Übertragungsmatrizenverfahren

Matrizen und Operationen

ORIGIN := 1

ABSCHNITT

$$A(l, EI) := \begin{pmatrix} 1 & l & -\frac{l^2}{2 \cdot EI} & -\frac{l^3}{6 \cdot EI} \\ 0 & 1 & -\frac{l}{EI} & -\frac{l^2}{2 \cdot EI} \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L_q(q_l, q_r, l, EI) := \begin{bmatrix} \frac{(4 \cdot q_l + q_r) \cdot l^4}{120 \cdot EI} \\ \frac{(3 \cdot q_l + q_r) \cdot l^3}{24 \cdot EI} \\ \frac{-(2 \cdot q_l + q_r) \cdot l^2}{6} \\ \frac{-(q_l + q_r) \cdot l}{2} \end{bmatrix} \qquad L_{null} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

PUNKT

$$P(k_w, k_\phi) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_\phi & 1 & 0 \\ k_w & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad P_F(F, M) := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -M \\ -F \end{pmatrix}$$

ÜBERTRAGUNG

$$Z_r(\text{ÜB\_MATRIX}, Z_l) := \text{ÜB\_MATRIX} \cdot Z_l$$

$$L_r(\text{ÜB\_MATRIX}, \text{LA\_VEKTOR}, L_l) := \text{ÜB\_MATRIX} \cdot L_l + \text{LA\_VEKTOR}$$

ANFANGSVEKTOREN

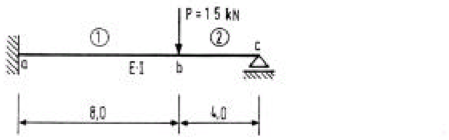
$$Z_{frei} := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Z_{gelenk} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad Z_{einspann} := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

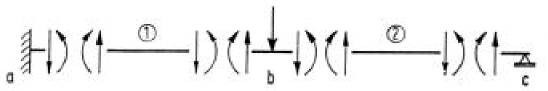
LÖSUNG

$$\text{UNBEK\_LI}(Z_{ende}, Z, L) := \text{submatrix}\left[\text{erweitern}(Z, -Z_{ende})^{-1} \cdot (-L), 1, 2, 1, 1\right]$$

$$\text{UNBEK\_RE}(Z_{ende}, Z, L) := \text{submatrix}\left[\text{erweitern}(Z, -Z_{ende})^{-1} \cdot (-L), 3, 4, 1, 1\right]$$

Beispiel





Erste Übertragung mit Unbekannten im Zustandsvektor

Anfangsvektor

$Z_a := Z_{einspann}$ $\qquad Z_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Erster Abschnitt

$$A(8,1) = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -32 & -85.333 \\ 0 & 1 & -8 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$Z_{blinks} := Z_r(A(8.,1.), Z_a)$

$L_{blinks} := L_{null}$ $\qquad Z_{blinks} = \begin{pmatrix} -32 & -85.333 \\ -8 & -32 \\ 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L_{blinks} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Punkt

$Z_{brechts} := Z_{blinks}$

$L_{brechts} := L_{blinks} + P_F(15, 0)$ $\qquad Z_{brechts} = \begin{pmatrix} -32 & -85.333 \\ -8 & -32 \\ 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L_{brechts} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -15 \end{pmatrix}$

Zweiter Abschnitt

$$A(4,1) = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 & -10.667 \\ 0 & 1 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$Z_c := Z_r(A(4,1), Z_{brechts})$

$L_c := L_r(A(4,1), L_{null}, L_{brechts})$ $\qquad Z_c = \begin{pmatrix} -72 & -288 \\ -12 & -72 \\ 1 & 12 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad L_c = \begin{pmatrix} 160 \\ 120 \\ -60 \\ -15 \end{pmatrix}$

Rechter Rand

$U := UNBEK\_LI(Z_{gelenk}, Z_c, L_c)$ $\qquad U = \begin{pmatrix} -26.667 \\ 7.222 \end{pmatrix}$

$UNBEK\_RE(Z_{gelenk}, Z_c, L_c) = \begin{pmatrix} -80 \\ -7.778 \end{pmatrix}$

Zweite Übertragung mit bekanntem Zustandsvektor

Erster Abschnitt $\qquad Z_a := Z_{einspann} \cdot U \qquad Z_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -26.667 \\ 7.222 \end{pmatrix}$

Links von Punkt b $\qquad Z_{blinks} := Z_r(A(8., 1.), Z_a) \qquad Z_{blinks} = \begin{pmatrix} 237.037 \\ -17.778 \\ 31.111 \\ 7.222 \end{pmatrix}$

Rechts von Punkt b $\qquad Z_{brechts} := Z_{blinks} + P_F(15, 0) \qquad Z_{brechts} = \begin{pmatrix} 237.037 \\ -17.778 \\ 31.111 \\ -7.778 \end{pmatrix}$

Zweiter Abschnitt $\qquad Z_c := Z_r(A(4, 1), Z_{brechts}) \qquad Z_c = \begin{pmatrix} 8.066 \times 10^{-14} \\ -80 \\ 0 \\ -7.778 \end{pmatrix}$