

Table des matières

1 - PROLÉGOMÈNES : LA SEMICONTINUITÉ INFÉRIEURE ; LES TOPOLOGIES FAIBLES ; - RÉSULTATS FONDAMENTAUX D'EXISTENCE EN OPTIMISATION.	1
1 Introduction	1
2 La question de l'existence de solutions	1
2.1 La semicontinuité inférieure	2
2.2 Des exemples	5
2.3 Un résultat standard d'existence	8
3 Le choix des topologies. Les topologies faibles sur un espace vectoriel normé.	10
3.1 Progression dans la généralité des espaces de travail	10
3.2 Topologie faible $\sigma(E, E^*)$ sur E	12
3.3 Le topologie faible-*, $\sigma(E^*, E)$ (weak-* en anglais)	13
3.4 L'apport de la séparabilité	16
3.5 Un théorème fondamental d'existence en présence de convexité.	16
Références	24
2 CONDITIONS NÉCESSAIRES D'OPTIMALITÉ APPROCHÉE	25
1 Condition nécessaire d'optimalité approchée ou principe variationnel d'Ekeland.	26
1.1 Le théorème principal : énoncé, illustrations, variantes	26
1.2 La démonstration du théorème principal	30
1.3 Compléments	34
2 Condition nécessaire d'optimalité approchée ou principe variationnel de Borwein-Preiss	37
2.1 Le théorème principal : énoncé, quelques illustrations	37

2.2	Applications en théorie de l'approximation hilbertienne . . .	42
3	Prolongements possibles.	53
	Références	58
3	-AUTOUR DE LA PROJECTION SUR UN CONVEXE FERMÉ; -LA DÉCOMPOSITION DE MOREAU.. . . .	59
1	Le contexte linéaire : la projection sur un sous-espace vectoriel fermé (Rappels).	60
1.1	Propriétés basiques de p_V	60
1.2	Caractérisation de p_V	60
1.3	La "technologie des moindres carrés"	61
2	Le contexte général : la projection sur un convexe fermé (Rappels).	62
2.1	Caractérisation et propriétés essentielles	63
2.2	Le problème de l'admissibilité ou faisabilité convexe (the "convex feasibility problem").	65
3	La projection sur un cône convexe fermé. La décomposition de MOREAU	68
3.1	Le cône polaire.	68
3.2	Caractérisation de $p_K(x)$; propriétés de p_K ; décomposition de Moreau suivant K et K°	72
4	Approximation conique d'un convexe. Application aux conditions d'optimalité.	77
4.1	Le cône tangent	77
4.2	Application aux conditions d'optimalité.	80
	Références	84
4	ANALYSE CONVEXE OPÉRATOIRE	85
1	Fonctions convexes sur E	86
1.1	Définitions et propriétés.	86
1.2	Exemples	88
2	Deux opérations préservant la convexité.	91
2.1	Passage au supremum	91
2.2	Inf-convolution	91
3	La transformation de Legendre-Fenchel	95
3.1	Définition et premières propriétés	95
3.2	Quelques exemples pour se familiariser avec le concept	96
3.3	L'inégalité de Fenchel.	98
3.4	La biconjugaison.	98
3.5	Quelques règles de calcul typiques	99
4	Le sous-différentiel d'une fonction	100
4.1	Définition et premiers exemples	100
4.2	Propriétés basiques du sous-différentiel	102

4.3	Quelques règles de calcul typiques	105
4.4	Sur le besoin d'un agrandissement de ∂f	108
5	Un exemple d'utilisation du sous-différentiel : les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité dans un problème d'optimisation convexe avec contraintes.	108
	Références	116
5	QUELQUES SCHÉMAS DE DUALISATION DANS DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION NON CONVEXES	117
1	Modèle 1 : la relaxation convexe.	118
1.1	L'opération de "convexification fermée" d'une fonction	118
1.2	La "relaxation convexe fermée" d'un problème d'optimisation (\mathcal{P})	119
2	Modèle 2 : convexe + quadratique.	125
3	Modèle 3 : diff-convexe.	129
	Références	140
6	SOUS-DIFFÉRENTIELS GÉNÉRALISÉS DE FONCTIONS NON DIFFÉRENTIABLES	141
1	Sous-différentiation généralisée de fonctions localement Lipschitz	142
1.1	Dérivées directionnelles généralisées et sous-différentiels généralisés au sens de CLARKE: Définitions et premières propriétés	144
1.2	Sous-différentiels généralisés au sens de CLARKE: Règles de calcul basiques.	150
1.3	Un exemple d'utilisation des sous-différentiels généralisés : les conditions nécessaires d'optimalité dans un problème d'optimisation avec contraintes	153
1.4	En route vers la géométrie non lisse	156
2	Sous-différentiation généralisée de fonctions s.c.i. à valeurs dans $\mathbb{R} \cup \{+\infty\}$	158
2.1	Un panel de sous-différentiels généralisés	158
2.2	Les règles de va-et-vient entre Analyse et Géométrie non lisses.	161
	Références	166
	Index	169

Bases, outils et principes pour l'analyse variationnelle

Hiriart-Urruty, J.-B.

2013, XIII, 171 p. 36 ill., Softcover

ISBN: 978-3-642-30734-8