

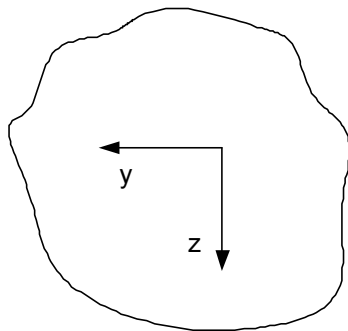
## Summen und Reihen

### Numerische Berechnung von Flächen und Flächenmomenten



#### Koordinaten

Polygonartig umrandete Flächen mit n Eckpunkten werden im Gegenuhrzeigersinn umfahren, Aussparungen im Uhrzeigersinn.



$$y := \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 27 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$z := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 10 \\ 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix}$$

#### Vorwerte

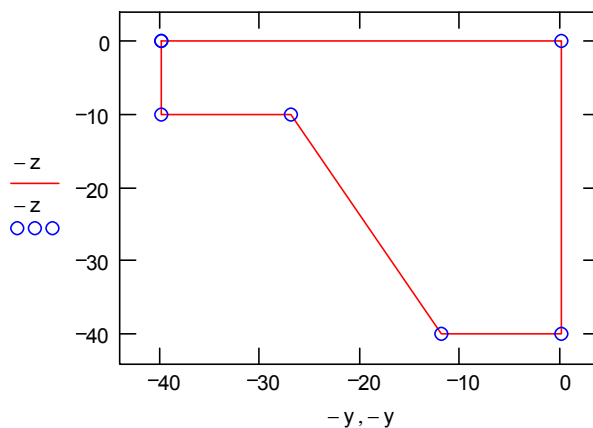
$$n := \text{zeilen}(y)$$

$$y := \text{stapeln}(y, y_1)$$

$$z := \text{stapeln}(z, z_1)$$

Anzahl der Polygonpunkte:  $n = 6$

Querschnitt:



#### Fläche und Flächenmomente erster Ordnung

$$A := \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_{i+1} - z_i \cdot y_{i+1})$$

$$A = 985$$

$$S_y := \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_{i+1} - z_i \cdot y_{i+1}) \cdot (z_i + z_{i+1}) \quad S_y = 1.55 \times 10^4$$

$$S_z := \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_{i+1} - z_i \cdot y_{i+1}) \cdot (y_i + y_{i+1}) \quad S_z = 1.399 \times 10^4$$

Schwerpunktkoordinaten

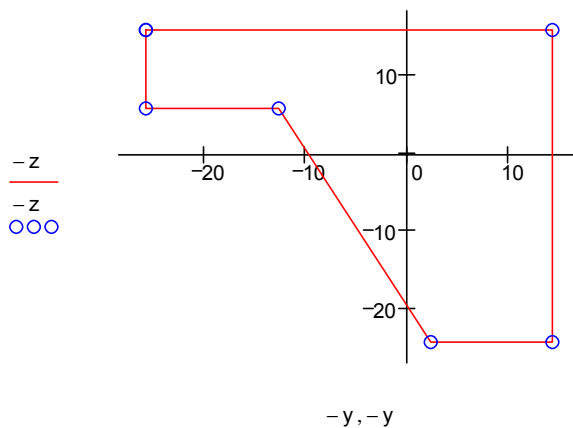
$$y_s := \frac{S_z}{A} \quad y_s = 14.198 \quad z_s := \frac{S_y}{A} \quad z_s = 15.736$$

**Flächenmomente zweiter Ordnung, bezogen auf den Schwerpunkt**

$$l(x, y) := 1 \quad y := y - y_s \cdot \text{matrix}(n + 1, 1, l) \quad z := z - z_s \cdot \text{matrix}(n + 1, 1, l)$$



Koordinaten im Schwerpunkt



$$I_y := \frac{1}{12} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_{i+1} - z_i \cdot y_{i+1}) \cdot \left[ (z_i)^2 + z_i \cdot z_{i+1} + (z_{i+1})^2 \right]$$

$$I_z := \frac{1}{12} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_{i+1} - z_i \cdot y_{i+1}) \cdot \left[ (y_i)^2 + y_i \cdot y_{i+1} + (y_{i+1})^2 \right]$$

$$I_{yz} := \frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i \cdot z_{i+1} - z_i \cdot y_{i+1}) \cdot (2 \cdot y_i \cdot z_i + y_i \cdot z_{i+1} + z_i \cdot y_{i+1} + 2 \cdot y_{i+1} \cdot z_{i+1})$$

$$I_y = 1.227 \times 10^5$$

$$I_z = 9.989 \times 10^4$$

$$I_{yz} = -5.238 \times 10^4$$