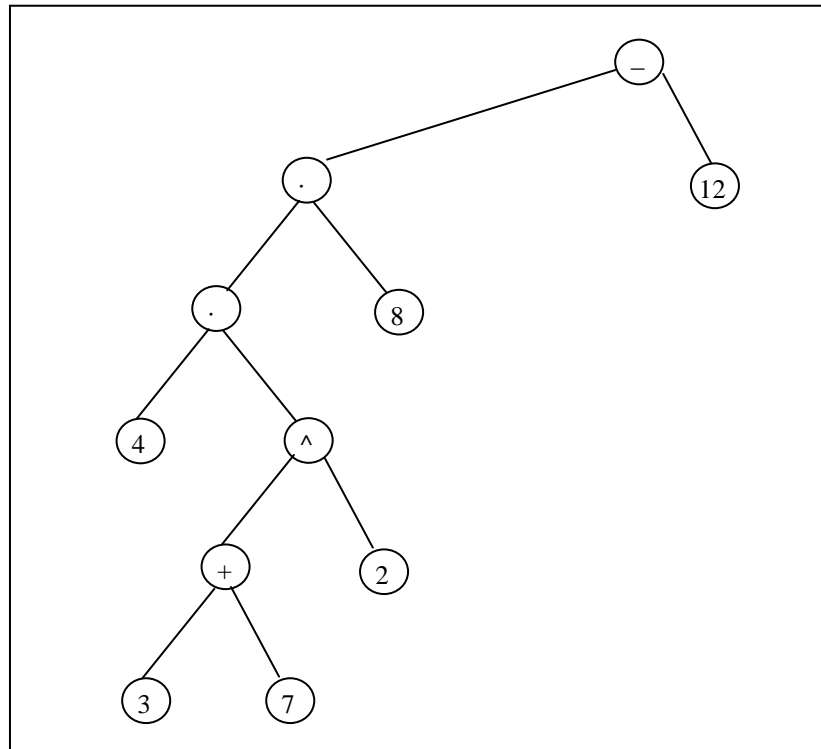
Dieser Parserbaum ist nicht korrekt, da ein Operatorknoten (/) nur einen Nachfolger, also nur einen Operanden hat.

c.

