

Beispiel 2: Zusammengesetzter Druckstab

Annahme:

Der Druckstab besteht aus einem zusammengenagelten Querschnitt aus einzelnen Nadelholzteilen und steht unter einer Last aus ständiger und nicht ständiger Einwirkung mit ungünstiger Auswirkung. Der Feuchtegehalt in dem Baustoff, der einer Temperatur von $20 \pm 2^\circ \text{C}$ und einer relativen Luftfeuchte der umgebenden Luft entspricht, übersteigt nur einige Wochen pro Jahr einen Wert von 65 %. Daraus folgt [nach ENV1995, 3.1.5] die Nutzungsklasse 1. Die Festigkeitsklasse ist NH S10 und entspricht der Festigkeitsklasse von NH II [nach DIN 1052].

$$\begin{aligned} F &:= 33 \cdot \text{kN} & G_k &:= F & = & \text{Charakteristischer Wert für ständige Einwirkungen} \\ S &:= 60 \cdot \text{kN} & Q_k &:= S & = & \text{Charakteristischer Wert für nicht ständige Einwirkungen} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_G, \gamma_Q &= \text{Teilsicherheitsbeiwert [ENV1995, Tab. 2.3.3.1]} \\ &\text{abhängig von der Art der Einwirkung und Auswirkung} \\ &\text{hier: ständige Einwirkung + ungünstige Auswirkung} \Rightarrow \gamma_G := 1.35 \\ &\text{hier: nicht ständige Einwirkung + ungünstige Auswirkung} \Rightarrow \gamma_Q := 1.50 \end{aligned}$$

$$G_d := \gamma_G \cdot G_k = \text{Bemessungswert der ständigen Einwirkung [ENV1995, 2.2.2.4]}$$

$$Q_d := \gamma_Q \cdot Q_k = \text{Bemessungswert der nicht ständigen Einwirkung}$$

$$G_d = 44.55 \text{ kN} \quad Q_d = 90 \text{ kN}$$

$$s_{ky} := 2.50 \cdot \text{m} \quad s_{kz} := 2.50 \cdot \text{m}$$

$$h_1 := 4 \cdot \text{cm} \quad b_1 := 12 \cdot \text{cm} \quad A_1 := h_1 \cdot b_1 \Rightarrow A_1 = 48 \text{ cm}^2$$

$$h_2 := 18 \cdot \text{cm} \quad b_2 := 4 \cdot \text{cm} \quad A_2 := h_2 \cdot b_2 \Rightarrow A_2 = 72 \text{ cm}^2$$

$$h_3 := 18 \cdot \text{cm} \quad b_3 := 4 \cdot \text{cm} \quad A_3 := h_3 \cdot b_3 \Rightarrow A_3 = 72 \text{ cm}^2$$

$$\text{für } i := 1..3 \quad A_{ges} := \sum_i A_i \Rightarrow A_{ges} = 192 \text{ cm}^2$$

$$E_{0, \text{mean}} := 11000 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \text{E-Modul, parallel, 50\% Fraktile [NAD, Tab. 3.2-1]}$$

$$E_1 := E_{0, \text{mean}} \quad E_2 := E_{0, \text{mean}} \quad E_3 := E_{0, \text{mean}}$$

Knicken um Achse y-y:

$$s := 10 \cdot \text{cm} = \text{geschätzter Nagelabstand, zweireihig} \Rightarrow$$

$$d := 3.1 \cdot \text{mm} = \text{Nageldurchmesser}$$

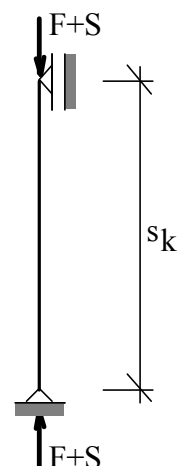
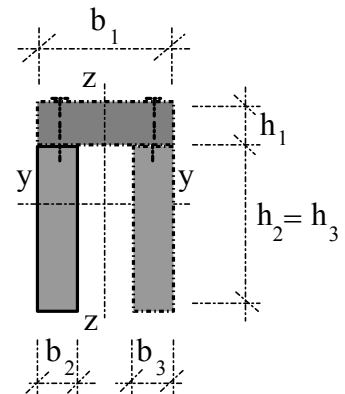
$$\rho_K := 380 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \text{Rohdichte für NH S10 [NAD, Tab.3.2-1]}$$

