

2 Elektromagnetische Wellen

In diesem Kapitel tauchen wir erstmals tiefer ein in die Wellennatur des Lichts. Wir werden sehen, dass elektrische Felder sowohl von elektrischen Ladungen als auch von zeitlich sich ändernden magnetischen Feldern erzeugt werden können. Andererseits können magnetische Felder sowohl von elektrischen Strömen als auch von zeitlich sich ändernden elektrischen Feldern erzeugt werden.

Diese Verflechtung von elektrischen und magnetischen Phänomenen lassen sich durch einen Satz von vier Gleichungen beschreiben, die von Maxwell (1831–1879) zusammengestellt wurden. Aus diesen Gleichungen folgt unter anderem eine Wellengleichung für elektromagnetische Wellen und die Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. $c = 3 \cdot 10^8$ m/s im Vakuum.

Im ersten Teil des Kapitels werden die Maxwell-Gleichungen kurz angesprochen, für ein weiterreichendes Verständnis sei auf Grundlagenwerke der Elektrotechnik verwiesen. Der zweite Teil hat einige physikalische Anschauungen und Interpretationen zum Inhalt.

2.1 Maxwell-Gleichungen

Eine der ganz großen Leistungen in der Entwicklung der Naturwissenschaften gelang James Clerk Maxwell mit dem Zusammentragen des Satzes von vier Gleichungen, die das elektromagnetische Feld vollständig in integraler und differentieller Form beschreiben. Sein Modell war so leistungsfähig, dass man für fast 50 Jahre dachte, der Streit um Teilchen- oder Wellencharakter des Lichts sei endgültig zugunsten der Welle entschieden. Vorübergehend schien die gesamte Optik ein Unterkapitel der Elektrotechnik geworden zu sein.

Die vier Maxwell-Gleichungen haben keine feste Ordnung, sondern sind eher über Kreuz miteinander verknüpft. Deshalb ist die hier gewählte Reihenfolge genauso frei wie jede andere Möglichkeit.

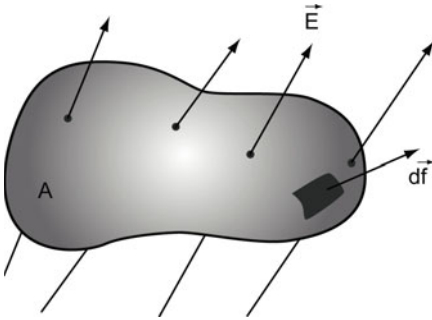
I. Gauß'scher Satz für das elektrische Feld:

$$\oiint_A \vec{E} d\vec{f} = \frac{Q_{\text{eingeschl.}}}{\epsilon_0} \quad (2-1)$$

Diese Integralgleichung sagt aus, dass der Fluss des elektrischen Feldes durch eine geschlossene Oberfläche (der Kringel am Doppelintegral soll die geschlossene Fläche verdeutlichen) gleich ist mit der von der Oberfläche eingeschlossenen Ladung.

Hierbei ist $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$ die Dielektrizitätskonstante.

In Bild 2-1 ist eine Skizze zur Veranschaulichung des Gauß'schen Satzes gezeigt.

**Bild 2-1**

Fluss des elektrischen Feldes \vec{E} durch eine geschlossene Oberfläche

Die Quellen des elektrischen Feldes sind vereinbarungsgemäß positive Ladungen, die Senken sind negative Ladungen. Aus dem Gauß'schen Satz folgt z. B. für das Feld einer Punktladung das Coulomb-Gesetz. Dafür stellen wir uns eine einzelne positive Ladung mit ihrem strahlenförmigen radialen Feld im Ursprung des Koordinatensystems vor und wählen eine Kugel um die Ladung als Integrationsfläche:

$$\oiint_A \vec{E} d\vec{f} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2-2)$$