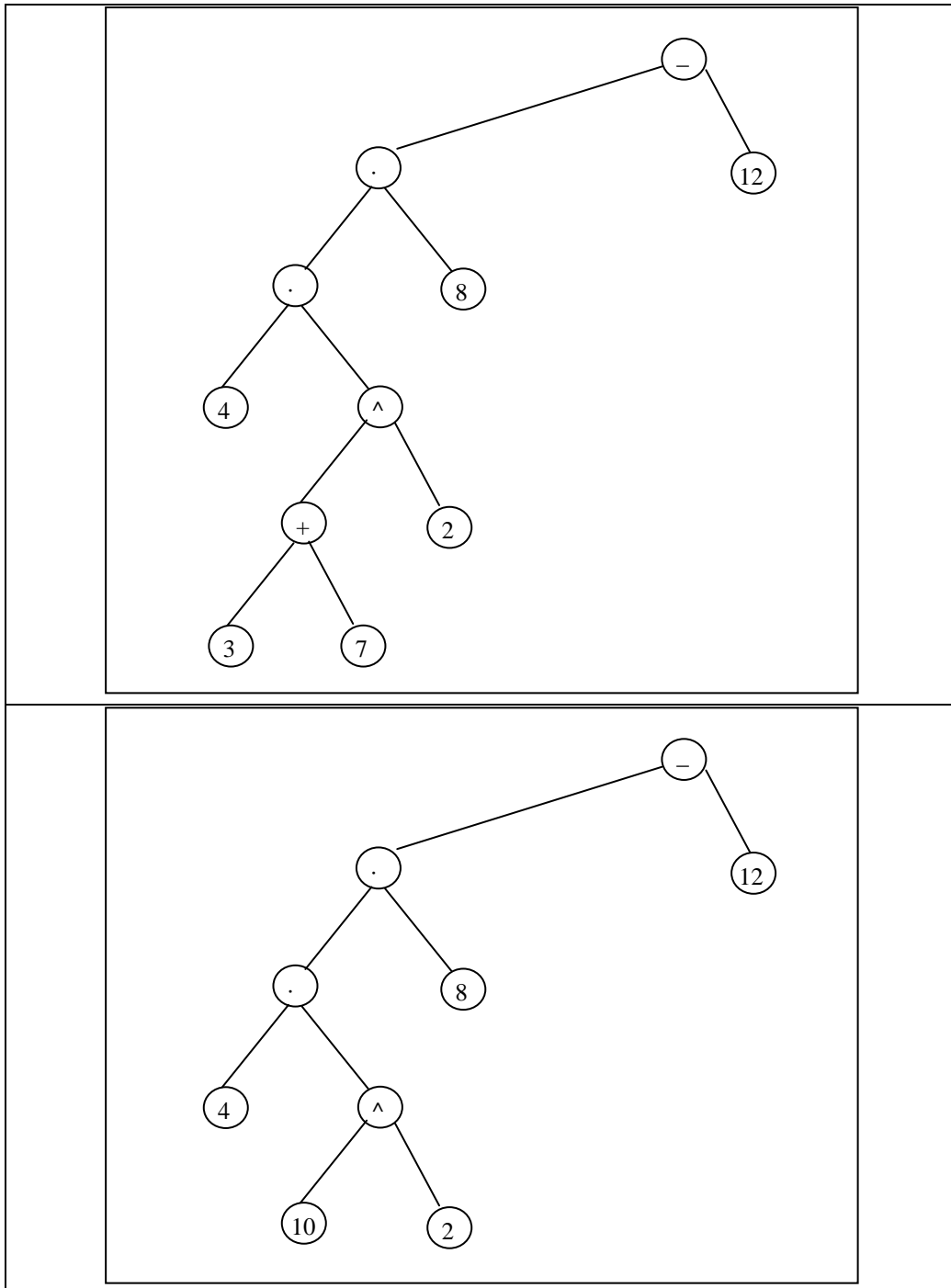


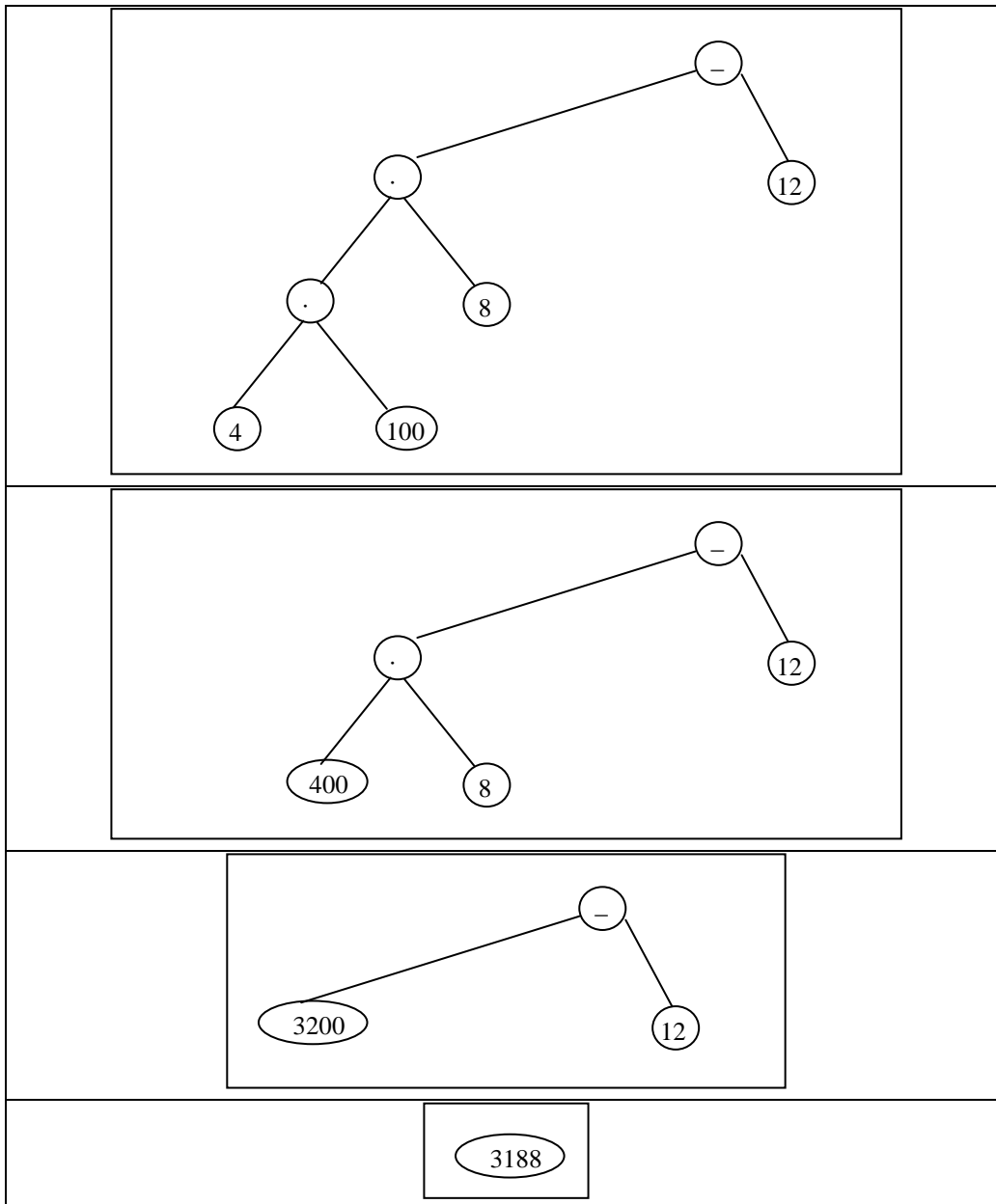
Auch dieser Parserbaum ist nicht korrekt, da ein Operatorknoten (\cdot) nur einen Nachfolger, also nur einen Operanden hat.