K_{ser} = Anfangsverschiebungsmodul einer Verbindung mit stiftförmigen Verbindungsmittel

$$K_{ser} := \left(\rho_K^{1.5} \cdot \frac{d^{0.8}}{25} \right) \quad \text{hier: Nägel ohne Vorbohrung}$$

$$K_i := \frac{2}{3} \cdot K_{ser}$$

$$K_i = 488.35 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad \text{Verschiebungsmodul für Nachweis der Tragfähigkeit [ENV1995, 6.1b]}$$



γ_i = Abminderungsfaktor [ENV1995, B 2e]

$$\gamma_1 := \frac{1}{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1} \Rightarrow \gamma_1 = 0.1 \quad \gamma_2 := 1 \quad \gamma_3 := 1$$

$$1 + \frac{K_i \cdot s_{ky}^2}{\dots}$$

a_{z_i} = Abstand der Schwerachse des Gesamtquerschnitts zu denen der Einzelquerschnitte

$$id_{Sy} := A_2 \cdot \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) + A_3 \cdot \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_3}{2} \right) \quad id_{Ages} := \gamma_1 \cdot A_1 + A_2 + A_3$$

$$a_{z1} := \frac{id_{Sy}}{id_{Ages}} \quad a_{z2} := \frac{(h_1 + h_2)}{2} - a_{z1} \quad a_{z3} := \frac{(h_1 + h_2)}{2} - a_{z1}$$

$$a_{z1} = 10.63 \text{ cm} \quad a_{z2} = 0.37 \text{ cm} \quad a_{z3} = 0.37 \text{ cm}$$

$$I_{y_i} := \frac{b_i \cdot (h_i)^3}{12} \quad ef_{Ely} := \sum_i \left[E_i \cdot I_{y_i} + E_i \cdot \gamma_i \cdot A_i \cdot (a_{z_i})^2 \right] \quad [\text{ENV1995, B2}]$$

$$ef_{ly} := \frac{ef_{Ely}}{E_{0,mean}} \Rightarrow ef_{ly} = 4.54 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

$$ef_{\lambda y} := s_{ky} \cdot \sqrt{\frac{A_{ges}}{ef_{ly}}} \quad ef_{\lambda y} = 51.41 \quad [\text{ENV1995, C2.2a}]$$

Knicken um Achse z-z:

a_{y_i} = Abstand der Schwerachse des Gesamtquerschnitts zu denen der Einzelquerschnitte

$$a_{y1} := 0 \text{ cm} \quad a_{y2} := -4 \text{ cm} \quad a_{y3} := 4 \text{ cm}$$

$$\gamma_1 := \frac{1}{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1} \Rightarrow \gamma_1 = 0.1 \quad \gamma_2 := 1 \quad \gamma_3 := \gamma_1$$

$$1 + \frac{K_i \cdot s_{kz}^2}{\dots}$$

$$I_{z_i} := \frac{h_i \cdot (b_i)^3}{12} \quad ef_{ELz} := \sum_i \left[E_i \cdot I_{z_i} + E_i \cdot \gamma_i \cdot A_i \cdot (a_{y_i})^2 \right] \quad [\text{ENV1995, B2}]$$

$$ef_{lz} := \frac{ef_{ELz}}{E_{0,mean}} \Rightarrow ef_{lz} = 2.04 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

$$ef_{\lambda z} := s_{kz} \cdot \sqrt{\frac{A_{ges}}{ef_{lz}}} \quad ef_{\lambda z} = 76.68 \quad [\text{ENV1995, C2.2a}]$$

da $ef_{\lambda z} > ef_{\lambda y}$ ist Knicken um Achse z-z maßgebend

Nachweis:

$$E_{0.05} := 7400 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} = \text{E-Modul, parallel, 5\% Fraktile [NAD Tab. 3.2-1]}$$

$$f_{c,0,k} := 21 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2} = \text{charakteristische Druckfestigkeit, parallel [NAD Tab. 3.2-1]}$$

$$\sigma_{c.crit.z} := \frac{\pi^2 \cdot E_{0.05}}{ef_{\lambda_z}^2} = \text{kritische Druckspannung [ENV1995, 5.2.1 c+d]} \quad \sigma_{c.crit.z} = 12.42 \frac{N}{mm^2}$$

$$\lambda_{rel.z} := \sqrt{\frac{f_{c.0.k}}{\sigma_{c.crit.z}}} = \text{bezogener Schlankheitsgrad [ENV1995, 5.2.1 a+b]}$$

