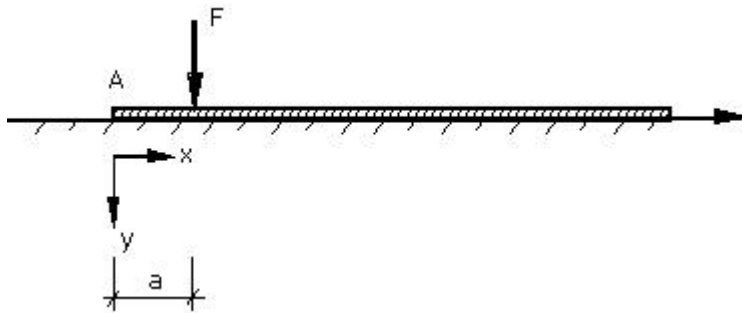


Elastisch gebetteter Balken Einseitig unendlich lang: Einzellast bei $x=a$



$\text{kN} \equiv 1000 \cdot \text{N}$ $\text{MN} \equiv 1000 \cdot \text{kN}$



Systemkennwerte:

Balkenbreite $b := 0.5 \text{ m}$

Balkenhöhe $h := 0.4 \text{ m}$

Elastizitätsmodul $E := 3 \cdot 10^7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Bettungsmodul $k_s := 25 \cdot \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$

Belastung $F := 100 \cdot \text{kN}$ Abstand: $a := 2 \text{ m}$

Berechnung der Schnittgrößen und der Durchbiegung

$$I := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I = 2.67 \times 10^{-3} \text{ m}^4 \quad \lambda := \sqrt[4]{\frac{k_s \cdot b}{4 \cdot E \cdot I}} \quad \lambda = 0.44 \text{ m}^{-1}$$

Elastische Länge: $L := \frac{1}{\lambda} \quad L = 2.25 \text{ m}$

Unbekannte nach Kraftgrößenverfahren:

$$X := F \cdot \left[\left(\cos(\lambda \cdot a) - \sin(\lambda \cdot a) \right) \cdot e^{-\lambda \cdot a} + 2 \cdot \cos(\lambda \cdot a) \cdot e^{-\lambda \cdot a} \right] \quad X = 45.77 \text{ kN}$$

$$Y := \frac{-F}{\lambda} \cdot \left[\left(\cos(\lambda \cdot a) - \sin(\lambda \cdot a) \right) \cdot e^{-\lambda \cdot a} + \cos(\lambda \cdot a) \cdot e^{-\lambda \cdot a} \right] \quad Y = -44.71 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Lösung für $x \geq 0$:

Durchbiegung:
$$w(x) := \frac{X \cdot \lambda}{2 \cdot k_S \cdot b} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot (\cos(\lambda \cdot x) + \sin(\lambda \cdot x)) + \frac{Y \cdot \lambda^2}{k_S \cdot b} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot \sin(\lambda \cdot x) \dots$$

$$+ \frac{F \cdot \lambda}{2 \cdot k_S \cdot b} \cdot e^{-\lambda \cdot |x-a|} \cdot (\cos(\lambda \cdot |x-a|) + \sin(\lambda \cdot |x-a|))$$

Biegemoment:
$$M(x) := \left[\frac{X}{4 \cdot \lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot (\cos(\lambda \cdot x) - \sin(\lambda \cdot x)) + \frac{Y}{2} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot \cos(\lambda \cdot x) \right] \dots$$

$$+ \frac{F}{4 \cdot \lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot (|x-a|)} \cdot [\cos(\lambda \cdot |x-a|) - \sin(\lambda \cdot (|x-a|))]$$

Querkraft:
$$V(x) := \left[-\frac{X}{2} \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot \cos(\lambda \cdot x) - \frac{Y}{2} \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot (\cos(\lambda \cdot x) + \sin(\lambda \cdot x)) \right] \dots$$

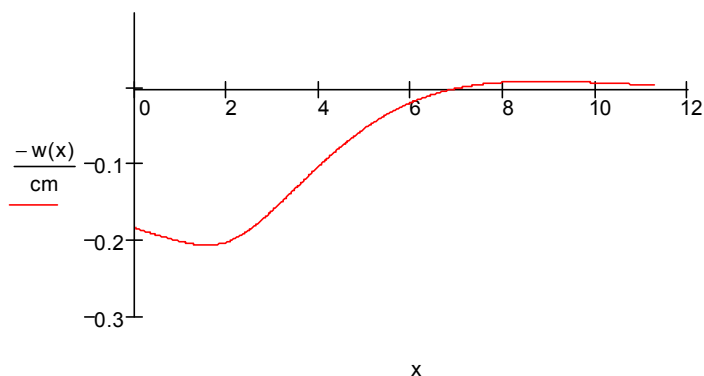
$$+ \frac{-F}{2} \cdot e^{-\lambda \cdot (|x-a|)} \cdot \cos(\lambda \cdot |x-a|) \cdot \text{sign}(x-a)$$

Bodenpressung: $\sigma_b(x) := -k_S \cdot w(x)$

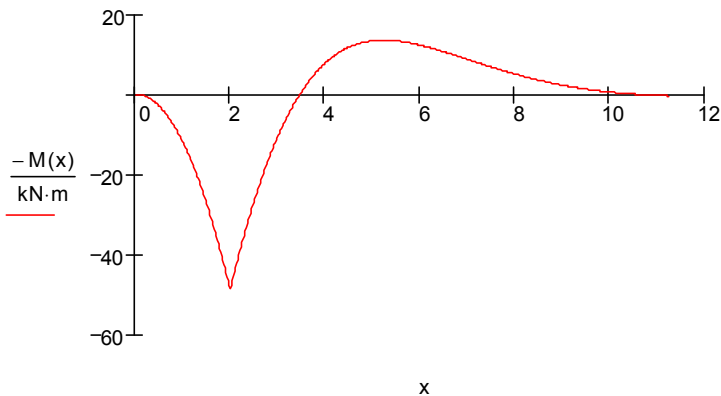
Verläufe der Schnittgrößen, Durchbiegungen und Bodenpressungen

$$x := 0, \frac{0.01}{\lambda} \dots \frac{5}{\lambda}$$

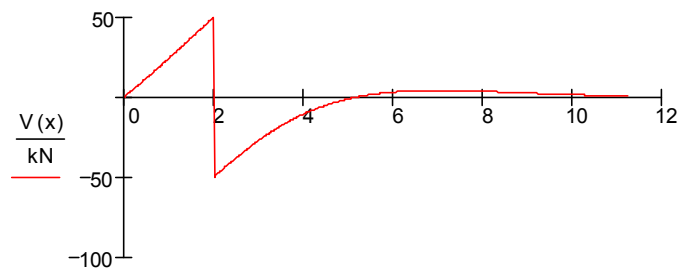
Durchbiegung [cm]



Biegemoment [kNm]



Querkraft [kN]



Bodenpressung [kN/m²]