d.



Dieser Parserbaum ist korrekt! Seine Auswertung verläuft entsprechend der Preorderverarbeitung:

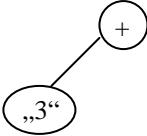
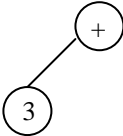
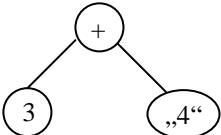
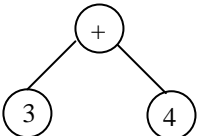





8. Aufgabe

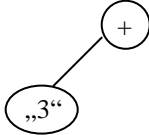
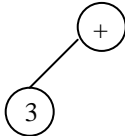
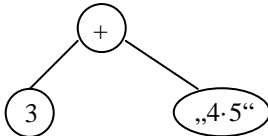
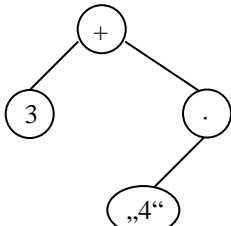
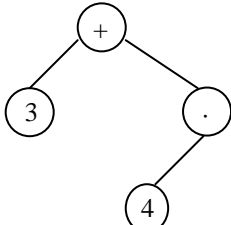
Bauen Sie die folgenden algebraischen Ausdrücke in einem Parser-Baum auf, werten Sie den Parserbaum mit dem von uns beschriebenen Algorithmus aus und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem hier angegebenen Wert.