$$\lambda_{rel.z} = 1.3 > 0.5 \Rightarrow \text{Knicknachweis erforderlich [ENV1995, 5.2.1, P(3)]}$$

hier Berechnung von $\lambda_{rel.y}$, da später für Berechnung der Verbundmittel nötig:

$$\sigma_{c.crit.y} := \frac{\pi^2 \cdot E_{0.05}}{ef_{\lambda_y}^2} = \text{kritische Druckspannung [ENV1995, 5.2.1 c+d]} \quad \sigma_{c.crit.y} = 27.63 \frac{N}{mm^2}$$

$$\lambda_{rel.y} := \sqrt{\frac{f_{c.0.k}}{\sigma_{c.crit.y}}} = \text{bezogener Schlankheitsgrad [ENV1995, 5.2.1 a+b]}$$

$$\lambda_{rel.y} = 0.87$$

Knicknachweis: [nach ENV1995, 5.2.1]

$$\sigma_{c.o.d} := \frac{G_d + Q_d}{A_{ges}} \Rightarrow \sigma_{c.o.d} = 7.01 \frac{N}{mm^2}$$

β_c = Faktor, der von der spannungslosen Vorkrümmung der Stütze abhängt, [ENV1995, 5.2.1 (5)]
hier: Vollholz, mit einer größten spannungslosen Vorkrümmung von $l/300$.

$$\beta_c := 0.2$$

$$k_z := 0.5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel.z} - 0.5) + \lambda_{rel.z}^2 \right] \Rightarrow k_z = 1.43 \quad [\text{ENV1995, 5.2.1 h}]$$

$$k_{c.z} := \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel.z}^2}} \Rightarrow k_{c.z} = 0.5 = \text{Knickzahl [ENV1995, 5.2.1.g]}$$

hier Berechnung von $\lambda_{c.y}$, da später für Berechnung der Verbundmittel nötig

$$k_y := 0.5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel.y} - 0.5) + \lambda_{rel.y}^2 \right] \Rightarrow k_y = 0.92$$

$$k_{c.y} := \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel.y}^2}} \Rightarrow k_{c.y} = 0.83 = \text{Knickzahl [ENV1995, 5.2.1.g]}$$

k_{mod} = Modifikationsfaktor für Vollholz [ENV1995, Tab. 3.1.7]

abhängig von der Nutzungsklasse, hier: 1

der Lasteinwirkungsdauer, hier: ständig + kurz

(bei unterschiedlichen Lasteinwirkungsauern ist die kürzeste maßgebend)

$$k_{mod} := 0.90 \quad \text{und dem Material, hier: Holz}$$

γ_M = Teilsicherheitsfaktor für die Baustoffeigenschaften [ENV1995, Tab. 2.3.3.2]
abhängig vom Material, hier: Holz

$$\gamma_M := 1.3$$

$$f_{c.0.d} := \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c.0.k} \Rightarrow f_{c.0.d} = 14.54 \frac{N}{mm^2} \quad [\text{ENV1995, 6.2.1 I}]$$

$$\frac{\sigma_{c.o.d}}{k_{c.z} \cdot f_{c.0.d}} = 0.97 < 1 \Rightarrow \text{Knicknachweis erfüllt ENV1995, 5.2.1 e}$$

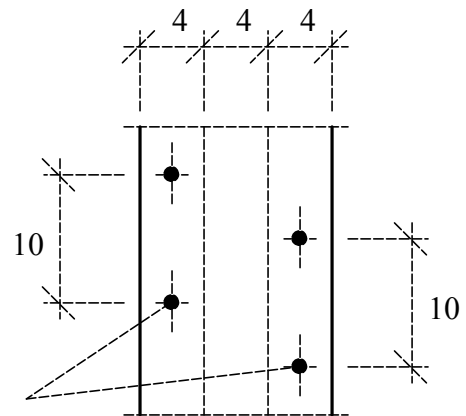
Berechnung der Verbindungsmittel

gewählt: Nä 31 x 80

$d := 3.1 \cdot \text{mm}$ = Nageldurchmesser

$l_N := 80 \cdot \text{mm}$ = Nagellänge

Nä 31 x 80



t_1 bei einschnittigen Verbindungen: Holzdicke auf der dem Nagelkopf zugewandten Seite [ENV1995, 6.3.1 (1)]

