

2. Prolog: „Wie es anfang“

„Wer sich mit einer Wissenschaft bekannt machen will, darf nicht nur nach den reifen Früchten greifen – er muss sich darum kümmern, wie und wo sie gewachsen sind.“

J.C. Poggendorff

Zwischen der Planckschen Entdeckung (1900) des Wirkungsquantums und dem endgültigen Durchbruch zur QM in ihrer abschließenden Form (1925–26) verstrich genau das erste Viertel dieses Jahrhunderts. Dies scheint eine lange Zeit zu sein. Aber auch in der Retrospektive hätte kaum viel Zeit gewonnen werden können, denn die Entdeckung der QM war eine ungeheuer schwierige Aufgabe. Die Quantentheorie war eine „neue Physik“ mit neuer Art zu denken. Sie konnte „nicht aus dem hohlen Bauch gezogen werden“, wie sich Einstein ausdrückte.

Es wäre außerordentlich verlockend und instruktiv, den Verlauf der Geschichte, die Motive, Irrwege und Hemmungen der beteiligten Forscher nachzuzeichnen. Für den Studenten wäre dies aber ein sehr mühsamer Weg zur QM. Ich werde in dieser Vorlesung deshalb unhistorisch vorgehen. An den Anfang möchte ich aber doch ein paar historische Bemerkungen stellen, die zeigen sollen „wie es anfang“. Ich will damit an einem zentralen Beispiel verdeutlichen, wie verschlungen und seltsam es in der Forschung meist zugeht. Da ich kein Historiker bin, ist das Folgende mit einem Korn Salz zu nehmen.

Die Geburtsstunde der Quantenphysik fällt, wie gesagt, ins Jahr 1900. Genauer hat Planck die entscheidende Arbeit in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft (Berlin) am 14. Dez. 1900 vorgetragen. [Man vergegenwärtige sich: Einstein war damals 21 Jahre alt (Student an der ETH), Pauli war ein paar Monate alt und Heisenberg wurde ziemlich genau ein Jahr später geboren.]

Wie war es dazu gekommen? Die Geschichte wurde schon oft – aber nicht immer zutreffend – geschildert.^{1, 2}

¹Friedrich Hund: *Geschichte der Quantentheorie*, B.I., 1975.

²Abraham Pais: „*Raffiniert ist der Herrgott . . .*“, Albert Einstein, Eine wissenschaftliche Biographie, Vieweg 1986.

Die Motive, die Planck dazu führten, sich mit Hohlraumstrahlung zu befassen, sind sehr merkwürdig. Diese haben ihre Wurzeln in seiner Auffassung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik, mit welchem er sich seit seiner Dissertation viel beschäftigt hatte. Planck war ein scharfer Gegner der Boltzmannschen statistischen Auffassung der Entropie und damit des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik. Nach Boltzmann ist die Entropie³

$$S = k \cdot \log W \quad (2.1)$$

wobei W die Zahl der Möglichkeiten ist, durch die ein makroskopischer Zustand verwirklicht werden kann; k ist die Boltzmann Konstante. Einstein nannte (2.1) das Boltzmannsche Prinzip und hat auch die Umkehrung von (2.1) [$W = \exp(S/k)$] in unerhört fruchtbarer Weise benutzt (siehe unten).

Planck glaubte an eine absolute Irreversibilität und an eine *deterministische* Interpretation der Entropiezunahme. Für ein rein mechanisches System war dies aber unmöglich, wie sein Assistent E. Zermelo (derselbe Zermelo, nach dem das Auswahlaxiom in der Mengenlehre benannt wird) in einer höchst bemerkenswerten Arbeit zeigte. Zermelo bewies nämlich in für heutige Begriffe sehr moderner Manier, dass fast alle Zustände (Punkte des Phasenraumes) beliebig genau wiederkehren⁴ ($\rightarrow$ Zermeloscher Wiederkehrerwand). Dies beruht wesentlich darauf, dass die Zeitevolution durch eine Gruppe beschrieben wird und deshalb keine Zeitrichtung ausgezeichnet ist. Planck lehnte deshalb auch die „endlichen“ Atome der kinetischen Theorie von Boltzmann ab und stellte sich auf die Seite von Zermelo, der mit jugendlicher Unverschämtheit Boltzmann angriff.⁵

In einer Entgegnung versuchte Boltzmann klar zu machen, dass für seine Auffassung der Entropie der Zermelosche Wiederkehrerwand gegenstandslos war, allerdings ohne Planck zu überzeugen. [Die Frage, wie es möglich ist, dass

³Die Gl. 2.1 findet man nirgends in Boltzmanns Werk. Er spricht aber von der Proportionalität von S und dem Logarithmus der Wahrscheinlichkeit des Zustandes. Die grundlegende Beziehung (2.1) wurde erstmals von Planck aufgeschrieben. Mit Recht steht aber diese Formel auf Boltzmanns Grab in Wien. Auch die Konstante k hat nicht Boltzmann, sondern Planck eingeführt und zwar in seiner berühmten Arbeit vom 14. Dez. 1900.