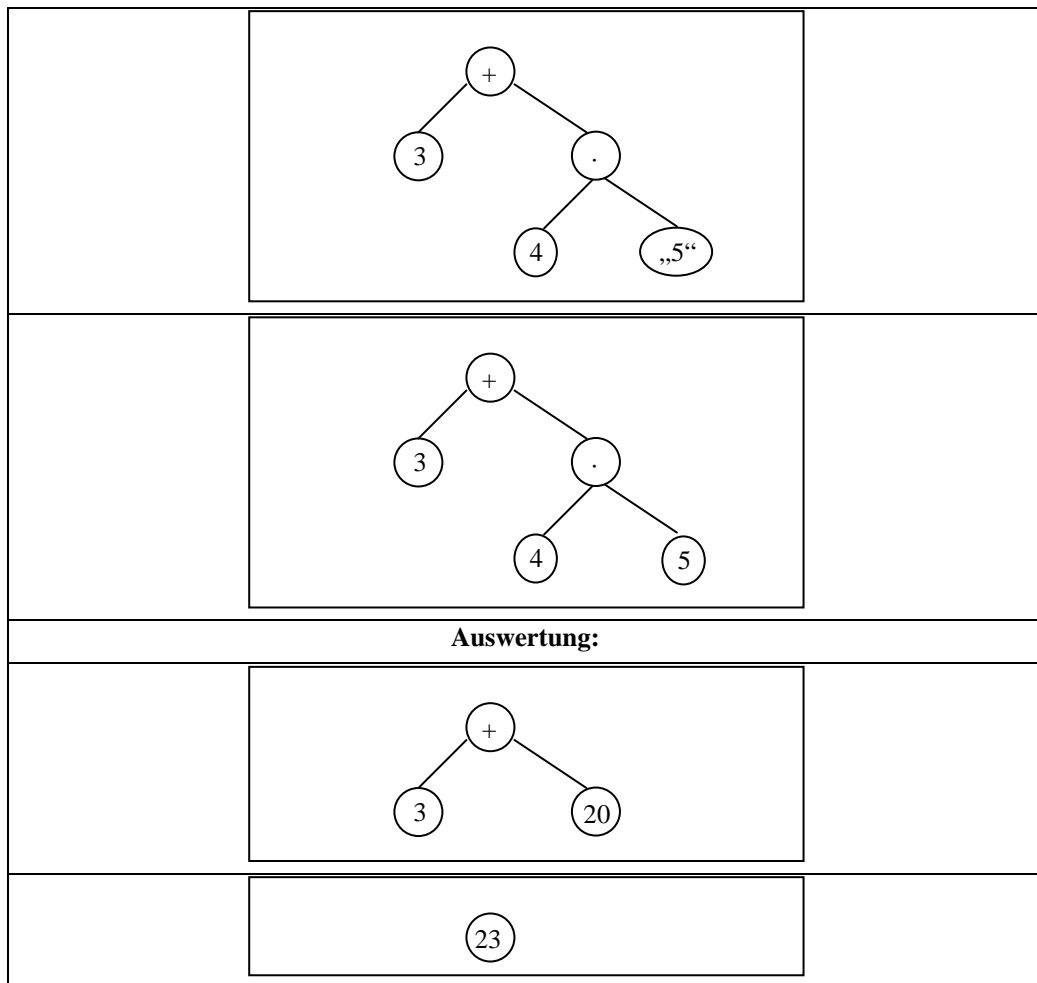
a. $3 + 4$ (= 7)

„3 + 4“		
„3+4“		
		
		
		
		
Auswertung		
		

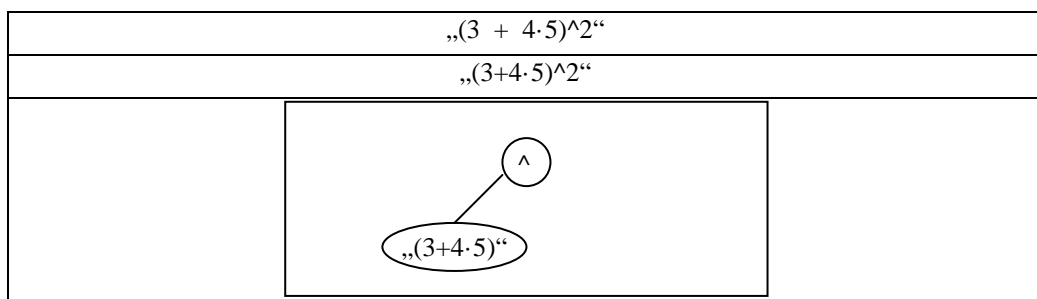
b. $3 + 4 \cdot 5$

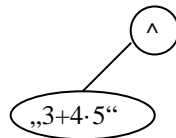
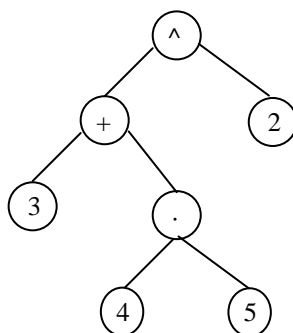
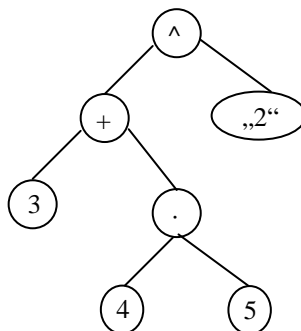
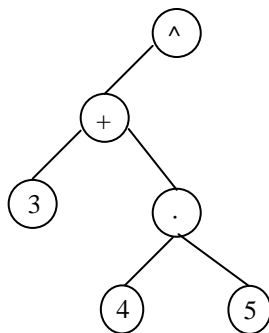
$(= 23)$

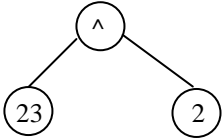

„3 + 4·5“	
„3+4·5“	
	
	
	