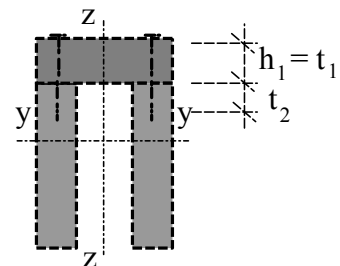
$t_1 := 4 \cdot \text{cm}$

t_2 bei einschnittigen Verbindungen: Einschlagtiefe des Nagels abzüglich Nagelspitze [ENV1995, 6.3.1 (1)]

$l_{Na} := 2 \cdot d \Rightarrow l_{Na} = 0.62 \text{ cm}$ = Länge der Nagelspitze [BK92, T2, 5.2.2.1]

$t_2 := l_N - t_1 - l_{Na} \Rightarrow t_2 = 3.38 \text{ cm}$ [ENV1995, 6.3.1.2 (11)]

$f_{h.1.k}$ = Lochleibungsfestigkeit t_1 [ENV1995, 6.3.1.2a]
hier: Holz- Holz/Nagel- verbindungen mit Nägeln $d < 8 \text{ mm}$, nicht vorgebohrt.



$f_{h.1.k} := 0.082 \cdot \rho_K \cdot d^{-0.3}$ [N/mm²] mit ρ_K in [kg/m³] und d in [mm]

$f_{h.1.k} = 22.19 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$f_{h.1.d}$ = Bemessungswert der Lochleibungsfestigkeit in t_1

$f_{h.1.d} := \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{h.1.k} \Rightarrow f_{h.1.d} = 15.36 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ [ENV1995, 6.2.1 I]

M_{yk} = charakteristisches Fließmoment des Nagels [ENV1995, 6.3.1.2c]
hier: runde Nägel

$\gamma_{M.St.}$ = Teilsicherheitsfaktor für die Baustoffeigenschaften [ENV1995, Tab. 2.3.3.2]
abhängig vom Material, hier: Stahl

$\gamma_{M.St.} := 1.1$

$M_{yk} := 180 \cdot d^{2.6} \Rightarrow M_{yk} = 3.41 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$ $M_{yd} := \frac{M_{yk}}{\gamma_{M.St.}} \Rightarrow M_{yd} = 3.1 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$

$f_{h.2.d} := f_{h.1.d}$, da die Stege und der Flansch aus dem selben Material sind

$\beta := \frac{f_{h.2.d}}{f_{h.1.d}} \Rightarrow \beta = 1$

Der Bemessungswert der Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels einer einschnittigen Verbindung berechnet sich nach [ENV1995, 6.2.1 a-f] zu:

$$\begin{aligned}
 R_{d,a} &:= f_{h,1,d} \cdot t_1 \cdot d & \Rightarrow & R_{d,a} = 1.91 \times 10^3 \text{ N} \\
 R_{d,b} &:= f_{h,2,d} \cdot t_2 \cdot d \cdot \beta & \Rightarrow & R_{d,b} = 1.61 \times 10^3 \text{ N} \\
 R_{d,c} &:= \frac{f_{h,1,d} \cdot t_1 \cdot d}{1 + \beta} \cdot \left[\sqrt{\beta + 2 \cdot \beta^2 \cdot \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \cdot \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \cdot \left(1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] & \Rightarrow & R_{d,c} = 732.33 \text{ N} \\
 R_{d,d} &:= \frac{1.1 \cdot f_{h,1,d} \cdot t_1 \cdot d}{2 + \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2 + \beta) \cdot M_{yd}}{f_{h,1,d} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta \right] & \Rightarrow & R_{d,d} = 781.33 \text{ N} \\
 R_{d,e} &:= \frac{1.1 \cdot f_{h,1,d} \cdot t_2 \cdot d}{1 + 2 \cdot \beta} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \beta^2 \cdot (1 + \beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (1 + 2 \cdot \beta) \cdot M_{yd}}{f_{h,1,d} \cdot d \cdot t_2^2}} - \beta \right] & \Rightarrow & R_{d,e} = 687.18 \text{ N} \\
 R_{d,f} &:= 1.1 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{\beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{yd} \cdot f_{h,1,d} \cdot d} & \Rightarrow & R_{d,f} = 597.78 \text{ N} \\
 \text{damit ergibt sich:} & R_{d,min} := \min((R_{d,a} \ R_{d,b} \ R_{d,c} \ R_{d,d} \ R_{d,e} \ R_{d,f})) & \Rightarrow & R_{d,min} = 597.78 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$V_{d,y}$ = Stabquerkraft auf die Verbindungsmittel [ENV1995, C 2.3]

