

Table des matières

1	Vecteurs et processus gaussiens	1
1.1	Rappels sur les variables gaussiennes en dimension un	1
1.2	Vecteurs gaussiens	3
1.3	Espaces et processus gaussiens	6
1.4	Mesures gaussiennes	10
2	Le mouvement brownien	15
2.1	Le pré-mouvement brownien	15
2.2	La continuité des trajectoires	18
2.3	Comportement des trajectoires du mouvement brownien	23
2.4	La propriété de Markov forte	27
3	Filtrations et martingales	33
3.1	Filtrations et processus	33
3.2	Temps d'arrêt et tribus associées	35
3.3	Martingales et surmartingales à temps continu	40
3.4	Théorèmes d'arrêt	47
4	Semimartingales continues	57
4.1	Processus à variation finie	57
4.1.1	Fonctions à variation finie	57
4.1.2	Processus à variation finie	60
4.2	Martingales locales	61
4.3	Variation quadratique d'une martingale locale	64
4.4	Semimartingales continues	73
5	Intégrale stochastique	79
5.1	Construction de l'intégrale stochastique	79
5.2	La formule d'Itô	91
5.3	Quelques applications de la formule d'Itô	96
5.4	Le théorème de Girsanov	105
5.5	Quelques applications du théorème de Girsanov	110

6	Théorie générale des processus de Markov	121
6.1	Définitions générales et problème d'existence	121
6.2	Semigroupes de Feller	126
6.3	La régularité des trajectoires	132
6.4	La propriété de Markov forte	135
6.5	Deux classes importantes de processus de Feller	137
6.5.1	Processus de Lévy	137
6.5.2	Processus de branchement continu	138
7	Equations différentielles stochastiques	145
7.1	Motivation et définitions générales	145
7.2	Le cas lipschitzien	148
7.3	Les solutions d'équations différentielles stochastiques comme processus de Markov	155
7.4	Quelques exemples d'équations différentielles stochastiques	160
7.4.1	Le processus d'Ornstein-Uhlenbeck	160
7.4.2	Le mouvement brownien géométrique	161
7.4.3	Les processus de Bessel	161
	Appendice A1. Lemme de classe monotone	167
	Appendice A2. Martingales discrètes	169
	Références	173
	Index	175

Mouvement brownien, martingales et calcul
stochastique

Le Gall, J.-F.

2013, VIII, 176 p. 2 ill., Softcover

ISBN: 978-3-642-31897-9