Lösung der DGL der Rechteckplatte mit trapezförmiger Teilflächenlast

Differentialgleichungen
Lösung der DGL der Rechteckplatte mit trapezförmiger Teilflächenlast

Systemkennwerte

Abmessungen $l_x := 6.5$

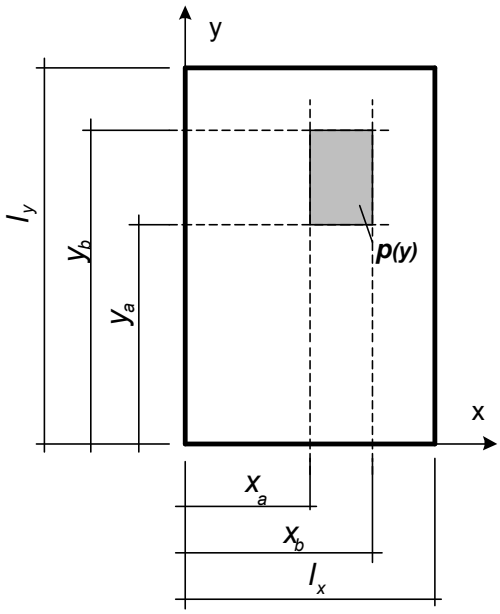
$l_y := 3.5$

$\alpha := \frac{l_y}{l_x}$ $\alpha = 0.538$

Plattenstärke $t := 0.2$

Elastizitätsmodul $E := 3 \cdot 10^7$

Querdehnzahl $\mu := 0.2$



Lagerung: Platte allseitig gelenkig gelagert

Last

$y_a := 1$ $p_a := 2$

$y_b := 2.5$ $p_b := 10$

$x_a := 1$ $x_b := 3$

Plattensteifigkeit: $K := \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$ $K = 2.083 \times 10^4$

Diskretisierung $n_p := 32$ $h := \frac{l_x}{n_p}$ $h = 0.203$

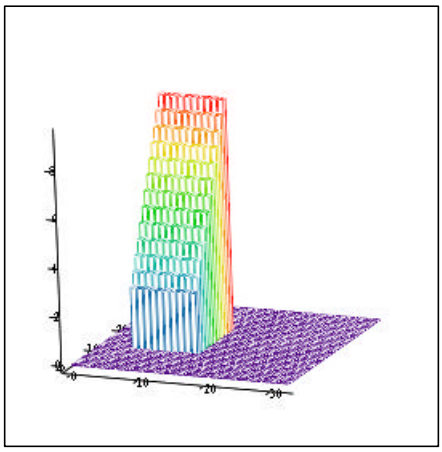
$i := 0 .. n_p$ $j := 0 .. n_p$

$$LA(x, y, x_a, x_b, y_a, y_b, p_a, p_b) := \begin{cases} \left[p_a + \frac{p_b - p_a}{y_b - y_a} \cdot (y - y_a) \right] & \text{if } (y \geq y_a) \wedge (y \leq y_b) \wedge (x \geq x_a) \wedge (x \leq x_b) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$p_{i,j} := LA\left(\frac{l_x}{n_p} \cdot i, \frac{l_y}{n_p} \cdot j, x_a, x_b, y_a, y_b, p_a, p_b \right)$$

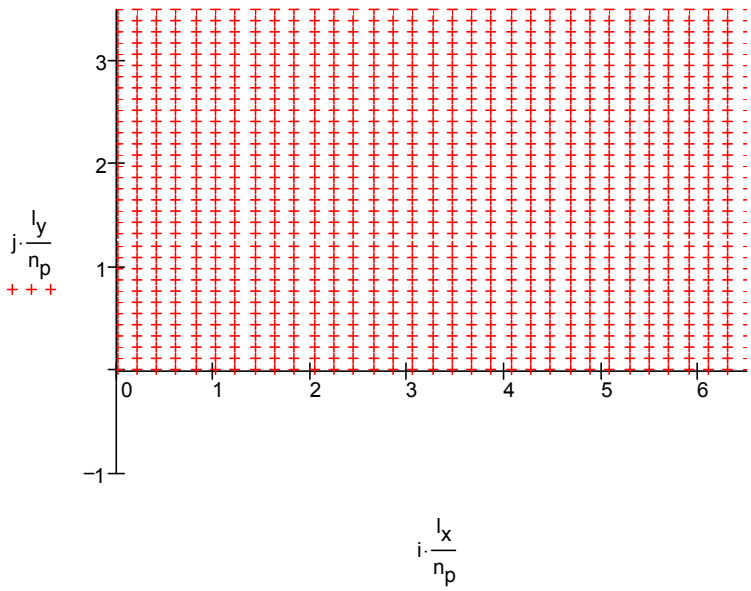
Lösung der DGL der Rechteckplatte mit trapezförmiger Teilflächenlast

Last:



p

Gitter:



Koeffizienten

$A_{i,j} := 1$ $B_{i,j} := 1$ $C_{i,j} := \frac{1}{\alpha^2}$ $D_{i,j} := \frac{1}{\alpha^2}$ $E_{i,j} := -2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)$