$$F_{c,d} := G_d + Q_d \quad \Rightarrow \quad F_{c,d} = 134.55 \text{ kN}$$

$$V_{d,y} := \begin{cases} \frac{F_{c,d}}{120 \cdot k_{c,y}} & \text{if } ef_{\lambda_y} \leq 30 \\ \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_{c,y}} & \text{if } ef_{\lambda_y} > 60 \\ \frac{F_{c,d} \cdot ef_{\lambda_y}}{3600 \cdot k_{c,y}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$V_{d,y} = 2.31 \text{ kN}$$

F_{y_i} = größte Kraft auf einen Nagel in der Anschlußfuge [ENV1995, B 5]

$$F_{y_i} := \frac{\gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_{z_i} \cdot s_1 \cdot V_{d,y}}{ef_{Ely}} \quad \Rightarrow \quad F_{y_1} = 136.07 \text{ N}$$

Nachweis:

$$\frac{F_{y_1}}{R_{d,min}} = 0.23 < 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Nachweis erbracht}$$

$V_{d,z}$ = Stabquerkraft auf die Verbindungsmittel [ENV1995, C2.3]

$$F_{c,d} := G_d + Q_d \quad \Rightarrow \quad F_{c,d} = 134.55 \text{ kN}$$

$$V_{d,z} := \begin{cases} \frac{F_{c,d}}{120 \cdot k_{c,z}} & \text{if } ef_{\lambda_z} \leq 30 \\ \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_{c,z}} & \text{if } ef_{\lambda_z} > 60 \\ \frac{F_{c,d} \cdot ef_{\lambda_z}}{3600 \cdot k_{c,z}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$V_{d,z} = 4.51 \text{ kN}$$

F_{z_i} = größte Kraft auf einen Nagel in der Anschlußfuge [ENV1995, B 5]

$$F_{z_i} := \frac{\gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_{y_i} \cdot s_1 \cdot V_{d,z}}{e_{f,Elz}} \Rightarrow F_{z_3} = 333.39 \text{ N}$$

Nachweis :

$$\frac{F_{z_3}}{R_{d,min}} = 0.56 < 1 \Rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

Prüfung der Mindestdicke t: [ENV1995, 6.3.1.2 (11)]

$$t = \max. \left[\begin{array}{l} 7 \cdot d \\ (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_K}{400} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} t_a := 7 \cdot d \\ t_b := (13 \cdot d - 30) \cdot \frac{\rho_K}{400} \end{array} \quad \begin{array}{l} t_a = 2.17 \text{ cm} \\ t_b = 9.79 \text{ mm} \end{array} \quad \begin{array}{l} < h_1 = 4.0 \text{ cm} \\ \\ \end{array} \Rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

mit ρ_K in $[\text{kg/m}^3]$ und d in $[\text{mm}]$

Mindesteinschlagtiefe: [ENV1995, 6.3.1.2 (4)]

bei glattschaftigen Nägeln: Mindesteinschlagtiefe mindestens $8d$:

$$\min L_s := 8 \cdot d \Rightarrow \min L_s = 2.48 \text{ cm}$$

$$L_s := l_N - t_1 = \text{vorhandene Einschlagtiefe} \quad L_s = 4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \min L_s < L_s \Rightarrow \text{Einschlagtiefe eingehalten}$$

Mindestnagelabstände:

hier: nicht vorgebohrte Nagellöcher, $\rho_K \leq 420 \text{ kg/m}^3$, $d < 5 \text{ mm}$ und $\alpha = 0$:

Nagelabstand untereinander in Faserrichtung:

$$a_1 := (5 + |\cos(\alpha)|) \cdot d \quad a_1 = 1.86 \text{ cm} \quad < s = 10 \text{ cm} \Rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

Nagelabstand untereinander quer zur Faserrichtung:

$$a_2 := 5 \cdot d \quad a_2 = 1.55 \text{ cm} \quad < 8 \text{ cm} \Rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$

Nagelabstand zum beanspruchten Holzrand:

$$a_{4,c} := 5 \cdot d \quad a_{4,c} = 1.55 \text{ cm} \quad < 2 \text{ cm} \Rightarrow \text{Nachweis erbracht}$$