Da \vec{E} an jeder Stelle parallel zu $d\vec{f}$ (Flächennormale) ist, müssen nur die Beträge berücksichtigt werden. Außerdem ist der Betrag von E konstant, kann also vor das Integral gezogen werden:

$$E \oiint_A d\vec{f} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2-3)$$

Damit bleibt nur noch die Integration über die gesamte Kugeloberfläche:

$$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2-4)$$

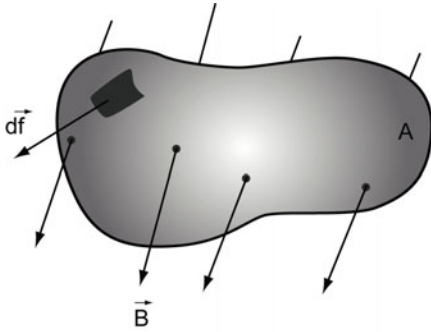
und es folgt das Coulomb-Gesetz:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (2-5)$$

II. Gauß'scher Satz für das magnetische Feld:

$$\oiint_A \vec{B} d\vec{f} = 0 \quad (2-6)$$

Analog zu I. sagt diese Gleichung aus, dass der Fluss des magnetischen Feldes durch irgendeine geschlossene Oberfläche immer gleich Null ist, siehe auch die Skizze in Bild 2-2. Das ist deshalb so einfach, weil das magnetische Feld keine Quellen und Senken hat. Es gibt keine magnetischen Monopole! Also sind Magnetfelder immer in sich geschlossene Feldwirbel.

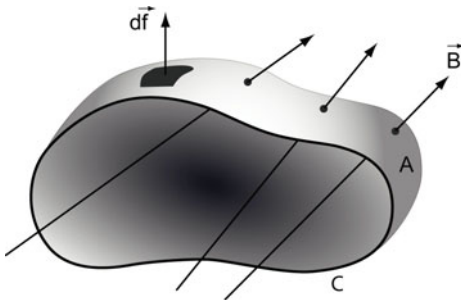
**Bild 2-2**

Fluss des magnetischen Feldes \vec{B} durch eine geschlossene Oberfläche

III. Faraday'sches Induktionsgesetz:

$$\oint_C \vec{E} d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} d\vec{f} \quad (2-7)$$

Die Aussage dieses Gesetzes ist, dass das Linienintegral des elektrischen Feldes entlang einer geschlossenen Kurve C (Kringel am Integral!) gleich ist der zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses durch eine beliebige von C umrandete Fläche (keine geschlossene Oberfläche, also kein Kringel), siehe Skizze in Bild 2-3.

**Bild 2-3**

Elektrischer Strom im Leiter C durch zeitlich sich änderndes Magnetfeld

Handfestes Beispiel zur Veranschaulichung der Geometrie: Wenn die Integrationsfläche A ein offener Brotbeutel wäre, dann wäre die Kordel an der Öffnung die geschlossene Kurve C.

Eine physikalische Aussage, die im Induktionsgesetz steckt, ist z. B. die folgende: Ein zeitlich sich änderndes Magnetfeld durch eine geschlossene Leitschleife induziert einen elektrischen Strom in dem Leiter.

IV. Ampere-Maxwell'sches Gesetz:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} d\vec{f} \quad (2-8)$$

mit der Permeabilitätskonstanten $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ns}^2}{\text{C}^2}$.

Das ist die Analogie zu III. für das magnetische Feld. Hierin zusammengefasst ist die Erkenntnis, dass geschlossene magnetische Wirbelfelder sowohl durch einen Stromfluss I als auch

durch die zeitliche Änderung des elektrischen Flusses entstehen können. In Bild 2-4 ist dieser Sachverhalt für den Aufladevorgang eines Kondensators dargestellt.