⁴Genauer hat Zermelo in heutiger Terminologie folgendes gezeigt: Sei (M, μ, Φ_t) ein differenzierbares dynamisches System [M : differenzierbare Mannigfaltigkeit, μ : (reguläres) Borel-Maß mit $\mu(M) < \infty$, Φ_t : 1-parametrische Transformationsgruppe, welche das Maß μ invariant lässt], dann ist das Maß der Wiederkehrpunkte gleich $\mu(M)$. Dabei ist $x \in M$ ein Wiederkehrpunkt, falls für alle $T > 0$

$$x \in \overline{\{\Phi_t(x) : t > T\}}.$$

⁵Res Jost: „Boltzmann und Planck: Die Krise des Atomismus um die Jahrhundertwende und ihre Überwindung durch Einstein“, Einstein Symposium Berlin, Lecture Notes in Physics, Vol. 100 (1979); S. 128. Diesen Aufsatz findet man auch in Res Jost: „Das Märchen vom Elfenbeinturm“, Reden und Aufsätze, Lecture Notes in Physics (1995).

eine zeitumkehrinvariante Mechanik trotzdem zu irreversiblen Verhalten von (makroskopischen) mechanischen Systemen führen kann, ist aber auch heute noch nicht in allen Teilen wirklich befriedigend beantwortet.]

Planck hatte nun die merkwürdige Hoffnung, den 2. Hauptsatz als strenge Folge der Elektrodynamik begründen zu können. Es war keineswegs seine Absicht, eine neue Formel für die Hohlraumstrahlung zu finden. [Er glaubte nämlich an die Gültigkeit des Wienschen Gesetzes.] Planck übersah dabei, dass auch die Elektrodynamik keine Zeitrichtung auszeichnet und deshalb waren seine Bemühungen zum vornherein zum Scheitern verurteilt. Seine Fehler wurden ihm von Boltzmann deutlich unter die Nase gerieben, bis er schließlich die Aussichtslosigkeit seines Unterfangens einsah. Alles schien umsonst. Aber dann nahm die Geschichte eine höchst dramatische Wende, und Planck machte eine Entdeckung, welche ein neues Zeitalter der Physik einleiten sollte.

Was war über die schwarze Strahlung vor Plancks Entdeckung bekannt? Bezeichnet $\rho(T, \nu)$ die spektrale Energiedichte der thermodynamischen Gleichgewichtsstrahlung, so wusste man aus der *Elektrodynamik* und der *Thermodynamik*:

(i) $\rho(T, \nu)$ ist unabhängig von den materiellen Eigenschaften der den Hohlraum umgebenden Körper (Kirchhoff).

(ii) Für die Energiedichte $u(T) = \int_0^\infty \rho(T, \nu) d\nu$ gilt das Stephan-Boltzmannsche Gesetz:

$$u(T) = a T^4 \quad (2.2)$$

a = Stephan-Boltzmann Konstante.

(iii) Es gilt das Wiensche Verschiebungsgesetz:⁶ Die Kombination $\rho(T, \nu)/\nu^3$ ist nur eine Funktion von ν/T :

$$\rho(T, \nu)/\nu^3 = F(\nu/T) . \quad (2.3)$$

Unbekannt ist also nur die Funktion $F(x)$.

(iv) Planck hatte in einer früheren Arbeit (1899) einen materiellen Oszillator, als einfachstes mechanisches System, im Strahlungshohlraum betrachtet. Bezeichnet $E(T, \nu)$ die mittlere Energie des Oszillators mit der Frequenz ν im Gleichgewicht, so erhielt Planck (auf sehr komplizierte Weise) die Beziehung

$$\rho(T, \nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} E(T, \nu) . \quad (2.4)$$

⁶Res Jost: *Quantenmechanik I*, Ausarbeitung durch W. Schneider und E. Zehnder, Verlag des Vereins der Mathematiker und Physiker an der ETH Zürich, 1969; Abschn. I.3.

[Dieses Resultat kann man einfach bekommen.⁷] Bei der Herleitung von (2.4) geht die Annahme wesentlich ein, dass das Spektrum der Strahlungsmo- den zu lauter *inkohärenten* Oszillatorschwingungen Anlass gibt. Diese In- kohärenzforderung bezeichnet Planck als „*Hypothese der natürlichen Strah- lung*“.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass 1900 Rayleigh die elektromagnetischen Eigenschwingungen eines Hohlraumes analysierte und ebenfalls die Formel (2.4) erhielt, wobei aber $E(T, \nu)$ jetzt die mittlere Energie eines Feldoszilla- tors der Frequenz ν bezeichnet. [Bei Rayleigh war noch ein Faktor 8 falsch, welcher 1905 durch Jeans richtiggestellt wurde.] Die spektrale Anzahl $N(\nu)$ der Oszillatoren im Hohlraum ist, wie eine einfache Abzählung zeigt, gleich $8\pi V\nu^2/c^3$ (V = Volumen). Deshalb gilt $\rho(T, \nu) = (N(\nu)/V) E(T, \nu)$, d. h. (2.4).

