Matrizen, Determinanten, Gleichungssysteme
Matrizenoperationen beim Übertragungsmatrizenverfahren

Arithmetische Operationen

ORIGIN := 1

Definition einer Matrix als Funktion

$$A(l, EI) := \begin{pmatrix} 1 & l & -\frac{l^2}{2\cdot EI} & -\frac{l^3}{6\cdot EI} \\ 0 & 1 & -\frac{l}{EI} & -\frac{l^2}{2\cdot EI} \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A(8,1) = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -32 & -85.333 \\ 0 & 1 & -8 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrizenoperationen: Übertragung des Zustandsvektors über einen Abschnitt:

$$A_{ab} := A(8,1) \qquad Z_a := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -26.667 \\ 7.222 \end{pmatrix} \qquad L_b := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -15 \end{pmatrix}$$

$$Z_b := A_{ab}\cdot Z_a + L_b \qquad Z_b = \begin{pmatrix} 237.067 \\ -17.768 \\ 31.109 \\ -7.778 \end{pmatrix}$$

Anwendung von Matrizenfunktionen

LÖSUNG DES GLEICHUNGSSYSTEMS BEIM ÜBERTRAGUNGSMATRIZENVERFAHREN

$$X_a(Z_{ende}, Z, L) := \text{submatrix}\left[\text{erweitern}(Z, -Z_{ende})^{-1}\cdot(-L), 1, 2, 1, 1\right]$$

$$X_e(Z_{ende}, Z, L) := \text{submatrix}\left[\text{erweitern}(Z, -Z_{ende})^{-1}\cdot(-L), 3, 4, 1, 1\right]$$

Beispiel:

$$Z_c := \begin{pmatrix} -72 & -288 \\ -12 & -72 \\ 1 & 12 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L_c := \begin{pmatrix} 160 \\ 120 \\ -60 \\ -15 \end{pmatrix} \qquad Z_{ende} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 1: erweitern

$$\text{erweitern}(Z_c, -Z_{ende}) = \begin{pmatrix} -72 & -288 & 0 & 0 \\ -12 & -72 & -1 & 0 \\ 1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2: Inversion der Koeffizientenmatrix

$$\mathrm{erweitern}\left(Z_C, -Z_{ende}\right)^{-1} = \begin{pmatrix} -0.021 & 0 & -0.5 & 0 \\ 1.736\times 10^{-3} & 0 & 0.125 & 0 \\ 0.125 & -1 & -3 & 0 \\ 1.736\times 10^{-3} & 0 & 0.125 & -1 \end{pmatrix}$$

Schritt 3: Multiplikation mit "rechter Seite"

$$\mathrm{erweitern}\left(Z_C, -Z_{ende}\right)^{-1}\cdot\left(-L_C\right) = \begin{pmatrix} -26.667 \\ 7.222 \\ -80 \\ -7.778 \end{pmatrix}$$

Schritt 4: Untermatrix mit den ersten beiden Vektorelementen bilden

$$\mathrm{submatrix}\left[\mathrm{erweitern}\left(Z_C, -Z_{ende}\right)^{-1}\cdot\left(-L_C\right), 1, 2, 1, 1\right] = \begin{pmatrix} -26.667 \\ 7.222 \end{pmatrix}$$

Anwendung der Funktionen X_a und X_e:

$$X_a\left(Z_{ende}, Z_C, L_C\right) = \begin{pmatrix} -26.667 \\ 7.222 \end{pmatrix}$$

$$X_e\left(Z_{ende}, Z_C, L_C\right) = \begin{pmatrix} -80 \\ -7.778 \end{pmatrix}$$