

Funktionen Eigenformen und -frequenzen einer Kreisplatte



$$\text{kN} \equiv 1000 \cdot \text{N} \quad \text{MN} \equiv 1000 \cdot \text{kN}$$



Systemkennwerte:

Abmessungen $r_0 := 10 \cdot \text{m}$

Dicke: $t := 0.2 \cdot \text{m}$

Materialkennwerte:

$$E := 3 \cdot 10^7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \rho := 2.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \cdot t \quad \rho \cdot 10 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5 \text{ m}^{-2} \cdot \text{kN}$$

$$\mu := 0.2$$

Fourierterme: $n := 0, 1..2 \quad m_ := 0, 1..2$

Eigenfrequenz und Eigenformen:

Plattensteifigkeit: $K := \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$ $K = 2.083 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Beiwerte

$\beta_{0,0} := 10.2$	$\beta_{0,1} := 21.2$	$\beta_{0,2} := 34.8$
$\beta_{1,0} := 39.8$	$\beta_{1,1} := 60.8$	$\beta_{1,2} := 88.4$
$\beta_{2,0} := 88.9$	$\beta_{2,1} := 120.2$	$\beta_{2,2} := 157.9$

Eigenkreisfrequenzen: $\omega_{n,m_} := \frac{\beta_{n,m_}}{r_0^2} \cdot \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad f_{n,m_} := \frac{\omega_{n,m_}}{2 \cdot \pi}$

$$\omega = \begin{pmatrix} 20.821 & 43.274 & 71.035 \\ 81.241 & 124.107 & 180.446 \\ 181.466 & 245.357 & 322.312 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}}$$

$$f = \begin{pmatrix} 3.314 & 6.887 & 11.306 \\ 12.93 & 19.752 & 28.719 \\ 28.881 & 39.05 & 51.298 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}}$$

Eigeschwingzeiten: $T_{n,m_} := \frac{1}{f_{n,m_}}$

$$T = \begin{pmatrix} 0.302 & 0.145 & 0.088 \\ 0.077 & 0.051 & 0.035 \\ 0.035 & 0.026 & 0.019 \end{pmatrix} \text{s}$$

Eigenformen:

$$\lambda_{n,m_} := \sqrt{\omega_{n,m_} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{K}}}$$

Funktionen Eigenformen und -frequenzen einer Kreisplatte

$$w(r, \phi, n, m_-) := \cos(m_- \cdot \phi) \cdot \left(J_n(m_-, \lambda_{n, m_-} \cdot r_0) - \frac{J_n(m_-, \lambda_{n, m_-} \cdot r_0)}{\ln(m_-, \lambda_{n, m_-} \cdot r_0)} \cdot \ln(m_-, \lambda_{n, m_-} \cdot r) \right)$$

Darstellung der Eigenform: **n := 0** **m_- := 1** N := 20

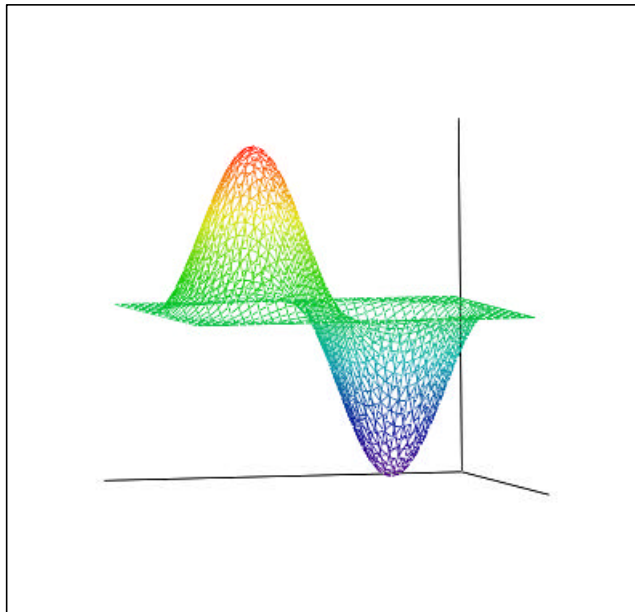


i := 1..2·N + 1 j := 1..2·N + 1

$$xp_i := \left(-1 + \frac{i-1}{N} \right) \cdot r_0 \quad yp_j := \left(-1 + \frac{j-1}{N} \right) \cdot r_0$$

$$w_{1_1}(x, y) := \begin{cases} \text{eps} \leftarrow 10^{-18} \\ x \leftarrow \text{eps} \cdot m \quad \text{if } x = 0 \cdot m \\ y \leftarrow \text{eps} \cdot m \quad \text{if } y = 0 \cdot m \\ w\left(\sqrt{x^2 + y^2}, \text{atan2}(x, y), n, m_- \right) \quad \text{if } \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_0 \\ 0 \quad \text{otherwise} \end{cases}$$

$$W_{i,j} := w_{1_1}(xp_i, yp_j)$$



W