Nun kommt alles auf die Berechnung von $E(T, \nu)$ an. Für Planck wäre es mehr als natürlich gewesen, für $E(T, \nu)$ den Aequipartitionswert $E(T, \nu) = kT$ der klassischen statistischen Mechanik zu benutzen. Das hat er aber nicht getan, wohl aber Rayleigh (1900) und dieser erhielt so (mit der Korrektur von Jeans 1905) das sog. *Rayleigh-Jeans-Gesetz*:

$$\rho(T, \nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT. \quad (2.5)$$

Dieses Gesetz ist tatsächlich eine unausweichliche Folge der klassischen Phy- sik; es führt aber auf eine Katastrophe

$$u(T) = \int_0^\infty \rho(T, \nu) d\nu = \infty \quad : \text{Ultraviolett Katastrophe.}$$

Planck scheint die Arbeit von Rayleigh nicht gekannt zu haben oder hat ihr keine Bedeutung beigemessen.

Schon 1896 hatte W. Wien ein Gesetz angegeben, welches die damali- gen Messungen von Paschen, Rubens und Wien gut wiedergab. In unserer heutigen Terminologie lautet dieses

$$E(T, \nu) = h\nu e^{-h\nu/kT} \quad (h : \text{Planck-Konstante}). \quad (2.6)$$

Dazu ist folgendes anzumerken. Nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz hat $E(T, \nu)$ die Form $E(T, \nu) = \nu F(\nu/T)$, oder $E(T, \nu) = kTG(\nu/kT)$. Hierin ist G dimensionslos, aber das Argument von G ist dimensionsbehaftet. Im klassischen Fall ergibt sich daraus kein Problem, da $G = 1$ ist. Falls aber G nichttrivial ist, muss eine *neue Naturkonstante* (h) existieren, so dass $h\nu/kT$ dimensionslos wird. Die Plancksche Konstante kündigt sich hier historisch erstmals auf sehr harmlose Weise an.⁸

⁷Siehe z. B. A. Sommerfeld, Bd. V, S. 139.

⁸In seinem Aufsatz⁵⁾ sagt Res Jost dazu: „Wenn in der fünften Mitteilung Planck schließlich im Abschnitt über „Thermodynamische Folgerungen“ sein eigentliches

Planck glaubte ursprünglich (1899), Argumente innerhalb der klassischen Physik (!) gefunden zu haben, welche genau zu diesem Gesetz führten. Wir lesen bei ihm:

„Ich glaube hieraus schließen zu müssen, dass (...) das Wiensche Energieverteilungsgesetz eine nothwendige Folge der Anwendung des Principis der Vermehrung der Entropie auf die elektromagnetische Strahlungstheorie ist und dass daher die Grenzen der Gültigkeit dieses Gesetzes, falls solche überhaupt existieren, mit denen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie zusammenfallen.“

Bei seiner Argumentation hat er die Formel (2.6) wie folgt umgeschrieben: Für einen Oszillator gilt nach dem 2. Hauptsatz für die Entropie

$$\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T} . \quad (2.7)$$

Also mit (2.6)

$$\frac{dS}{dE} = -\frac{k}{h\nu} \ln \left(\frac{E}{h\nu} \right) \quad (2.8)$$

und damit

$$\frac{d^2 S}{dE^2} = -\frac{k}{h\nu} \frac{1}{E} . \quad (2.9)$$

Im Jahre 1900 fanden nun Rubens und Kurlbaum in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt⁹ deutliche Abweichungen vom Wienschen Gesetz

Gebiet der Meisterschaft betritt, dann lichten sich die Wolken: er erkennt als erster klar, dass das Wiensche Strahlungsgesetz zwei neue *universelle Konstanten* (er nennt sie *a* und *b*) enthält, die zusammen mit der Lichtgeschwindigkeit *c* und der Gravitationskonstanten *f* natürliche Einheiten der Zeit, der Länge, der Masse und der Temperatur ergeben. Er schließt triumphierend-rätselhaft mit der Periode:

„Diese Größen behalten ihre natürliche Bedeutung so lange bei, als die Gesetze der Gravitation, der Lichtfortpflanzung im Vakuum und die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie in Gültigkeit bleiben; sie müssen also, von den verschiedensten Intelligenzen nach den verschiedensten Methoden gemessen, sich immer wieder als die nämlichen ergeben.“

Hier ist das Neuland in Sicht, das Planck ein Jahr später, dank seiner Standhaftigkeit betreten sollte.“

⁹Entscheidend für die Entdeckung des Planckschen Gesetzes war ein experimenteller Durchbruch im fernen Infrarot. Zwei hervorragende Gruppen arbeiteten unabhängig voneinander an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt – dem wohl am besten ausgerüsteten Physikalaboratorium seiner Zeit – über Strahlung schwarzer Körper. Otto Lummer und Ernst Pringsheim führten Messungen im bisher unerforschten Wellenlängenbereich $\lambda = 12 - 18 \mu\text{m}$ (und $T = 300 - 1650 \text{ K}$) durch. Sie stellten ihre Ergebnisse im Februar 1900 vor und zeigten, dass in diesem Wellenlängenbereich das Wiensche Gesetz versagte. Heinrich Rubens und Ferdinand Kurlbaum drangen noch tiefer ins Infrarot vor ($\lambda = 30 - 60 \mu\text{m}$ bei $T = 200 - 1500^\circ\text{C}$) und kamen zum gleichen Schluss. Ihre Arbeit ist ein Klassiker der Physikgeschichte. (Mehr dazu findet man im Buch von A. Pais³), S. 371.

bei kleinen Frequenzen (s. Abb. 2.1). Planck, dem diese Ergebnisse mitgeteilt wurden,¹⁰ musste also nach einem anderen Ausdruck für die Entropie des materiellen Oszillators suchen.

