

## Integration

### Symbolische Integration zur Ermittlung der Steifigkeitsmatrix der Stütze einer Flachdecke

ORIGIN := 1

#### Matrix A des Koppelfederelements

Formfunktionen: 
$$N(r, s) := \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} (1+r) \cdot (1+s) \\ (1-r) \cdot (1+s) \\ (1-r) \cdot (1-s) \\ (1+r) \cdot (1-s) \end{bmatrix}$$

#### Jakobi-Determinante:

$$J(r, s, x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4) := \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} (1+s) \cdot x_1 - (1-s) \cdot x_2 - (1-s) \cdot x_3 + (1-s) \cdot x_4 & (1+s) \cdot y_1 - (1+s) \cdot y_2 - (1-s) \cdot y_3 + (1-s) \cdot y_4 \\ (1+r) \cdot x_1 + (1-r) \cdot x_2 - (1-r) \cdot x_3 - (1+r) \cdot x_4 & (1+r) \cdot y_1 + (1-r) \cdot y_2 - (1-r) \cdot y_3 - (1+r) \cdot y_4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(r, s, x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4) := |J(r, s, x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4)|$$

#### Matrizenelemente:

Element (i,j) der Matrix A:

$$i := 1 \quad j := 1$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N(r, ss)_i \cdot N(r, ss)_j \cdot \text{Det}(r, ss, x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4) \, dr \, dss \rightarrow \frac{1}{12} \cdot x_1 \cdot y_2 - \frac{1}{12} \cdot x_1 \cdot y_4 - \frac{1}{12} \cdot x_2 \cdot y_1 + \frac{1}{18} \cdot x_2 \cdot y_4 + \frac{1}{36} \cdot x_2 \cdot y_3 + \frac{1}{36} \cdot x_3 \cdot y_4 - \frac{1}{36} \cdot x_3 \cdot y_2 + \frac{1}{12} \cdot x_4 \cdot y_1 - \frac{1}{36} \cdot x_4$$

$$y^3 - \frac{1}{18} \cdot x^4 \cdot y^2$$