

Prefazione

Questo volume è dedicato a tutti gli appassionati di matematica, e nasce da un'esperienza concreta. Da vari anni presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa viene organizzata, a cura di Rosetta Zan e Pietro Di Martino, la 'Settimana Matematica'. Si tratta di una iniziativa all'interno del Progetto Lauree Scientifiche, rivolta agli studenti degli ultimi anni delle scuole superiori. Uno degli ingredienti principali di questa iniziativa sono i 'laboratori', pensati per mettere gli studenti a diretto contatto con l'attività matematica, accompagnandoli nello studio di problemi che chiamano in causa le loro conoscenze, ponendole però sotto prospettive nuove.

Abbiamo organizzato più volte il laboratorio dedicato ai giochi e quello dedicato alla topologia nell'ambito della Settimana Matematica. L'esperienza fatta a Pisa ci ha poi incoraggiato a proporre i nostri laboratori anche in altre occasioni – in Italia, in Europa e negli Stati Uniti. In tutte queste situazioni abbiamo potuto osservare che i giochi costituiscono uno strumento didattico molto efficace. L'interesse degli studenti viene subito attirato dal meccanismo del gioco, e tutti si sentono coinvolti già dalle prime 'partitelle' che servono per capire le regole. Poi, piano piano, l'esigenza agonistica di capire 'come funziona', 'cosa fare per vincere', interpella i ragazzi: è qui che inizia il percorso matematico.

L'insegnante si trova in una situazione favorevole per tre importanti motivi: l'interesse degli studenti è molto alto fin dall'inizio; l'approccio matematico allo studio dei giochi è convincente perché offre risultati concreti e... agonisticamente utili; infine, gli argomenti matematici che 'si nascondono' nel meccanismo di certi giochi (che vanno opportunamente scelti) sono molto significativi. Pensiamo al processo di astrazione che porta alla definizione chiara di cosa vuol dire 'possedere una strategia vincente fin dall'inizio' e alla scoperta che, nei giochi considerati, uno dei due giocatori effettivamente la possiede o alla costruzione di algoritmi che permettono di risolvere un rompicapo e contemporaneamente portano ad approfondire la conoscenza delle permutazioni e dei gruppi. Oppure alla osservazione che un gioco con scacchiera e pedine nasconde nel suo meccanismo un importante teorema sulle funzioni continue; o ancora alla possibilità di giungere a svelare, attraverso una sfida in cui si collegano crocette nel piano con tratti di penna, la formula di Eulero per i grafi planari e i poliedri.

Il presente volume offre agli insegnanti un supporto per intraprendere questo percorso didattico che parte dai giochi e si inoltra nella matematica, mettendo a loro disposizione strumenti per introdurre o approfondire con gli studenti questioni di base (le tecniche di dimostrazione, per esempio, come l'induzione o la dimostrazione per assurdo) ma anche per rompere di tanto in tanto gli schemi dei programmi scolastici e aprire prospettive nuove. I giochi, infatti, per loro natura, pongono spesso problemi 'non standard'. Ci sarà dunque occasione di incontrare i coefficienti binomiali, i grafi, le permutazioni, i gruppi, le funzioni di più variabili

reali, il teorema di punto fisso di Brouwer, gli omeomorfismi, le curve nel piano, i lavori di Eulero e i primi concetti della topologia.

Ma questo volume non è rivolto solo agli insegnanti: confidiamo infatti che anche gli studenti e tutti gli appassionati di matematica troveranno la lettura utile e piacevole. Abbiamo impostato la trattazione degli argomenti in modo che sia possibile seguire diversi piani di lettura, dedicando spazio alla descrizione degli esempi più semplici oltre che alle dimostrazioni dei teoremi che entrano in scena.

Il libro è suddiviso in quattro parti, ognuna delle quali è legata ad un gioco o a una famiglia di giochi. Nella prima parte vengono descritti il Chomp, il Nim, il gioco dei divisori, il Chomp sui grafi e tutta una serie di giochi a due giocatori in cui i concorrenti, al loro turno, ‘mangiano’ qualcosa. La seconda parte è dedicata al gioco del 15 e ad altri giochi con blocchetti mobili da far scorrere dentro una scatola o lungo un grafo. Nella terza parte viene presentato l’Hex, un gioco con pedine da posizionare su una scacchiera inventato da Piet Hein e John Nash. Nella quarta parte si discutono giochi con carta e penna (Germogli, Cavoletti di Bruxelles, eccetera): in questi giochi due giocatori devono collegare con dei tratti di penna alcuni punti fissati, rispettando certi vincoli. Le quattro parti del libro condividono la stessa struttura, articolata in sei capitoli.

