Durchlaufträger
Symbolische Lösung der Dreimomentengleichung für den Dreifeldträger mit feldweise konstanter Streckenlast

$$2\cdot(\ell_1+\ell_2)\cdot M_b+\ell_2\cdot M_c=-\ell_1\cdot R_1-\ell_2\cdot L_2$$
$$\ell_2\cdot M_b+2\cdot(\ell_2+\ell_3)\cdot M_c=-\ell_2\cdot R_2-\ell_3\cdot L_3$$

Lösung durch symbolisches Invertieren der Matrix und Multiplikation mit dem Vektor der rechten Seite:

$$\begin{bmatrix} 2\cdot(l_1+l_2) & l_2 \\ l_2 & 2\cdot(l_2+l_3)\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-l_1\cdot R_1-l_2\cdot L_2\\ -l_2\cdot R_2-l_3\cdot L_3\end{pmatrix}\text{ vereinfachen }\rightarrow\begin{bmatrix}\dfrac{-\left(2\cdot l_2\cdot l_1\cdot R_1+2\cdot l_2^2\cdot L_2+2\cdot l_3\cdot l_1\cdot R_1+2\cdot l_3\cdot l_2\cdot L_2-l_2^2\cdot R_2-l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\\ \dfrac{-\left(-l_2\cdot l_1\cdot R_1-l_2^2\cdot L_2+2\cdot l_1\cdot l_2\cdot R_2+2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3+2\cdot l_2^2\cdot R_2+2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\end{bmatrix}$$

Die Lastglieder werden nun durch die entprechenden Ausdrücke für Gleichlasten ersetzt und das Ergebnis wieder vereinfacht:

$$\begin{bmatrix}\dfrac{-\left(2\cdot l_2\cdot l_1\cdot R_1+2\cdot l_2^2\cdot L_2+2\cdot l_3\cdot l_1\cdot R_1+2\cdot l_3\cdot l_2\cdot L_2-l_2^2\cdot R_2-l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\\ \dfrac{-\left(-l_2\cdot l_1\cdot R_1-l_2^2\cdot L_2+2\cdot l_1\cdot l_2\cdot R_2+2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3+2\cdot l_2^2\cdot R_2+2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\end{bmatrix}\text{ ersetzen}, R_1=\frac{q_1\cdot l_1^2}{4}\rightarrow\begin{bmatrix}\dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-2\cdot l_2^2\cdot L_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-2\cdot l_3\cdot l_2\cdot L_2+l_2^2\cdot R_2+l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1+l_2^2\cdot L_2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot R_2-2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3-2\cdot l_2^2\cdot R_2-2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-2\cdot l_2^2\cdot L_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-2\cdot l_3\cdot l_2\cdot L_2+l_2^2\cdot R_2+l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1+l_2^2\cdot L_2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot R_2-2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3-2\cdot l_2^2\cdot R_2-2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\end{bmatrix}\text{ ersetzen}, L_2=\frac{q_2\cdot l_2^2}{4}\rightarrow\begin{bmatrix}\dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_2^3\cdot q_2+l_2^2\cdot R_2+l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1+\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot R_2-2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3-2\cdot l_2^2\cdot R_2-2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_2^3\cdot q_2+l_2^2\cdot R_2+l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1+\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot R_2-2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3-2\cdot l_2^2\cdot R_2-2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \end{bmatrix} \text{ersetzen}, R_2=\frac{q_2\cdot l_2^2}{4} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_2^3\cdot q_2+l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_1\cdot l_2^3\cdot q_2-2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3-2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_2^3\cdot q_2+l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_1\cdot l_2^3\cdot q_2-2\cdot l_1\cdot l_3\cdot L_3-2\cdot l_2\cdot l_3\cdot L_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \end{bmatrix} \text{ersetzen}, L_3=\frac{q_3\cdot l_3^2}{4} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{\left(\frac{-1}{2}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{2}\cdot l_3\cdot l_2^3\cdot q_2+\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_3^3\cdot q_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \\ \dfrac{\left(\frac{1}{4}\cdot l_2\cdot l_1^3\cdot q_1-\frac{1}{4}\cdot l_2^4\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_1\cdot l_2^3\cdot q_2-\frac{1}{2}\cdot l_1\cdot l_3^3\cdot q_3-\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot l_3^3\cdot q_3\right)}{\left(4\cdot l_1\cdot l_2+4\cdot l_1\cdot l_3+3\cdot l_2^2+4\cdot l_2\cdot l_3\right)} \end{bmatrix}$$