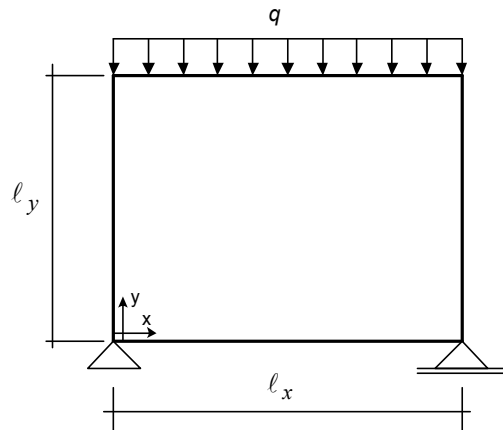


## Scheibe - Berechnung nach der Finite-Element-Methode



ORIGIN := 1



Abmessungen: Stützweite:  $l_x := 14$  Höhe:  $l_y := 14$   
Dicke:  $t := 0.5$   
Materialkennwerte: Elastizitätsmodul :  $E := 3 \cdot 10^7$   
Querdehnzahl:  $\nu := 0.2$   
Linienlast:  $q := -1000$

Anzahl der Knotenpunkte:  $n_{kn} := (n_x + 1) \cdot (n_y + 1)$   $n_{kn} = 81$

$$N_{kn}(i, j) := \begin{cases} j+1 & \text{if } i=2 \\ \left( \frac{l_y}{n_y} \cdot \text{trunc} \left( \frac{j}{n_x+1} \right) \right) & \text{if } i=1 \\ \left[ \frac{l_x}{n_x} \cdot \left[ j - \left[ \text{trunc} \left( \frac{j}{(n_x+1)} \right) \right] \cdot (n_x+1) \right] \right] & \text{if } i=0 \end{cases}$$

x-Koordinate:	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14
y-Koordinate:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25									
Numer:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35										

Elementtopologie:  $\text{Top} := \text{matrix}(n_{\text{el}}, 4, N_{\text{el}})$

$$\text{Top}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 & 46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 36 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 27 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 36 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 & 45 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 54 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 & 61 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 & 25 & 26 & 28 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 37 & 38 & 39 & 40 & 41 & 42 & 43 & 44 & 46 & 47 & 48 & 49 & 50 & 51 & 52 & 53 & 55 & 56 & 57 & 58 & 59 & 60 \end{pmatrix}$$

## Elementeigenschaften

Material- nummer	Elastizitäts- modul	Platten- dicke	Querdehn- zahl
---------------------	------------------------	-------------------	-------------------

```
material := (1 E t v )
```

Zuordnung der Elementeigenschaften zu den Elementen:

Materialnummern aller Elemente

$$\text{Nei}(i, j) := 1 \quad \text{matnr} := \text{matrix}(\text{nel}, 1, \text{Nei})$$

[illegible]

1

$$iel := 1 .. n_{el}$$
$$\text{Em}(\text{iel}) := \text{material}_{\text{matnr}_{\text{iel}}, 2} \quad \text{t}(\text{iel}) := \text{material}_{\text{matnr}_{\text{iel}}, 3}$$
$$\text{mue}(\text{iel}) := \text{material}_{\text{matnr}_{\text{iel}}, 4}$$


Festhaltungen:

Knoten Flag-x Flag-y

Flag-Werte:

1 - festgehaltener Freiheitsgrad

0 - frei

$$\text{Fest} := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ n_x + 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Fest} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 9 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Knotennummern müssen in aufsteigender Reihenfolge sein!!!*