	
	



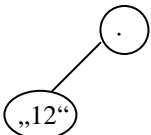
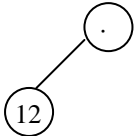
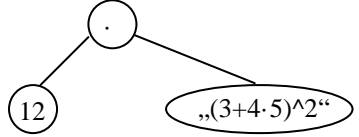
c. $(3 + 4 \cdot 5)^2$ (= 529)

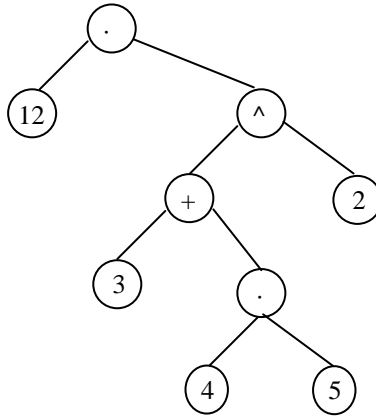


**Vergleiche Aufgabenteil b**

Auswertung:	
Vergleiche Aufgabenteil b	
	
	

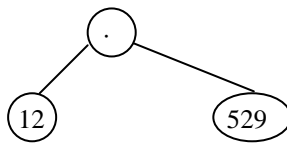
d. $12 \cdot (3 + 4 \cdot 5)^2$ (= 6348)

„12·(3 + 4·5)^2“	
„12·(3+4·5)^2“	
	
	
	
Vergleiche Aufgabenteil c:	



Auswertung:

Vergleiche Aufgabenteil c:

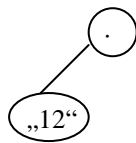


6348

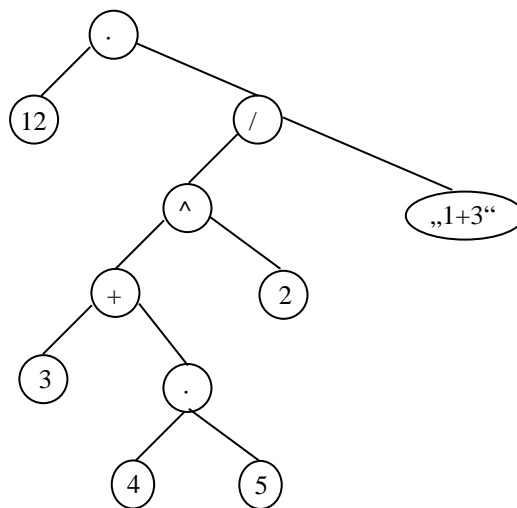
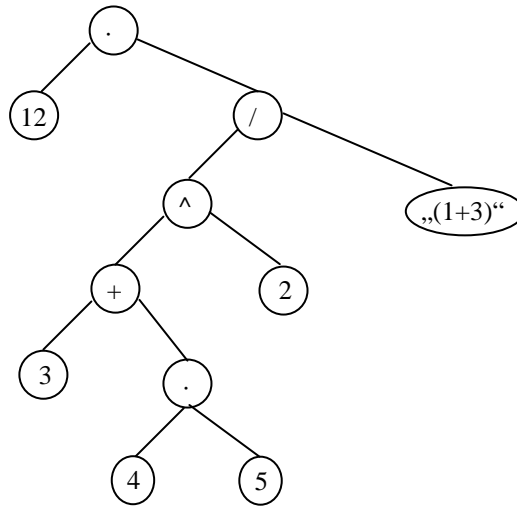
e. $12 \cdot (3 + 4 \cdot 5)^2 / (1 + 3)$ (= 1587)

„12·(3 + 4·5)^2 / (1 + 3)“

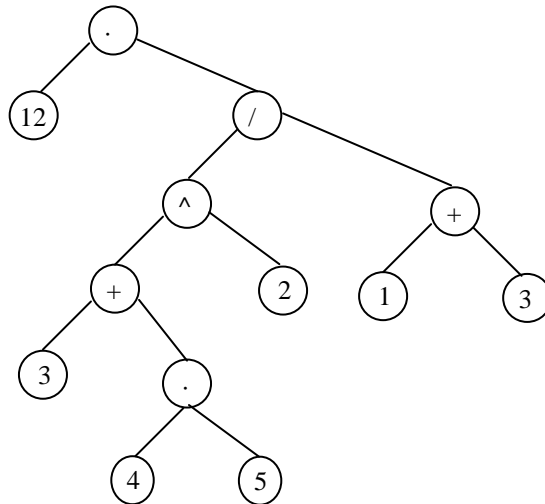
„12·(3+4·5)^2/(1+3)“



Vergleiche Aufgabenteil c:		