In einer ersten Arbeit versuchte er gegenüber (2.9) folgende ad hoc Verallgemeinerung (beachte, dass er immer mit der Entropie operiert):

$$\frac{d^2 S}{dE^2} = -\frac{\alpha}{E(\beta + E)} . \quad (2.10)$$

Dies gibt mit (2.7) (und spezieller Wahl der Integrationskonstante)

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE} = \frac{\alpha}{\beta} \ln \left(\frac{\beta + E}{E} \right) \quad (2.11)$$

oder

$$E = \frac{\beta}{e^{\beta/\alpha T} - 1} . \quad (2.12)$$

Mit (2.4) erhält man daraus

$$\rho(T, \nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \frac{\beta}{e^{\beta/\alpha T} - 1} . \quad (2.13)$$

Dies hat nur die Form des Wienschen Verschiebungsgesetzes (2.3), wenn β proportional zu ν ist und α von ν unabhängig ist. Dieses Gesetz (2 Konstanten) gab die neuen Messungen sehr gut wieder. Planck stand nun natürlich vor der Aufgabe, seinen ad hoc Ansatz (2.10) zu begründen. Mit diesem hatte er $(d^2 S/dE^2)^{-1}$ zwischen $\propto -E$ und $\propto -E^2$ interpoliert. Beachte, dass man für den klassischen Ausdruck $E = kT$ mit (2.7) $dS/dE = k/E$, d. h. $d^2 S/dE^2 = -k/E^2$ erhält. Planck interpolierte also in einfacher Weise zwischen dem Wienschen und dem Rayleighschen Gesetz, ohne allerdings das letztgenannte zu beachten.

An dieser Stelle greife ich etwas vor. In der später zu besprechenden Arbeit über die Lichtquantenhypothese von Einstein (1905) beginnt dieser damit, indem er klar auseinandersetzt, dass die klassische Physik notwendig das Rayleigh-Jeans-Gesetz impliziert, welches seinerseits zu einer Ultraviolett-Katastrophe führt. (Einstein hat dies selbständig eingesehen, denn er zitiert

¹⁰Es gibt Dokument, nach denen Rubens und seine Frau die Plancks am 7. Oktober (einem Sonntag) besucht haben. Im Laufe der Konversation an jenem Nachmittag soll Rubens gegenüber Planck bemerkt haben, dass $\rho(\nu, T)$ für kleine ν proportional zu T gefunden wurde. Nachdem die Besucher weggegangen waren, machte sich Planck an die Arbeit und fand am gleichen Abend seine „Interpolationsformel“. An demselben Abend teilte er Rubens sein Resultat auf einer Postkarte mit.

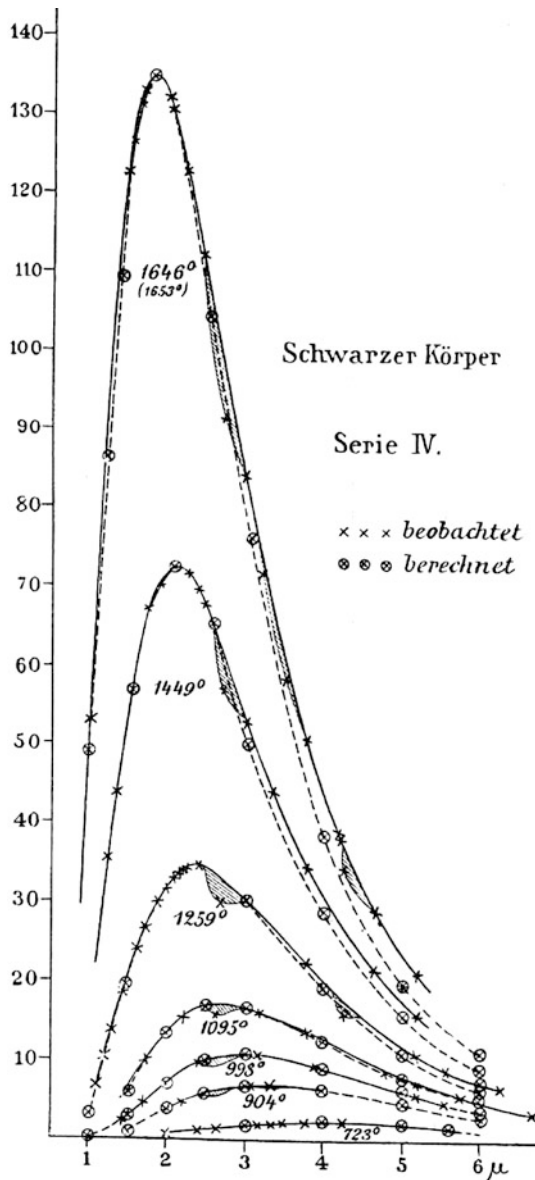


Abb. 2.1. Messungen des Strahlungsspektrums bei verschiedenen Temperaturen von H. Rubens und F. Kurlbaum (Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., 1900, S. 929), die Planck zu seiner Strahlungsformel führten. Die Daten zeigen merkliche Abweichungen vom Wienschen Gesetz bei langen Wellenlängen und höheren Temperaturen