$$\text{fak\_max} := 0.05$$



$$N_{x\_el}(i, j) := \begin{cases} i\_el \leftarrow \text{trunc}\left(\frac{i+1}{6}\right) + 1 \\ \text{if } i\_el \neq (n_{el} + 1) \\ \left| \begin{array}{l} -10^{12} \text{ if } \left(\text{trunc}\left(\frac{i+1}{6}\right) = \frac{i+1}{6}\right) \\ \text{Knoten}_{1, \text{Top}_{i\_el, 1}} \text{ if } i = (i\_el - 1) \cdot 6 + 4 \\ \text{Knoten}_{1, \text{Top}_{i\_el, i-(i\_el-1) \cdot 6+1}} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{return } -10^{12} \text{ if } [(Em(i\_el) = 0) + (t(i\_el) = 0)] \\ -10^{12} \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$N_{y\_el}(i, j) := \begin{cases} i\_el \leftarrow \text{trunc}\left(\frac{i+1}{6}\right) + 1 \\ \text{if } i\_el \neq (n_{el} + 1) \\ \left| \begin{array}{l} -10^{12} \text{ if } \left(\text{trunc}\left(\frac{i+1}{6}\right) = \frac{i+1}{6}\right) \\ \text{Knoten}_{2, \text{Top}_{i\_el, 1}} \text{ if } i = (i\_el - 1) \cdot 6 + 4 \\ \text{Knoten}_{2, \text{Top}_{i\_el, i-(i\_el-1) \cdot 6+1}} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{return } -10^{12} \text{ if } [(Em(i\_el) = 0) + (t(i\_el) = 0)] \\ -10^{12} \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$x_{el} := \text{matrix}(6 \cdot n_{el}, 1, N_{x\_el}) \quad y_{el} := \text{matrix}(6 \cdot n_{el}, 1, N_{y\_el})$$

$$x_{nm} := (Knoten^T)^{\langle 1 \rangle} \quad y_{nm} := (Knoten^T)^{\langle 2 \rangle}$$

$$\begin{pmatrix} x_{\max} & x_{\min} \\ y_{\max} & y_{\min} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \max(x_{nm}) & \min(x_{nm}) \\ \max(y_{nm}) & \min(y_{nm}) \end{pmatrix}$$

$$\max_{\text{tot}} := \max(|x_{\max}| \quad |y_{\max}| \quad |x_{\min}| \quad |y_{\min}|)$$

$$x_{\max} := x_{\max} + fak_{\max} \cdot \max_{\text{tot}}$$

$$y_{\max} := y_{\max} + fak_{\max} \cdot \max_{\text{tot}}$$

$$x_{\min} := x_{\min} - fak_{\max} \cdot \max_{\text{tot}}$$

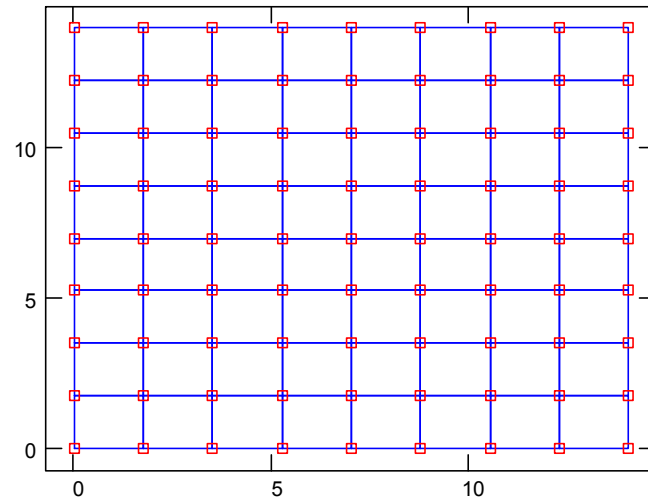
$$y_{\min} := y_{\min} - fak_{\max} \cdot \max_{\text{tot}}$$

