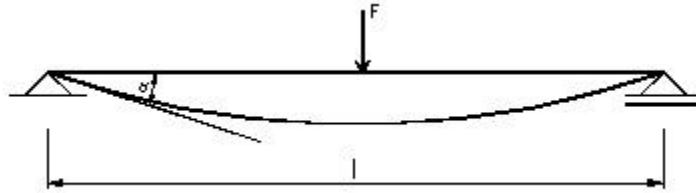


Beispiel zur Fehlerfortpflanzung

Ein beidseitig gelenkig gelagerter Stab der Länge l mit quadratischem Querschnitt (Kantenlänge $a \ll l$) wird in der Mitte mit einer Kraft F belastet. Der Elastizitätsmodul des Stabes soll durch Messung des Winkels α bestimmt werden.



Die folgenden Werte für l_m , a_m , F_m , α_m wurden durch Messungen ermittelt. δl , δa , δF , $\delta \alpha$ geben eine obere Schranke für den absoluten Fehler an (vgl. [4-9]):

$$l_m := 100 \text{ cm}$$

$$\delta l := 0.01 \text{ cm}$$

$$a_m := 1 \text{ cm}$$

$$\delta a := 0.01 \text{ cm}$$

$$F_m := 120 \text{ N}$$

$$\delta F := 0.96 \text{ N}$$

$$\alpha_m := 0.017$$

$$\delta \alpha := 0.000085$$

Gesucht ist eine Schätzung für den absoluten Fehler F_a und den relativen Fehler F_r bei der Berechnung des Elastizitätsmoduls E .

Für den Winkel α gilt:

$$\tan(\alpha) = \frac{F \cdot l^2}{16 \cdot E \cdot a}$$

Daraus ergibt sich für den Elastizitätsmodul E :

$$E(l, a, F, \alpha) := \left(\frac{3 \cdot l^2}{4 \cdot a^4} \cdot F \cdot \cot(\alpha) \right)$$

Einsetzen der gemessenen Größen liefert:

$$E(l_m, a_m, F_m, \alpha_m) = 5.29 \times 10^{11} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Der **absolute Fehler** beträgt:

$$F_a(l, a, F, \alpha) := \left| \frac{\partial}{\partial l} E(l, a, F, \alpha) \right| \cdot \delta l + \left| \frac{\partial}{\partial a} E(l, a, F, \alpha) \right| \cdot \delta a + \left| \frac{\partial}{\partial F} E(l, a, F, \alpha) \right| \cdot \delta F + \left| \frac{\partial}{\partial \alpha} E(l, a, F, \alpha) \right| \cdot \delta \alpha$$

$$F_a(l_m, a_m, F_m, \alpha_m) = 28162.50 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Für den **relativen Fehler** ergibt sich:

$$F_r(l, a, F, \alpha) := \frac{F_a(l, a, F, \alpha)}{E(l, a, F, \alpha)}$$

$$F_r(l_m, a_m, F_m, \alpha_m) = 0.05$$