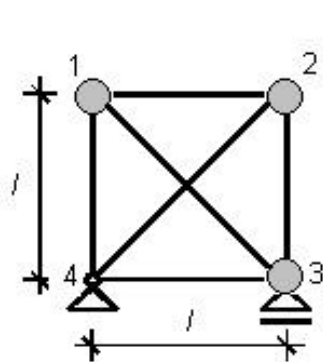
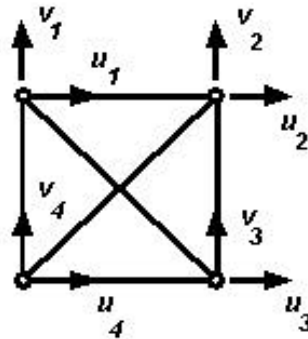


Matrizen Lösung von Eigenwertproblemen

Eigenschwingungen eines Fachwerks nach der Finite-Element-Methode



Fachwerk



Knotenverschiebungen

Systemkennwerte: $E := 2.1 \cdot 10^8$ $A := 0.004$ $l := 3$
 $m_1 := 20$ $m_2 := 40$ $m_3 := 10$

Gleichungssystem:

Nach der Finite-Element-Methode erhält man folgendes symmetrisches Eigenwertproblem:

$$K := \frac{E \cdot A}{l} \begin{pmatrix} 1.35355 & -0.35355 & -1 & 0 & -0.35355 \\ -0.35355 & 1.35355 & 0 & 0 & 0.35355 \\ -1 & 0 & 1.35355 & 0.35355 & 0 \\ 0 & 0 & 0.35355 & 1.35355 & 0 \\ -0.35355 & 0.35355 & 0 & 0 & 1.35355 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 3.79 & -0.99 & -2.8 & 0 & -0.99 \\ -0.99 & 3.79 & 0 & 0 & 0.99 \\ -2.8 & 0 & 3.79 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0 & 0.99 & 3.79 & 0 \\ -0.99 & 0.99 & 0 & 0 & 3.79 \end{pmatrix} 10^5$$

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Lösung des Eigenwertproblems

$\text{eig_wert} := \text{genwerte}(K, M)$ $\text{eig_form} := \text{genvektoren}(K, M)$

Eigenwerte:

$$i := 0..4 \quad \omega_i := \sqrt{\text{eig_wert}_i} \quad f_i := \frac{\omega_i}{2 \cdot \pi} \quad T_i := \frac{1}{f_i}$$

$\text{eig_wert} =$		0	10^4	$f =$		0	$T =$		0
	0	4.336			0	33.142		0	0.03
	1	0.201			1	7.135		1	0.14
	2	2.327			2	24.279		2	0.041
	3	0.984			3	15.788		3	0.063
	4	1.626			4	20.296		4	0.049

Eigenformen:

$\text{eig_form} =$		0	1	2	3	4
	0	0.27	-0.655	-0.708	0.32	0.143
	1	-0.243	-0.151	0.148	0.139	0.908
	2	-0.056	-0.69	0.371	0.136	-0.17
	3	$-4.095 \cdot 10^{-3}$	0.229	0.067	0.925	-0.062
	4	-0.93	-0.139	-0.579	0.064	-0.35

Generalisierte Massen

$$m_{\text{gen}_i} := \left(\sqrt{(\text{eig_form}^{(i)})^T \cdot M \cdot \text{eig_form}^{(i)}} \right)_0 \quad m_{\text{gen}} = \begin{pmatrix} 3.379 \\ 5.512 \\ 4.415 \\ 6.119 \\ 4.408 \end{pmatrix}$$

Normierte Eigenformen

$$\text{eig_form_normiert}^{(i)} := \frac{\text{eig_form}^{(i)}}{m_{\text{gen}_i}}$$

$$\text{eig_form_normiert} = \begin{pmatrix} 0.08 & -0.119 & -0.16 & 0.052 & 0.032 \\ -0.072 & -0.027 & 0.033 & 0.023 & 0.206 \\ -0.017 & -0.125 & 0.084 & 0.022 & -0.039 \\ -1.212 \times 10^{-3} & 0.042 & 0.015 & 0.151 & -0.014 \\ -0.275 & -0.025 & -0.131 & 0.01 & -0.079 \end{pmatrix}$$