nur zwei Arbeiten von Planck, sowie drei experimentelle Arbeiten von Lenard und Stark.) Er nimmt sodann die Plancksche Formel (2.13) als richtige empirische Formel zum Ausgangspunkt seiner Untersuchungen und schreibt sie

so

$$\rho(T, \nu) = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\beta \nu/T} - 1} , \quad (2.14)$$

wobei

$$\begin{aligned} \alpha &= 6.10 \times 10^{-56} , \\ \beta &= 4.866 \times 10^{-11} . \end{aligned}$$

Dann sagt er: Für große Werte von T/ν , d. h. für große Wellenlängen und Strahlungsdichten geht diese Formel in der Grenze in folgende über:

$$\rho(T, \nu) = \frac{\alpha}{\beta} \nu^2 T . \quad (2.15)$$

Dies vergleicht er mit dem Rayleigh-Jeansschen Gesetz und folgert

$$k \frac{8\pi}{c^3} = \frac{\alpha}{\beta} . \quad (2.16)$$

Mit $k = R/N_A$ (R : Gaskonstante, N_A : Avogadro'sche Zahl) erhält er, wie schon Planck, die erste Präzisionsbestimmung der Avogadro- Loschmidtschen Zahl:

$$N_A = 6.17 \times 10^{23} .$$

Einstein betont aber mit Recht, „dass die von Hr. Planck gegebene Bestimmung der Elementarquanta von der von ihm aufgestellten Theorie der ‚schwarzen Strahlung‘ bis zu einem gewissen Grade unabhängig ist.“ Tatsächlich wusste Einstein, im Gegensatz zu Planck, bei seiner Bestimmung der Loschmidtschen Zahl aus ersten Prinzipien was er tat. Nach unserem Wissen ist sein Vorgehen das erste Beispiel eines „Korrespondenz-Arguments“, das in der Folge – insbesondere in den Händen von Niels Bohr – eine wichtige Rolle spielen sollte.

Setzen wir in (2.14) noch $\beta = h/k$ und benutzen (2.16) (d. h. $\alpha = \frac{8\pi}{c^3} h$), so folgt in heutiger Schreibweise

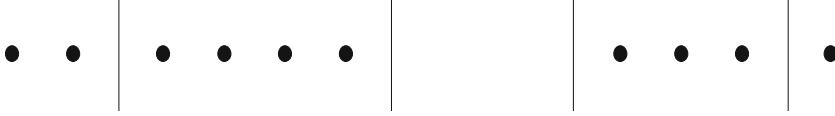
$$\rho(T, \nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} .$$

(2.17)

2.1 Geburt der Quantentheorie

Planck hatte seine neue Strahlungsformel in der Sitzung vom 19. Okt. (1900) vorgetragen. Bis zum 14. Dez. arbeitete er eine theoretische Erklärung seiner „Interpolationsformel“ aus, welche ein neues Kapitel in der Geschichte der Physik eröffnen sollte.

Planck blieb schließlich nichts anderes mehr übrig, als auf die so lange bekämpften Boltzmannschen Ideen zurückzugreifen. Der 2. Abschnitt seines

**Abb. 2.2.** Zur Herleitung von (2.18)

Vortrages beginnt ganz im Sinne Boltzmanns: „Entropie bedingt Unordnung (...)“. Ausgangspunkt war das Boltzmannsche Prinzip (2.1). Zur Bestimmung von W ging Planck folgendermaßen vor. Er betrachtete ein Ensemble von N Oszillatoren einer gegebenen Frequenz. Planck wählte für die mittlere Energie E_N der N Oszillatoren ein ganzzahliges Vielfaches P einer Energie Δ ($E_N = P \Delta$) und fragt nach der Anzahl der Möglichkeiten W , die P gleichen Teile Δ über die N Oszillatoren zu verteilen. Es ist

$$W = \frac{(N + P - 1)!}{(N - 1)! P!} . \quad (2.18)$$

Begründung: W ist die Anzahl der Möglichkeiten $N - 1$ Striche (welche die Resonatoren voneinander trennen) und P Punkte nebeneinander (siehe Abb. 2.2) anzuordnen. [W =Zahl der Partitionen $(P_1, \dots, P_N)$ mit $\sum_{i=1}^N P_i = P$.] Nun gibt es $(N - 1 + P)!$ Permutationen dieser $N - 1 + P$ Elemente; durch die $(N - 1)!$ Permutationen der Striche und die $P!$ Permutationen der Punkte entsteht aber keine neue Partition.

