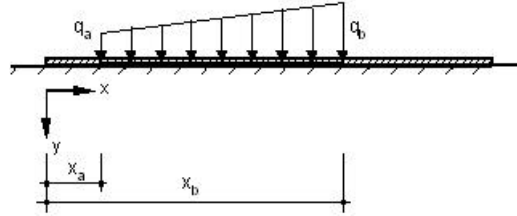


Differentialgleichungen

Lösung der DGL des elastisch gebetteten Balkens



Systembeschreibung

Balken	Länge	$l := 8$	Breite	$b := 1.$
			Höhe	$h := 0.3$
	Elastizitätsmodul	$E := 3 \cdot 10^7$	$I := \frac{b \cdot h^3}{12}$	$I = 2.25 \times 10^{-3}$
	Bettungsmodul	$C := 30000$	$k := b \cdot C$	
	Elastische Länge	$L := \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{k}}$	$L = 1.225$	$\frac{l}{L} = 6.532$

Last Eine Trapezlast q wirkt von $x=x_a$ bis $x=x_b$

$$\begin{aligned} x_a &:= 0.5 & x_b &:= 6.5 \\ q_a &:= 50 & q_b &:= 150 \end{aligned}$$

$$q(x) := \begin{cases} q_a + \frac{q_b - q_a}{x_b - x_a} \cdot (x - x_a) & \text{if } (x \leq x_b) \cdot (x \geq x_a) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Lösung der DGL

DGL

$$\text{DGL}(x, w) := \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \frac{q(x)}{E \cdot I} - \frac{k}{E \cdot I} \cdot w_0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} w_1 &= w'_0 (= w') \\ w_2 &= w''_1 (= w'') \\ w_3 &= w''_2 (= w''') \\ w_4 &= \frac{q}{E \cdot I} - \frac{k}{E \cdot I} \cdot w_0 (= w^{IV}) \end{aligned}$$

Randbedingungen an der Stelle $x_{li}=0$ (linker Rand)

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} w(0)=v1 \\ w'(0)=v2 \end{matrix} \quad \text{load}(x_{li}, v) := \begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} w(0)=v1 \\ w'(0)=v2 \\ w''(0)=0 \\ w'''(0)=0 \end{matrix}$$

Randbedingungen an der Stelle $x_{re}=0$ (rechter Rand)

$$\text{score}(x_{re}, w) := \begin{pmatrix} w_2 - 0 \\ w_3 - 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} w''(l)=0 \\ w'''(l)=0 \end{matrix}$$

Umformung in ein Anfangswertproblem

$$S := \text{sgrw}(v, 0, l, \text{DGL}, \text{load}, \text{score}) \quad S = \begin{pmatrix} 6.265 \times 10^{-4} \\ 1.04 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$\text{ANFBED} := \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ANFBED} = \begin{pmatrix} 6.265 \times 10^{-4} \\ 1.04 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lösung des Anfangswertproblems

$$\text{ANZ_PUNKTE} := 500 \quad \text{ACC} := 10^{-8} \quad \text{SAVE_x} := \frac{l}{500}$$

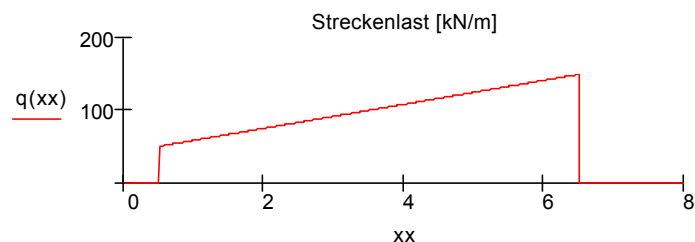
$$\text{LOES} := \text{rkadapt}(\text{ANFBED}, 0, l, \text{ACC}, \text{DGL}, \text{ANZ_PUNKTE}, \text{SAVE_x})$$

Ergebnisse

$$xx := 0, \frac{l}{\text{ANZ_PUNKTE}} .. l \quad xi := 0, 1 .. \text{ANZ_PUNKTE}$$

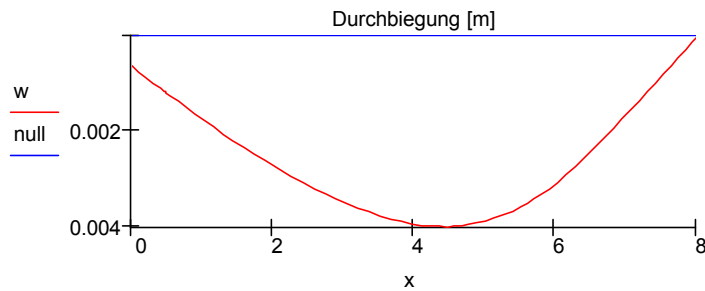
$$x := \text{LOES}^{(0)} \quad w := \text{LOES}^{(1)} \quad M := (-E \cdot I) \cdot \text{LOES}^{(3)} \quad Q := -(E \cdot I) \cdot \text{LOES}^{(4)} \quad \sigma := C \cdot w \quad \text{null}_{xi} := 0$$

Schnittgrößen und Durchbiegungen mit der DGL der Biegelinie



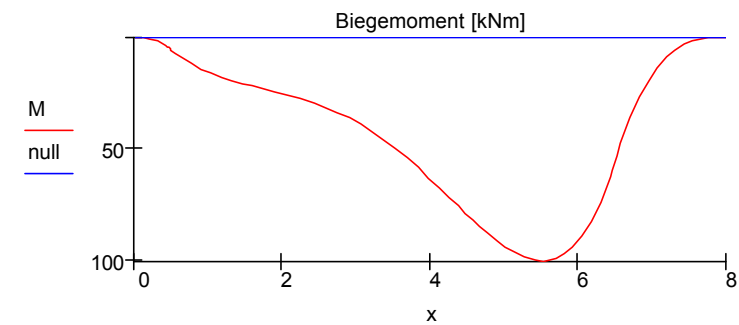
$$\min(w) = 5.624 \times 10^{-5}$$

$$\max(w) = 3.774 \times 10^{-3}$$



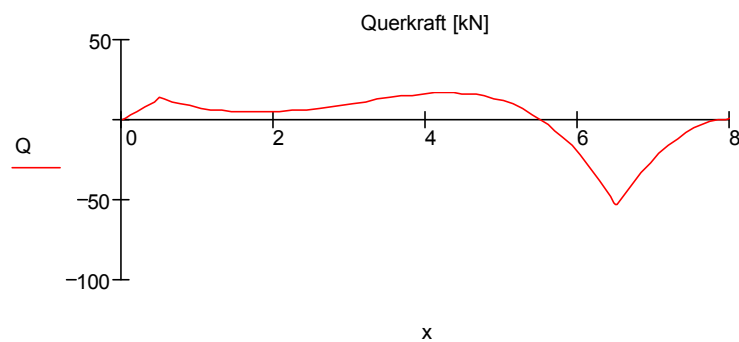
$$\max(M) = 50.608$$

$$\min(M) = 0$$



$$\min(Q) = -53.811$$

$$\max(Q) = 16.217$$



$$\min(\sigma) = 1.687$$

$$\max(\sigma) = 113.232$$

