
Indice

1	Richiami di relatività generale	1
1.1	Elementi di geometria Riemanniana	2
1.1.1	Metrica, connessione e derivata covariante	4
1.1.2	Curve geodetiche e tensore di curvatura	9
1.2	Le equazioni di Einstein con costante cosmologica	14
1.3	Il tensore dinamico energia-impulso	19
1.3.1	Esempi: campo scalare e fluido perfetto	21
	Esercizi	24
2	La geometria di Friedmann-Robertson-Walker	29
2.1	Varietà massimamente simmetriche	30
2.1.1	Spazio tridimensionale omogeneo e isotropo	31
2.2	Coordinate comoventi	33
2.2.1	Gauge sincrono e tempo cosmico	34
2.2.2	Tempo conforme	34
2.3	Effetti cinematici nella geometria FLRW	35
2.3.1	Spostamento spettrale	35
2.3.2	Orizzonte di particella e orizzonte degli eventi	38
	Esercizi	40
3	La dinamica del modello cosmologico standard	47
3.1	Le equazioni di Friedmann-Robertson-Walker	48
3.2	Soluzioni esatte per fluidi perfetti barotropici	51
3.2.1	Fase di radiazione, fase di materia, epoca d'equilibrio	53
3.3	Proprietà termodinamiche del fluido di radiazione	58
3.4	La relazione luminosità-redshift	63
3.4.1	Età dell'Universo	64
3.4.2	Distanza di luminosità	67
3.4.3	Magnitudine apparente e modulo di distanza	68
3.5	L'effetto di "redshift drift"	70
	Esercizi	72

4	Il modello inflazionario	77
4.1	Problemi del modello standard e possibili soluzioni	77
4.1.1	Massa mancante e materia oscura	77
4.1.2	Accelerazione ed energia oscura	79
4.1.3	Costante cosmologica e quintessenza	80
4.1.4	Problema della piatezza	81
4.1.5	Problema degli orizzonti	83
4.1.6	Singolarità iniziale e inflazione	86
4.2	La soluzione inflazionaria di de Sitter	87
4.2.1	Curvatura costante e completezza geodetica	90
4.3	Cinematica inflazionaria	92
	Esercizi	96
5	Inflazione “slow-roll”	101
5.1	Dinamica del campo scalare inflatonico	102
5.2	Condizioni di “slow-roll” e soluzioni inflazionarie	103
5.2.1	Potenziale quadratico e inflazione caotica	105
5.2.2	Soluzioni esatte: il potenziale esponenziale	106
	Esercizi	107
6	Teoria delle perturbazioni cosmologiche	111
6.1	Equazioni non perturbate in tempo conforme	112
6.2	Perturbazioni lineari della metrica e delle sorgenti	113
6.2.1	Perturbazioni scalari	115
6.3	Trasformazioni infinitesime e variabili gauge-invarianti	117
6.3.1	Scelta del gauge	121
6.4	Dinamica delle perturbazioni scalari	122
6.4.1	Sorgente scalare ed equazione canonica	126
	Esercizi	129
7	L’anisotropia della radiazione cosmica	133
7.1	Amplificazione inflazionaria delle perturbazioni scalari	133
7.1.1	Normalizzazione canonica delle fluttuazioni del vuoto	137
7.2	Distribuzione spettrale fuori dall’orizzonte	140
7.2.1	Perturbazioni di curvatura nei modelli “slow-roll”	142
7.2.2	Spettro primordiale del potenziale di Bardeen	145
7.3	L’effetto Sachs-Wolfe	148
7.3.1	Condizioni iniziali adiabatiche	152
7.4	Spettro angolare delle anisotropie	155
	Esercizi	159
8	Il fondo di radiazione gravitazionale fossile	165
8.1	Evoluzione canonica delle perturbazioni tensoriali	166
8.2	Produzione di gravitoni e densità d’energia spettrale	170
8.2.1	Esempio: calcolo dei coefficienti di Bogoliubov	173
8.3	Il fondo gravitazionale dei modelli inflazionari	180

8.3.1	Vincoli fenomenologici sull'intensità del fondo	183
8.3.2	Esempio: inflazione "slow-roll"	186
8.3.3	Contributi tensoriali alla CMB	188
8.4	Rivelazione diretta del fondo di gravitoni fossili	191
8.4.1	Rivelazione mediante correlazione di due antenne	193
	Esercizi	197
Appendice A La cosmologia delle membrane		205
A.1	Membrane di Dirichlet in teoria di stringa	210
A.2	Proiezione delle equazioni di Einstein sulla membrana	213
A.3	Deviazioni dalla cosmologia standard	220
A.4	Inflazione sulla membrana	223
A.5	Gravità "indotta" sulla membrana	228
Appendice B Medie covarianti per metriche non omogenee		233
B.1	Una prescrizione gauge-invariante	236
B.2	Regole di commutazione generalizzate	239
B.3	Medie sul cono luce	241
Bibliografia		245
Indice analitico		247

Lezioni di Cosmologia Teorica

Gasperini, M.

2012, XIII, 250 pagg., Softcover

ISBN: 978-88-470-2483-0