- Il primo capitolo si apre con la descrizione delle regole del gioco principale, illustrate con qualche semplice esempio. In un secondo momento si studia il gioco cercando di capire come funziona e come fare per vincere. A questo punto si osserva che le domande naturali (ossia se esista una strategia vincente disponibile già dall’inizio per uno dei giocatori, quale sia il giocatore che può vincere, quale sia esattamente questa strategia) suscitano varie riflessioni matematiche. Si enunciano dunque con precisione queste domande.
- Nel secondo capitolo si danno risposte alle domande, coinvolgendo i concetti matematici che erano nascosti nel meccanismo del gioco. Si offrono dimostrazioni rigorose mantenendo però il linguaggio ad un livello facilmente accessibile, rimanendo nello spirito del ‘gioco’.
- Nel terzo capitolo, dal titolo ‘Variazioni sul tema’, si presentano alcuni giochi affini a quello principale. Chi si avvicina a questo libro anche per giocare troverà interessanti varianti con cui cimentarsi, mentre chi è interessato al percorso matematico noterà che a volte basta cambiare piccoli dettagli nelle regole o nella situazione iniziale per dare spunto a domande nuove.
- Il quarto e il quinto capitolo, il cui titolo comincia con ‘In primo piano: ...’ sono dedicati ad un approfondimento dei temi e contenuti matematici che sono al cuore dei ragionamenti utilizzati per rispondere alle domande nate dal gioco. Il linguaggio diviene più formale, senza scollegarsi però completamente dagli esempi dei giochi. L’insegnante potrà utilizzare questi approfondimenti per accompagnare gli studenti nel percorso che porta gradualmente dall’intuizione all’esigenza di cercare conferme attraverso delle dimostrazioni, dallo studio di un problema particolare alla scoperta di teoremi e tecniche generali, dando una ‘prima introduzione’ a concetti matematici di grande importanza.
- L’ultimo capitolo offre una lista di esercizi che insistono sugli argomenti presentati nei ‘primi piani’. Gli esercizi si aggiungono a quelli che, intercalati nel te-

sto dei capitoli precedenti, riproducono le domande poste agli studenti durante le lezioni. Talvolta abbiamo incluso dei suggerimenti per lo svolgimento.

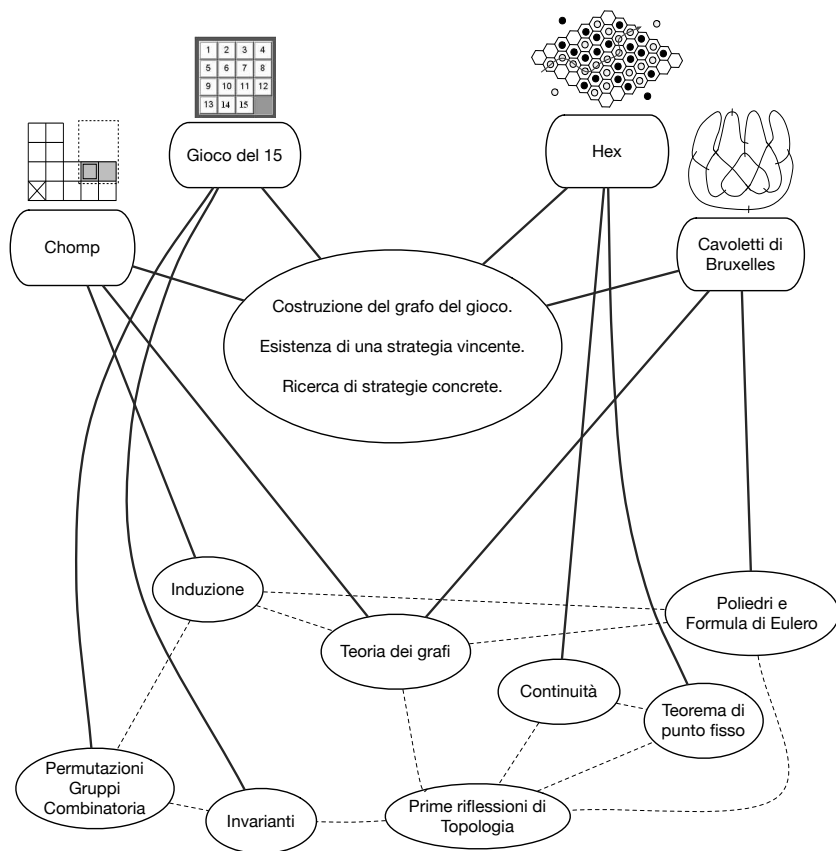
Completano il libro un'appendice che contiene informazioni sulle esperienze didattiche e sui laboratori che abbiamo organizzato (e rimanda alla pagina web <http://www.maestran.ch/giochi/index.html> in cui si possono trovare maggiori dettagli e dati aggiornati) e una seconda appendice con le soluzioni di alcuni esercizi proposti nel testo.

Il legame fra i giochi e i principali argomenti matematici discussi nel libro viene rappresentato nello schema riassuntivo che conclude questa prefazione. Le linee continue collegano gli argomenti trattati nei 'primi piani' ai rispettivi giochi. Le linee tratteggiate indicano quali legami fra i vari argomenti vengono messi in luce nel nostro 'racconto'.

Desideriamo ringraziare gli organizzatori della Settimana Matematica, Rosetta Zan e Pietro Di Martino, per averci incoraggiato con il loro entusiasmo e fornito preziose indicazioni rileggendo le versioni preliminari del lavoro, e Fabrizio Broglia che ci ha dato l'idea di questo percorso didattico sui giochi. Ringraziamo anche Alberto Abbondandolo, Francesca Acquistapace, Alessandro Berarducci, Mauro Di Nasso e Pietro Majer, per i consigli sulle lezioni e le conversazioni sui giochi, Maurice Froidcoeur per l'attenta lettura della versione preliminare di alcuni capitoli. Un ringraziamento speciale va infine a Marco Golla e Giulio Tiozzo, che hanno condiviso con noi questa esperienza nei primi laboratori.

Pisa, gennaio 2012

*Emanuele Delucchi
Giovanni Gaiffi
Ludovico Pernazza*





<http://www.springer.com/978-88-470-2615-5>

Giochi e percorsi matematici

Delucchi, E.; Gaiffi, G.; Pernazza, L.

2012, XII, 199 pagg., Softcover

ISBN: 978-88-470-2615-5