$S := p$

Randbedingungen $U_{i,j} := 0$

Lösung der DGL

Lösung der DGL der Rechteckplatte mit trapezförmiger Teilflächenlast

Spektralradius (0 < r < 1): $r := 1 - \frac{2\cdot\pi}{n_p}$ $r = 0.804$

$M := relax(A, B, C, D, E, -S\cdot h^2, U, r)$

$W := relax\left(A, B, C, D, E, \frac{-M}{K}\cdot h^2, U, r\right)$

Schnittgrößen

$$Mom(w, hx, hy, NN, K, art) := \left|\begin{array}{l} \text{for } i \in 1..(NN-1) \\ \quad \text{for } j \in 1..(NN-1) \\ \quad\quad \left|\begin{array}{l} M_{i,j} \leftarrow \begin{cases} \left(\frac{w_{i-1,j} - 2\cdot w_{i,j} + w_{i+1,j}}{hx^2} + \mu\cdot\frac{w_{i,j-1} - 2\cdot w_{i,j} + w_{i,j+1}}{hy^2}\right) & \text{if } art = \text{"mx"} \\ \left(\frac{w_{i,j-1} - 2\cdot w_{i,j} + w_{i,j+1}}{hy^2} + \mu\cdot\frac{w_{i-1,j} - 2\cdot w_{i,j} + w_{i+1,j}}{hx^2}\right) & \text{if } art = \text{"my"} \\ \left[\frac{1-\mu}{4\cdot hx\cdot hy}\cdot\left[\left(w_{i-1,j+1} + w_{i+1,j-1}\right) - \left(w_{i-1,j-1} + w_{i+1,j+1}\right)\right]\right] & \text{if } art = \text{"mxy"} \end{cases} \\ M_{0,j} \leftarrow 0 \\ M_{NN,j} \leftarrow 0 \end{array} \right. \\ \quad M_{i,0} \leftarrow 0 \\ \quad M_{i,NN} \leftarrow 0 \\ M_{0,0} \leftarrow 0 \\ M_{NN,NN} \leftarrow 0 \\ M_{NN,0} \leftarrow 0 \\ M_{0,NN} \leftarrow 0 \\ M \leftarrow M\cdot(-K) \end{array} \right.$$

Durchbiegungen w: $\max(W) = 0.12\,10^{-3}$ $\min(W) = 0$

Biegemomente m_x

$M\_X := Mom\left(W, \frac{l_x}{n_p}, \frac{l_y}{n_p}, n_p, K, \text{"mx"}\right)$ $\max(M\_X) = 1.734$ $\min(M\_X) = -0.095$

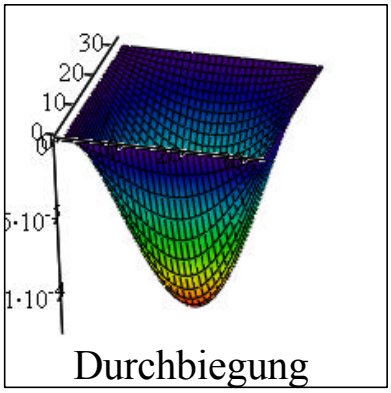
Biegemomente m_y

$M\_Y := Mom\left(W, \frac{l_x}{n_p}, \frac{l_y}{n_p}, n_p, K, \text{"my"}\right)$ $\max(M\_Y) = 2.573$ $\min(M\_Y) = 0$

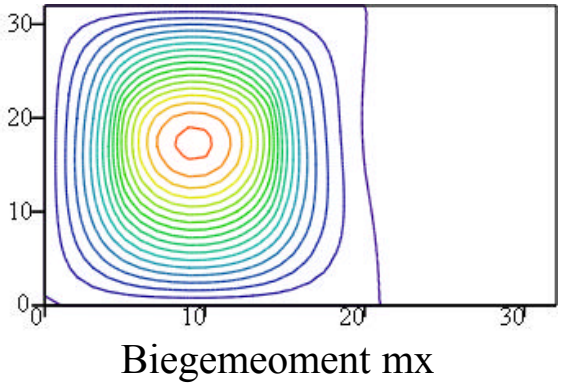
Drillmomente m_{xy}

$M\_XY := Mom\left(W, \frac{l_x}{n_p}, \frac{l_y}{n_p}, n_p, K, \text{"mxy"}\right)$ $\max(M\_XY) = 1.11$ $\min(M\_XY) = -1.228$

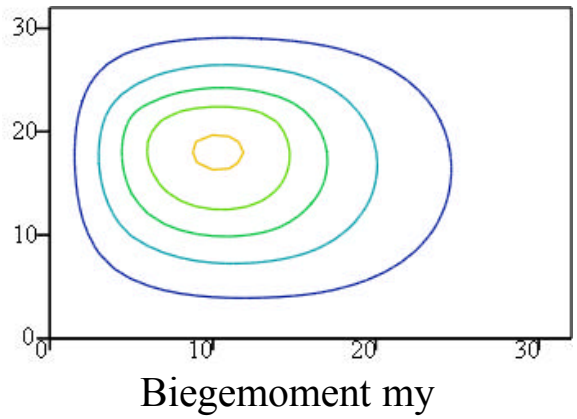
Lösung der DGL der Rechteckplatte mit trapezförmiger Teilflächenlast



W

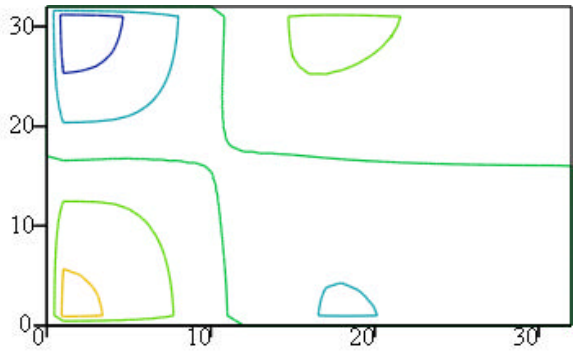


M_X



M_Y

Lösung der DGL der Rechteckplatte mit trapezförmiger Teilflächenlast



Drillmomente

M_XY