Da N und P große Zahlen sind, können wir die 1 in Zähler und Nenner vernachlässigen und die Stirlingsche Formel verwenden,

$$\ln N! \simeq N(\ln N - 1) .$$

Nach dem Boltzmannschen Prinzip ist die Entropie der N Oszillatoren

$$\begin{aligned} S_N &= k \ln W \simeq k[\ln(N + P)! - \ln N! - \ln P!] \\ &\simeq k[(N + P) \ln(N + P) - N \ln N - P \ln P] . \end{aligned}$$

Pro Oszillator gibt dies ($S = S_N/N$, $NE = P\Delta \Rightarrow \frac{P}{N} = \frac{E}{\Delta}$)

$$\begin{aligned} S &= k \left\{ \left(1 + \frac{E}{\Delta} \right) \ln \left(N \left(1 + \frac{E}{\Delta} \right) \right) - \ln N - \frac{E}{\Delta} \ln \left(N \frac{E}{\Delta} \right) \right\} \\ &= k \left\{ \left(1 + \frac{E}{\Delta} \right) \ln \left(1 + \frac{E}{\Delta} \right) - \frac{E}{\Delta} \ln \frac{E}{\Delta} \right\} . \end{aligned} \quad (2.19)$$

Daraus finden wir

$$\frac{d^2 S}{dE^2} = - \frac{k}{E(\Delta + E)} . \quad (2.20)$$

Dies stimmt – oh Wunder – mit der Interpolationsformel (2.10) überein, wenn dort $\alpha = k$, $\Delta = \beta$ gesetzt werden. Wie schon im Anschluss an (2.10)

erklärt wurde, erhalten wir nur Übereinstimmung mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz, wenn Δ proportional zu ν ist:

$$\boxed{\Delta = h\nu} . \quad (2.21)$$

Damit wird aus (2.12) und (2.13)

$$E = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.22)$$

und mit (2.4)

$$\rho(T, \nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} . \quad (2.23)$$

Planck unterstreicht, dass h *endlich sein muss*, um Übereinstimmung mit dem Experiment zu erzielen. Klassisch müsste h gegen 0 gehen, woraus sich aus (2.23) das Rayleigh-Jeans-Gesetz ergeben würde.

An dieser Herleitung ist folgendes hervorzuheben:

Die Plancksche Abzählung (2.2) weicht von derjenigen ab, die man im Sinne Boltzmanns zu erwarten hätte, wenn man Energiequanten verteilt. Nach Boltzmann wäre nämlich ein Fall durch die Angabe definiert, in welchem Kasten das erste Quant, in welchem Kasten das zweite Quant, etc. liegt. Diese Abzählung würde auf die Wiensche Formel führen. Die Plancksche Fallzählung entspricht dem, was man heute *Bose-Einstein-Statistik* nennt! Seine Art zu zählen kann durch keine klassische Vorstellung begründet werden.

Planck bestimmte durch Vergleich von (2.18) mit dem Experiment die Zahlen h und k und erhielt so nebenbei den damals genauesten Wert der Loschmidtschen Zahl. [Wie Einstein denselben Wert 1905 fand, habe ich schon besprochen.]

Die empirische Gültigkeit von Plancks Strahlungsformel wurde rasch akzeptiert, doch ging man auf die theoretische Begründung zunächst nicht ein. Erst 1905 reagierte Rayleigh und fragte, wie Planck etwas anderes als das „Rayleigh-Jeans-Gesetz“ bekommen konnte. Jeans warf Planck vor, unrichtige Statistik zu machen, er müsse doch h gegen Null gehen lassen.

Planck schrieb 1943: ... „Durch mehrere Jahre hindurch machte ich immer wieder Versuche, das Wirkungsquant irgendwie in das System der klassischen Physik einzubauen.“

Rückblickend wollen wir Folgendes festhalten:

- 1) Plancks Durchbruch geschah erst, nachdem experimentell *klassische* Abweichungen im Quantengebiet (wo das Wiensche Gesetz zuständig ist) gefunden wurden.
- 2) Hätte Planck den Gleichverteilungssatz der klassischen Statistischen Mechanik benutzt, so wäre er möglicherweise nie auf seine Strahlungsformel gekommen. Wie konnte er diesen grundlegenden Satz, der seit etwa 30 Jahren

bekannt war, ignorieren? Dies muss mit seiner negativen Einstellung zur Statistischen Mechanik von Boltzmann zusammenhängen.

3) Hätte Planck im Sinne Boltzmanns gezählt, wäre das Wiensche Gesetz herausgekommen. Seinen statistischen Schritt bezeichnete Planck¹¹ 1931 als einen „Akt der Verzweiflung . . . , dass ich unter allen Umständen, koste es, was es wolle, ein positives Resultat herbeiführen müsste.“

Zur Planckschen Herleitung meinte A. Pais¹² treffend:

„Daher bestand die einzige Rechtfertigung für die beiden Verzweiflungsschritte darin, dass sie ihm das gewünschte Resultat lieferten. Seine Beweisführung war verrückt, doch hatte diese Verrücktheit jene göttliche Qualität, die nur die grössten Persönlichkeiten in Zeiten des Übergangs der Wissenschaft geben können. Dadurch wurde Planck, der von Natur aus konservativ eingestellt war, in die Rolle eines Revolutionärs wider Willen gedrängt. Tief im Denken und den Vorurteilen des 19. Jahrhunderts verwurzelt, vollführte er den ersten gedanklichen Bruch, der die Physik des 20. Jahrhunderts so völlig anders erscheinen lässt als jene der vorhergegangenen Zeit. Obwohl es seit dem Dezember 1900 andere wichtige Neuheiten in der Physik gegeben hat, hat die Welt einen Kopf wie Planck nie mehr hervorgebracht.“

Sehr interessant sind auch Einsteins Bemerkungen in seinen autobiographischen Notizen.¹³ Zur Planckschen Formel schreibt er u. a.:

„Planck fand tatsächlich eine Begründung, deren Unvollkommenheiten zunächst verborgen blieben, welch letzterer Umstand ein wahres Glück war für die Entwicklung der Physik.“

Dazu zitieren wir noch Einsteins Kritik im Anschluss an den Vortrag von Planck im November 1911, anlässlich des berühmten ersten Solvay Kongresses. Er eröffnet die ausgedehnte interessante Diskussion mit folgenden Worten:

„An der Art und Weise, wie Herr Planck Boltzmanns Gleichung anwendet, ist für mich befremdend, dass eine Zustandswahrscheinlichkeit W eingeführt wird, ohne dass diese GröÙe physikalisch definiert wird. Geht man so vor, so hat Boltzmanns Gleichung zunächst gar keinen physikalischen Inhalt. Auch der Umstand, dass W der Anzahl der zu einem Zustand gehörigen Komplexionen gleichgesetzt wird, ändert daran nichts; denn es wird nicht angegeben, was die Aussage,

¹¹A. Hermann, *Frühgeschichte der Quantentheorie 1899–1913*. S. 32. Mosbach, Baden 1969.

¹²A. Pais²⁾, S. 376.

¹³A. Einstein: „Autobiographisches“, in: Paul Schilpp (Hrsg.), *Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher*. Vieweg, Braunschweig 1979.

dass irgend zwei Komplexionen gleich wahrscheinlich seien, bedeuten soll. Wenn es auch gelingt, die Komplexionen so zu definieren, dass die aus der Boltzmannschen Gleichung abgeleitete Entropie der gewöhnlichen Definition entspricht, scheint es mir bei der Art, wie Planck sich dieses Prinzips Boltzmanns bedient, nicht möglich zu sein, über die Zulässigkeit irgend einer Elementartheorie auf Grund der empirisch bekannten thermodynamischen Eigenschaften eines Systems Schlüsse zu ziehen.“

Für eine Darstellung der Planck'schen Entdeckung nach hundert Jahren sei schließlich noch auf ¹⁴ verwiesen.

2.2 Lichtquanten

Der nächste wichtige Beitrag zur Quantentheorie stammt von Einstein aus seinem unglaublich fruchtbaren Jahr 1905:

A. Einstein: Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Ann. Phys. **17**, 132 (1905).
[Für diese Arbeit erhielt Einstein den Nobelpreis.]

Unter der heutigen Physikergeneration ist die Meinung weit und unausrottbar verbreitet, dass sich diese Arbeit von Einstein in 1. Linie mit einer Erklärung des photoelektrischen Effektes befasst hätte. In Wirklichkeit waren damals die Messungen dieses Effektes viel zu ungenau, um darauf die Photonenhypothese zu begründen. Ich will den wesentlichen Inhalt von Einsteins Arbeit kurz besprechen.

Wie schon früher erwähnt, schließt Einstein zunächst, dass für große Wellenlängen und hohe Temperaturen die klassische Begründung gelten muss. Für kleine Werte von T/ν ($\frac{h\nu}{kT} \gg 1$) hingegen versagt die klassische Theorie. In diesem Bereich ist die Wiensche Strahlungsformel zuständig. Diese enthält also „neue Physik“. Einstein geht nun daran zu analysieren, was diese Strahlungsformel über das Licht aussagt.

Dazu berechnet er zunächst die Entropie ΔS der Strahlung in einem kleinen Frequenzintervall $(\nu, \nu + \Delta\nu)$. Diese kann man so erhalten (Einstein wiederholt hier eine Überlegung von Wien): Für die mittlere Energie $E(T, \nu)$ des Oszillators gilt im Wienschen Fall die Gl. 2.6:

$$E(T, \nu) = h\nu e^{-h\nu/kT} \quad (2.24)$$

woraus die Gl. 2.8 folgt,

$$\frac{dS}{dE} = -\frac{k}{h\nu} \ln \frac{E}{h\nu} . \quad (2.25)$$

¹⁴D. Giulini und N. Straumann: „... ich dachte mir nicht viel dabei ...“, *Planck's ungerader Weg zur Strahlungsformel*. Physikalische Blätter **56**, 37 (2000).