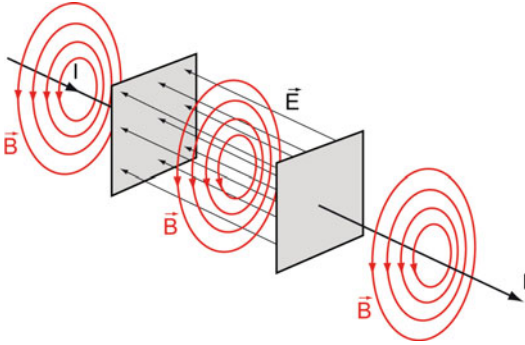


Bild 2-4
Magnetische Wirbelfelder beim Aufladen
eines Kondensators

Fassen wir diese vier Gleichungen nochmals in ihrer einfachsten Form zusammen. Im Vakuum gibt es weder Ladungen noch Ströme, deshalb reduzieren sich die Maxwell-Gleichungen auf folgenden Satz:

$$\oiint_A \vec{E} \cdot d\vec{f} = 0 \quad (2-9)$$

$$\oiint_A \vec{B} \cdot d\vec{f} = 0 \quad (2-10)$$

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{f} \quad (2-11)$$

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{f} \quad (2-12)$$

Bis auf den Zahlenfaktor $-\mu_0 \epsilon_0$ sind die Maxwell-Gleichungen in dieser Darstellung in \vec{E} und \vec{B} symmetrisch.

Eine wichtige Erkenntnis aus der Verknüpfung von \vec{E} und \vec{B} ist in Bild 2-5 nochmals veranschaulicht: zeitlich veränderliche elektrische Felder erzeugen einen magnetischen Fluss und umgekehrt.

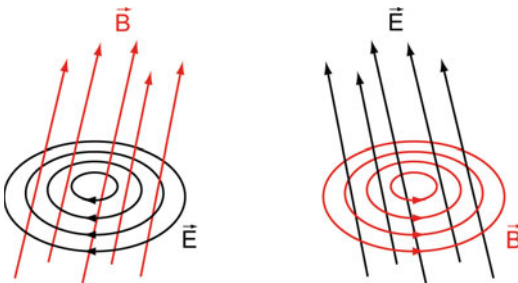


Bild 2-5
Zusammenhang von elektrischen und
magnetischen Feldern

Abschließend sei hier noch darauf hingewiesen, dass aus den Maxwell-Gleichungen auch Wellengleichungen für \vec{E} und \vec{B} folgen. Die Herleitung dafür findet man z. B. im Anhang des hervorragenden Optik-Lehrbuchs von Hecht. Hier beschränken wir uns auf die Darstellung des Spezialfalls der elektromagnetischen Welle mit Ausbreitung in x-Richtung:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} \quad (2-13)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} \quad (2-14)$$

Diese Gleichungen haben als Lösung z. B. harmonische ebene Wellen der Form

$$\vec{E}(x, t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad (2-15)$$

worauf an dieser Stelle aber nicht weiter eingegangen wird.

Und ebenfalls aus den Maxwell-Gleichungen folgt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2-16)$$

Für die Lichtgeschwindigkeit gab es zu Maxwells Zeit schon gute Zahlenabschätzungen. Durch den Vergleich dieser Werte mit den Berechnungen für die elektromagnetischen Wellen kam Maxwell zu der Erkenntnis: Licht ist eine elektromagnetische Welle!

2.2 Physikalische Interpretation

Im vorangegangenen Unterkapitel wurde auf die mathematische Herleitung der Wellengleichungen verzichtet, dafür gibt es jetzt noch etwas pragmatische physikalische Betrachtungen zur Entstehung von elektromagnetischen Wellen.

Beginnen wir zunächst mit einer ruhenden Ladung, deren radiales, gleichförmiges elektrisches Feld bis ins Unendliche reicht. Jetzt bewegen wir die Ladung aus der Ruhestellung weg, sie wird also beschleunigt. Dadurch wird das elektrische Feld in der Nähe der Ladung verändert und diese Änderung pflanzt sich in den Raum fort.

