

Vorwort

Mathematisches Billard beschreibt die Bewegung eines Massepunktes in einem Gebiet, an dessen Rand der Massepunkt elastisch reflektiert wird. Billard ist keine einzelne mathematische Disziplin; wie schon von Katok in [57] formuliert, ist Billard eher eine mathematische Spielwiese, auf der verschiedene Methoden getestet und verbessert werden. Als Thema ist Billard wirklich sehr populär: Im Januar 2005 ergab eine Suche nach „Billard“ in der Datenbank MathSciNet über 1 400 Treffer. Die Zahl der physikalischen Arbeiten, die sich mit dem Thema Billard befassen, dürfte ähnlich hoch sein.

Üblicherweise wird Billard im Rahmen der Theorie Dynamischer Systeme untersucht. Dieses Buch unterstreicht die Verbindungen zu Geometrie und Physik. Billard wird hier im Zusammenhang mit geometrischer Optik behandelt. Insbesondere wartet dieses Buch mit rund 100 Abbildungen auf. Es gibt etliche Übersichtsartikel, die sich dem mathematischen Billard widmen. Die Spanne reicht von populärwissenschaftlichen Artikeln bis hin zu mathematisch anspruchsvollen: [41, 43, 46, 57, 62, 65, 106].

Geweckt wurde mein Interesse an Billard durch das Buch von Sinai [101], das ich als Studienanfänger las. Die erste russische Ausgabe dieses Buches aus dem Jahr 1973 enthielt acht Seiten über mathematisches Billard. Ich hoffe, dass auch das vorliegende Buch Studienanfänger und Graduierte für dieses wunderschöne und umfangreiche Thema begeistern wird; zumindest habe ich versucht, ein Buch zu schreiben, das ich als Studienanfänger gern gelesen hätte.

Dieses Buch eignet sich als Grundlage einer Vorlesung für fortgeschrittene Studienanfänger oder Graduierte. Realistisch betrachtet, enthält es mehr Stoff, als man in einem Semester behandeln kann. Damit behält ein Lehrer, der dieses Buch verwenden möchte, ausreichend Flexibilität. Entwickelt hat sich das Buch aus einem Sommer-Intensivkurs¹ REU², den ich an der Pennsylvania State University im

¹ Sechs Wochen, sechs Stunden pro Woche

² Research Experience for Undergraduates

Jahr 2004 gehalten habe. Ein Teil des Stoffes war auch Bestandteil eines MASS³-Seminars, das ich an der Pennsylvania State University 2000–2004 und im Rahmen des Kanada/USA Binational Mathematical Camp im Jahr 2001 gehalten habe. Im Herbstsemester 2005 werde ich diesen Stoff wieder in einem ASS-Seminar über Geometrie verwenden.

Ein paar Worte möchte ich über den pädagogischen Ansatz dieses Buches verlieren. Selbst der Leser ohne solides mathematisches Grundwissen aus Analysis, Differentialgeometrie, Topologie, usw. wird von diesem Buch profitieren (es erübrigt sich zu sagen, dass dieses Wissen hilfreich wäre). Auf Konzepte aus diesen Fachgebieten greifen wir bei Bedarf einfach zurück, und der Leser sollte sich weitgehend auf sein mathematisches Bauchgefühl verlassen.

Beispielsweise sollte ein Leser, dem der Begriff einer glatten Mannigfaltigkeit nicht geläufig ist, stattdessen an eine glatte Fläche im Raum denken. Wer nicht mit der allgemeinen Definition einer Differentialform vertraut ist, sollte stattdessen die Version aus dem Anfängerkurs in Analysis verwenden („ein Ausdruck der Form. . .“). Und der Leser, dem Fourierreihen noch nicht begegnet sind, sollte stattdessen an trigonometrische Polynome denken. Vor Augen habe ich das Lernmuster eines Anfängers, der ein höheres Forschungsseminar besucht: Man kommt schnell an die forderste Front der aktuellen Forschung und verschiebt eine systematischere und „lineare“ Beschäftigung mit den Grundlagen auf später.

Eine Besonderheit dieses Buches ist die beachtliche Anzahl von Exkursen; jeder Exkurs hat jeweils eine eigene Überschrift und endet mit dem Symbol ♣. Viele Exkurse beschäftigen sich mit Themen, die selbst einem Studenten in höheren Semestern wahrscheinlich noch nicht begegnet sind, mit denen aber, so glaube ich, ein gut ausgebildeter Mathematiker vertraut sein sollte. Einige dieser Themen sind Teil der Standardausbildung (wie Evoluten und Evolventen oder die Konfigurationssätze der projektiven Geometrie), andere sind in Lehrbüchern verstreut (etwa die Verteilung der ersten Ziffern in verschiedenen Folgen, die Theorie der Regenbögen oder der Vierscheitelsatz). Wieder andere gehören in Fortgeschrittenenseminare (wie die Morsetheorie, der Poincaré'sche Wiederkehrsatz oder die symplektische Reduktion). Oder sie passen einfach in gar keinen Standardkurs und „fallen durch das Raster“ (wie Hilberts viertes Problem).

In einigen Fällen gebe ich mehr als einen Beweis zu ein und demselben Resultat an; ich halte mich an die Maxime, dass es lehrreicher ist, verschiedene Beweise zu ein und demselben Resultat anzugeben, als aus demselben Beweis verschiedene Resultate abzuleiten. Viel Aufmerksamkeit widme ich den Beispielen: Der beste Weg zum Verständnis eines allgemeinen Konzepts ist, das erste nichttriviale Beispiel detailliert zu untersuchen.

³ Mathematics Advanced Study Semesters

Den Kollegen und Studenten, mit denen ich über Billard diskutiert und von denen ich gelernt habe, bin ich sehr dankbar; es sind zu viele, um sie hier alle namentlich zu nennen. Es ist mir eine Freude bekanntzugeben, dass die National Science Foundation die Entstehung dieses Buches unterstützt hat.

Serge Tabachnikov

Geometrie und Billard

Tabachnikov, S.

2013, XI, 165 S. 99 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-31924-2