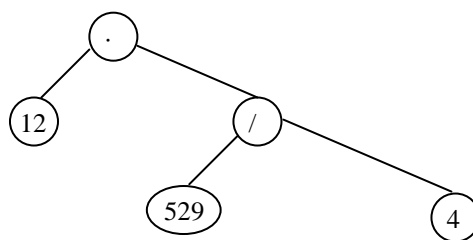
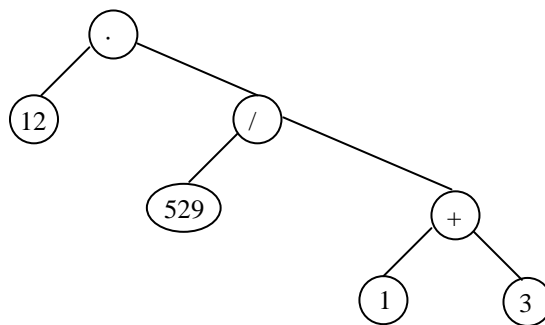


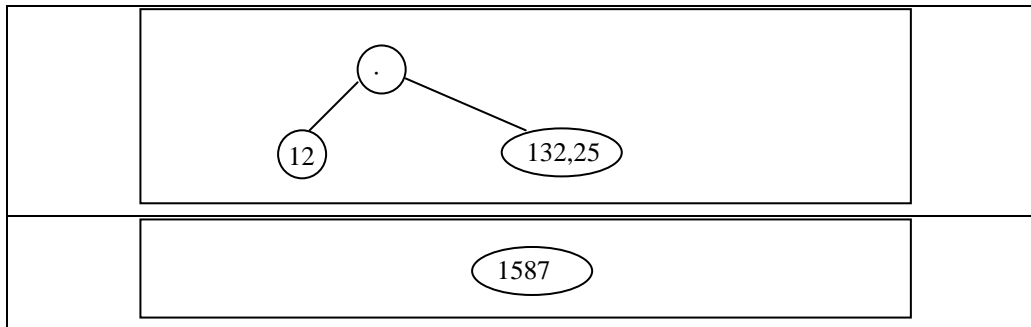
Vergleiche Aufgabenteil a:



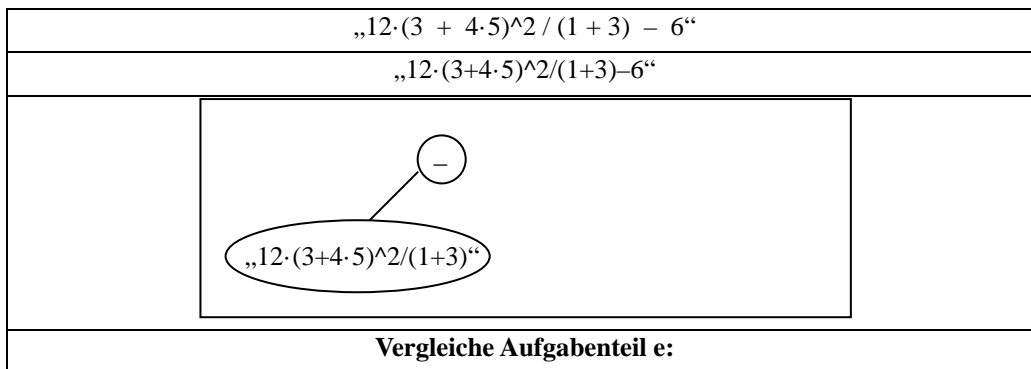
Auswertung:

