
Prefazione

La prima reazione a questo libro potrebbe essere:

Perché un altro libro di probabilità? Perché questo titolo?

Una risposta, non particolarmente originale, è che la probabilità costituisce un linguaggio ed uno strumento tecnico e concettuale ormai ben consolidato la cui importanza difficilmente può essere sopravvalutata. Tanto per non tirarla troppo per le lunghe si può citare il grande J. Clerk Maxwell:

The true logic for this world is the calculus of Probabilities.

Nonostante il calcolo delle probabilità sia presente in quasi tutti i campi della fisica, per nostra esperienza sappiamo che molto spesso gli studenti di fisica presentano gravi lacune (sia tecniche che concettuali) anche su aspetti di base della probabilità. Paradossalmente anche chi si occupa di meccanica statistica a volte non è immune da questi difetti di preparazione. Queste carenze sono dovute, a nostro avviso, all'organizzazione didattica che tipicamente relega la presentazione, spesso frammentaria e che utilizza solo matematica elementare, dei concetti e tecniche di base del calcolo delle probabilità ai primi anni nei corsi di laboratori e qualche cenno nel corso di meccanica statistica. Mentre una trattazione sistematica e più rigorosa è disponibile solo in corsi avanzati (non obbligatori) della laurea specialistica, in genere con un taglio matematico o fisico-matematico.

Anche sui punti fondamentali, come la legge dei grandi numeri ed il teorema del limite centrale, è facile imbattersi con idee vaghe (se non errate) sulla reale validità dei risultati. Tra le tante possiamo citare la ridicola affermazione (attribuita a Poincaré¹) che circola sulla diffusa presenza della funzione gaussiana in molti fenomeni, ammantata di una non necessaria aura di mistero:

Gli sperimentali pensano sia un teorema matematico, mentre i matematici lo credono un fatto sperimentale.

¹ Ci rifiutiamo di credere che il grande scienziato possa aver detto, se non con intento scherzoso, una tale stupidaggine.

Questo diffuso disinteresse per la probabilità tra i fisici è per certi aspetti inspiegabile e suona quasi paradossale in quanto i moderni sviluppi della teoria della probabilità sono stati chiaramente ispirati dalla fisica. Anche senza essere esperti di storia delle scienze si può tranquillamente sostenere che nella seconda metà dell'Ottocento il vecchio approccio classico alla probabilità non aveva possibilità di sviluppo, sia per problemi interni, ma soprattutto per mancanza di applicazioni serie. Sono stati proprio gli stimoli provenienti dalla fisica, a cominciare con lo sviluppo della meccanica statistica da parte di J.C. Maxwell e L. Boltzmann, ed il moto browniano (con A. Einstein, M. Smoluchowski e P. Langevin) che hanno permesso lo sviluppo moderno del calcolo della probabilità e la teoria dei processi stocastici.

In fisica il calcolo delle probabilità ha un ruolo centrale e questo per diversi motivi. Oltre a quelli ovvi (analisi dei dati) possiamo elencare:

- chiarire alcuni aspetti fondamentali della meccanica statistica, ad esempio: il significato matematico degli insiemi statistici, l'importanza dei tanti gradi di libertà coinvolti negli oggetti macroscopici, il principio di massima entropia (tanto spesso citato a sproposito);
- districarsi nell'apparente dicotomia tra la descrizione deterministica (in termini di equazioni differenziali) della fisica classica e l'uso di approcci probabilistici;
- orientarsi nei problemi di modellizzazione di fenomeni "complessi", ad esempio quelli che coinvolgono gradi di libertà con tempi caratteristici molto diversi.

Lo schema del libro è il seguente:

- La Prima Parte (Capitoli 1, 2 e 3) è costituita da un'*Introduzione generale alla probabilità*. Particolare enfasi è dedicata alla probabilità condizionata, alle densità marginali ed ai teoremi limite (legge dei grandi numeri, teorema del limite centrale e teoria delle grandi deviazioni). Alcuni esempi sono introdotti con lo scopo esplicito di evidenziare come molti risultati della meccanica statistica non sono altro che applicazioni di aspetti generali del calcolo delle probabilità.
- Nella Seconda Parte (Capitoli 4, 5 e 6) presentiamo i *Concetti fondamentali dei processi stocastici*. Dopo una discussione del moto Browniano, introduciamo le catene di Markov ed i processi stocastici la cui densità di probabilità è regolata dall'equazioni di Fokker-Planck. Due brevi parentesi, sul metodo Montecarlo e l'uso delle equazioni differenziali stocastiche per i modelli climatici, danno un'idea dell'importanza applicativa dei processi stocastici in fisica.
- La Terza Parte (Capitoli 7, 8 e 9) è una *Selezione di argomenti avanzati*: analisi dei sistemi deterministici caotici in termini probabilistici; generalizzazione del teorema del limite centrale per variabili con varianza infinita (funzioni stabili di Lévy); rilevanza delle distribuzioni non gaussiane nei processi di diffusione. Discutiamo infine alcuni dei molti aspetti dell'entropia, dalla meccanica statistica, alla teoria dell'informazione, al caos deterministico. Inutile dire che la scelta degli argomenti di questa terza parte è dettata in gran parte dagli interessi degli autori.

Per completezza in ogni capitolo abbiamo incluso alcuni esercizi e proposto semplici esperimenti numerici.

L'Appendice è divisa in due parti: la prima metà è un sillabo che contiene definizioni e concetti di base, ed è stata inserita alla fine del libro per non appesantire il testo con materiale che per qualche lettore è sicuramente superfluo. Nella seconda parte discutiamo tre argomenti interessanti, anche se in parte un po' a margine della fisica: un'applicazione (tecnicamente elementare ma con conseguenze non banali) della probabilità alla genetica; la statistica degli eventi estremi ed un'applicazione (al limite del lecito) del calcolo delle probabilità alla distribuzione dei numeri primi.

Infine, sono riportate le soluzioni degli esercizi.

I prerequisiti richiesti al lettore sono solo la matematica di base a livello universitario, per intendersi derivate, integrali, serie, calcolo combinatorio elementare e trasformate di Fourier.

Il primo ringraziamento è per Luca Peliti che ci ha incoraggiato in questo progetto con suggerimenti e consigli che hanno migliorato il libro. Stefano Berti, Massimo Cencini, Fabio Cecconi, Filippo De Lillo, Massimo Falcioni, Giacomo Gradenigo, Miguel Onorato, Davide Vergni e Dario Villamaina hanno letto parti del testo suggerendo miglioramenti, a loro tutti il nostro grazie. Un ringraziamento particolare ad Alessandro Sarracino che ha scovato molti punti poco chiari, refusi ed errori.

Torino e Roma, ottobre 2011

Guido Boffetta
Angelo Vulpiani

BOZZA NON DEFINITIVA

Probabilità in Fisica

Un'introduzione

Boffetta, G.; Vulpiani, A.

2012, XII, 236 pagg., Softcover

ISBN: 978-88-470-2429-8