Schleife über Knoten:       $ik := 1, 2 .. n_{kn}$

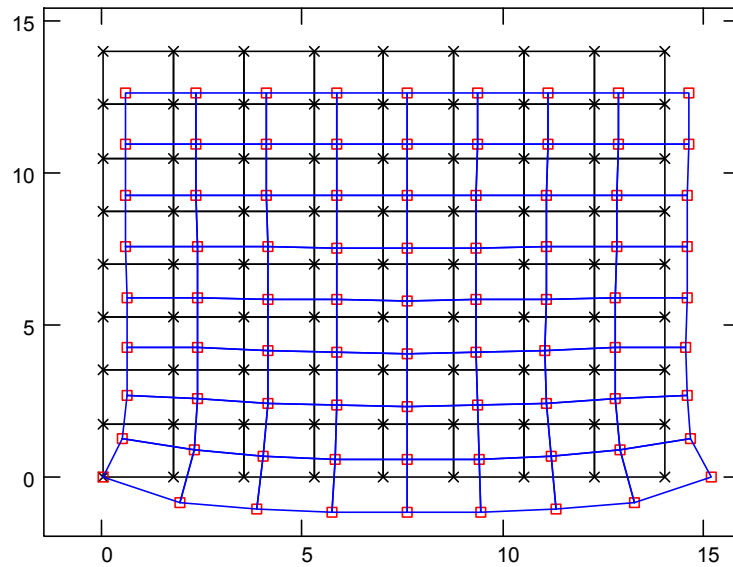
Schleife über Elemente:       $ie := 1, 2 .. 6 \cdot n_{el}$



**Elementnetz**



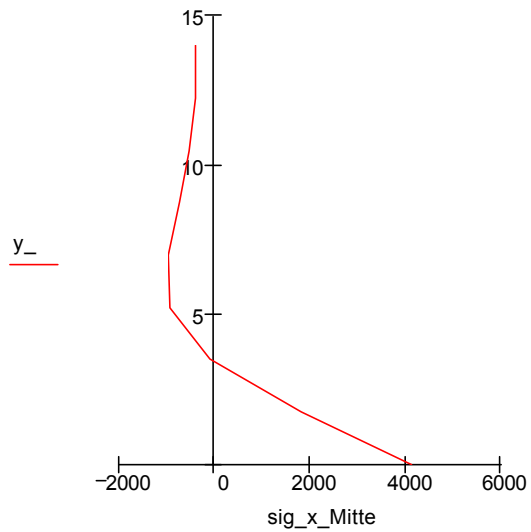
**Verformte Geometrie**



## Spannungen

Spannungen in x-Richtung in einem vertikalen Schnitt

$\frac{n_x}{2} = 4$  -tes Element in jeder Reihe bei  $x = x_S = 7$



Spannung am oberen Rand:  $\sigma_{x\_oben} = -409.41$

Spannung am unteren Rand:  $\sigma_{x\_unten} = 4110.81$

Maximale Spannung:  $\max(\sigma_{x\_Mitte}) = 4110.81$

Minimale Spannung:  $\min(\sigma_{x\_Mitte}) = -972.82$



Ermittlung der Nullstelle des Spannungsverlaufs und der Resultierenden  
 Zug- und Druckkräfte:

$$\text{sigx}(y) := \text{linterp}(y_{-}, \text{sig\_x\_Mitte}, y)$$

$$y_0 := \text{wurzel}(\text{sigx}(y), y, 0, l_y)$$

Nullstelle der Spannungen bei  $y_0 = 3.4$

$$\text{Resultierende Druckkraft: } D_{\text{res}} := \int_{y_0}^{l_y} \text{sigx}(y) \, dy \quad D_{\text{res}} = -6758.0$$

$$\text{Resultierende Zugkraft: } Z_{\text{res}} := \int_0^{y_0} \text{sigx}(y) \, dy \quad Z_{\text{res}} = 6657.4$$

$$\text{Numerischer Fehler: } \left| \frac{D_{\text{res}}}{Z_{\text{res}}} - 1 \right| = 0.02$$

25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	
25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	8.75	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	12.25	1
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	

52 53 55 56 57 58 59 60 61 62 64 65 66 67 68 69 70 71 )  
53 54 56 57 58 59 60 61 62 63 65 66 67 68 69 70 71 72 )  
62 63 65 66 67 68 69 70 71 72 74 75 76 77 78 79 80 81 )  
61 62 64 65 66 67 68 69 70 71 73 74 75 76 77 78 79 80 )

)

## Scheibe - Berechnung nach der Finite-Element-Methode

1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14	0	1.75	3.5	5.25	7	8.75	10.5	12.25	14
2.25	12.25	12.25	12.25	12.25	12.25	12.25	12.25	14	14	14	14	14	14	14	14	14
65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81