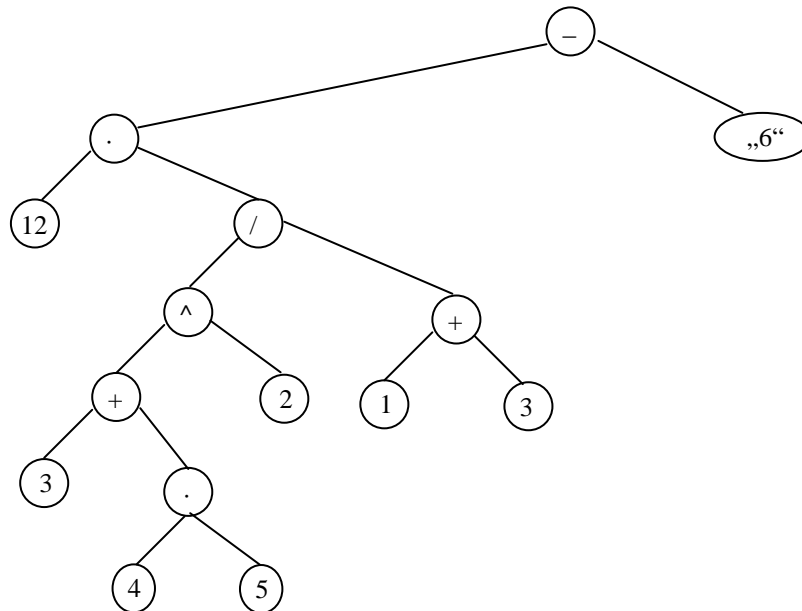
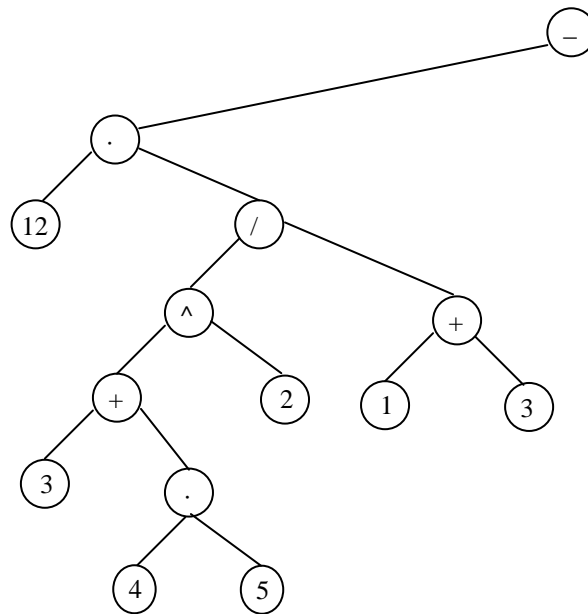
Vergleiche Aufgabenteil c:

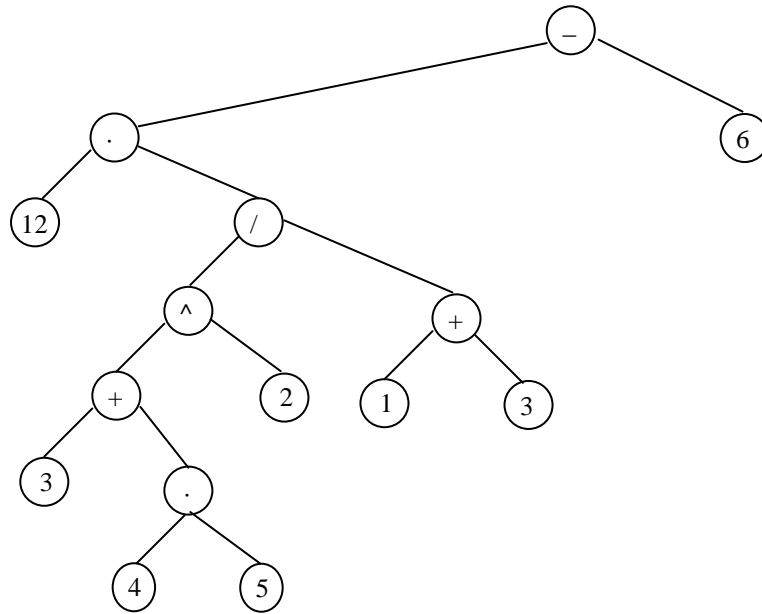




f. $12 \cdot (3 + 4 \cdot 5)^2 / (1 + 3) - 6$ (= 1581)

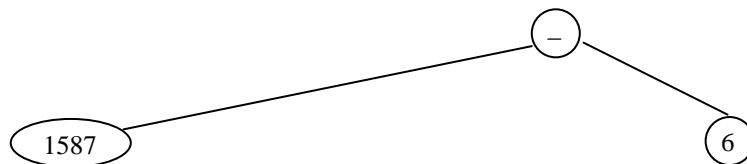






Auswertung:

Vergleiche Aufgabenteil e:



1581