Das zeitliche variierende elektrische Feld \vec{E} erzeugt gemäß den Maxwell-Gleichungen einen magnetischen Fluss \vec{B} . Weil die Ladung beschleunigt wird, ist die zeitliche Variation von \vec{E} nicht konstant und damit ist auch \vec{B} zeitabhängig. Als Konsequenz aus dem zeitlich variablen magnetischen Fluss entsteht nach Maxwell erneut ein elektrisches Feld.

\vec{E} und \vec{B} Felder sind eigentlich keine unabhängigen Phänomene, sondern zwei Aspekte des einen physikalischen Phänomens der elektromagnetischen Welle. Diese Welle bewegt sich unabhängig von der ursprünglichen Ladung und erneuert sich wechselseitig (durch \vec{E} und \vec{B}) in einem quasi endlosen Zyklus, sie hält sich damit selbst am Leben.

Dieser Prozess ist äußerst effektiv und kann im Vakuum über Jahrtausende fortgesetzt werden. Bild 2-6 zeigt unsere Nachbargalaxie Andromeda (M 31); die elektromagnetischen Wellen, die wir in einer klaren Nacht mit bloßem Auge als Lichtfleck am Himmel sehen können, waren über 2 Millionen Jahre unterwegs, bis sie uns erreicht haben!



Bild 2-6 Unsere Nachbargalaxie Andromeda in 2,3 Millionen Lichtjahren Entfernung (Quelle: NASA)

Wir hatten festgestellt, dass elektromagnetische Wellen durch beschleunigte Ladungen entstehen. Je nach Art der Quelle und den darin bewegten Ladungen ist die Wellenlänge bzw. die Frequenz der Strahlung sehr unterschiedlich. Der insgesamt überdeckte Bereich umfasst dabei annähernd 20 Zehnerpotenzen. So oszillieren in großen Sendeantennen zur Erzeugung von Radiowellen makroskopische Ströme, zur Generierung von Mikro- und Radarwellen werden Elektronen in Vakuumröhren moduliert, Licht entsteht in der Hülle von Atomen beim Übergang von Elektronen zwischen den Energieniveaus und γ -Strahlung entsteht in Atomkernen bei der Umwandlung von Nukleonen.

Fassen wir als Ergebnis abschließend nochmals zusammen: Licht ist auch eine elektromagnetische Welle; alle elektromagnetischen Wellen sind transversale Wellen, d. h. \vec{E} und \vec{B} stehen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung; des weiteren steht \vec{E} immer senkrecht auf \vec{B} und die beiden Felder haben eine feste Phasenbeziehung; schließlich ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit aller elektromagnetischen Wellen in Vakuum $c = 2,99 \cdot 10^8$ m/s.

Der Spezialfall einer linear polarisierten elektromagnetischen Welle ist in Bild 2-7 dargestellt. Nähere Erläuterungen zur Polarisierung finden sich in einem späteren Kapitel.

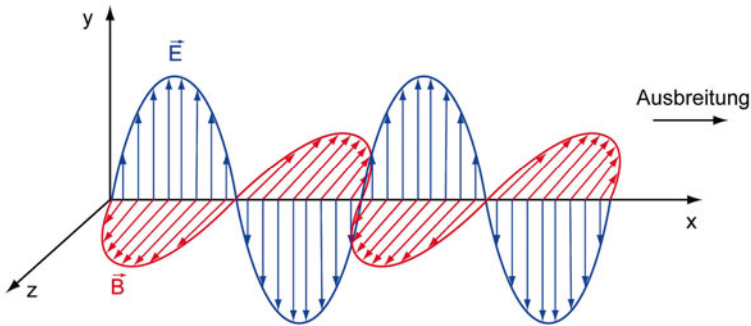


Bild 2-7 Elektrisches und magnetisches Feld für den Spezialfall einer linear polarisierten elektromagnetischen Welle

Optische Sensorik

Lasertechnik, Experimente, Light Barriers

Löffler-Mang, M.

2012, IX, 244 S. 272 Abb., 133 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-8348-1449-4