Folglich ist

$$S(E) = -k \frac{E}{h\nu} \left(\ln \frac{E}{h\nu} - 1 \right) . \quad (2.26)$$

Bezeichnet $\sigma(\nu, T)$ die spektrale Entropiedichte der Strahlung, so ist $\Delta S = \sigma V \Delta\nu$ und zwischen σ und der spektralen Energiedichte ρ besteht ebenfalls die thermodynamische Beziehung (2.7),

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \rho} = \frac{1}{T} . \quad (2.27)$$

Zwischen ΔS und $S(E)$ vermittelt deshalb derselbe Faktor $V 8\pi\nu^2 \Delta\nu / c^3$ wie nach der Planck'schen Beziehung (2.4) zwischen der Gesamtenergie $\Delta E = \rho(T, \nu) V \Delta\nu$ im betrachteten Frequenzintervall und $E(T, \nu)$. Es ist also

$$\Delta S = -\frac{k \Delta E}{h\nu} \left(\ln \frac{E}{h\nu} - 1 \right) . \quad (2.28)$$

Benutzen wir hier nochmals (2.4), so folgt

$$\Delta S = -k \frac{\Delta E}{h\nu} \left[\ln \frac{\Delta E}{V \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \Delta\nu} - 1 \right] . \quad (2.29)$$

Wir vergleichen die Entropie ΔS mit der Entropie ΔS_0 für die gleiche Menge an Strahlungsenergie ΔE im gleichen Frequenzintervall, jedoch im Volumen V_0 , und finden

$$\Delta S - \Delta S_0 = k \frac{\Delta E}{h\nu} \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = k \ln \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\Delta E / h\nu} . \quad (2.30)$$

Nun verwendet Einstein das Boltzmannsche Prinzip (2.1) und erhält für die relative Wahrscheinlichkeit W der zwei betrachteten Situationen

$$W = \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\Delta E / h\nu} . \quad (2.31)$$

Dieses Resultat vergleicht er mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeit für ein ideales Gas (N : Teilchenzahl)

$$W = \left(\frac{V}{V_0} \right)^N \quad (2.32)$$

und der zugehörigen Entropiedifferenz

$$S(V, T) - S(V_0, T) = Nk \ln \frac{V}{V_0} . \quad (2.33)$$

Geradezu handgreiflich treten in (2.31) (im Vergleich zu (2.32)) die Energiequanten $h\nu$ als Teilchen (Lichtquanten) auf. Einstein beschließt diese Betrachtung mit den berühmten Worten:

„Monochromatische Strahlung von geringer Dichte (innerhalb des Gültigkeitsbereiches der Wienschen Strahlungsformel) verhält sich in wärmetheoretischer Beziehung so, wie wenn sie aus voneinander unabhängigen Energiequanten von der Größe $h\nu$ bestünde.“

Diese Einsicht ist eine Frucht der statistischen Mechanik, welche Einstein tief verstand, hatte er diese doch zuvor weitgehend selbständig entwickelt.¹⁵

Für Einstein liegt es nun nahe, „zu untersuchen, ob auch die Gesetze der Erzeugung und Verwandlung des Lichtes so beschaffen sind, wie wenn das Licht aus derartigen Energiequanten bestünde“. Dies führt ihn zur Untersuchung der Stokeschen Regel und des photoelektrischen Effektes.¹⁶

Man kann die skizzierte Argumentation Einsteins nicht genügend hoch einschätzen. Es ist geradezu unheimlich, wie vorurteilsfrei er die neue Strahlungsformel analysiert und die sich ergebenden Schlüsse ernst nimmt. Es war ein unerhörter Mut erforderlich, um nach den überwältigenden Erfolgen der Wellentheorie des Lichtes den korpuskularen Aspekt überhaupt ernst zu nehmen.

Die Einsteinschen Überlegungen hat lange Zeit niemand ernst genommen. Auch Planck selbst hielt die Einsteinschen Folgerungen für allzu kühn und radikal. Die Lichtquanten sind nur langsam ins Bewusstsein der Quantentheoretiker eingedrungen. Die eigentliche Anerkennung fand das Lichtquant erst 1923, als man es geradezu handgreiflich im Comptoneffekt beobachten konnte. Damit liess sich schließlich auch Niels Bohr, der letzte engagierte Gegner der Quantennatur des Lichtes, überzeugen. Gleichzeitig prophezeite dieser, dass eine noch viel tiefer gehende Revolution bevorstand.

Ich weise noch auf zwei subtile Punkte in Einsteins Arbeit hin. In der oben zitierten Schlüsselstelle werden die Energiequanten als *voneinander unabhängig* angesehen. Nun wissen wir seit 1925 – dank Bose und Einstein – dass das Photonengas der Bose-Statistik gehorcht und deshalb die Energiequanten i.a. nicht unabhängig sind und somit die Analogie mit einem Gas nicht bei allen Frequenzen stimmt. In seiner Ableitung nimmt Einstein ferner stillschweigend an, dass die Zahl der Energiequanten *erhalten* ist. Tatsächlich ist aber die Photonenzahl nicht erhalten. Dazu bemerkt A. Pais in seinem Buch treffend:¹⁷

¹⁵A. Einstein, Annalen der Physik **II**, 170 (1903). Für Einsteins Beiträge zur statistischen Mechanik siehe auch Kap. 4 in A. Pais²⁾ und die *Collected Papers*, Vol. 2.

¹⁶Zur komplizierten Geschichte des Photoeffektes siehe Abschn. 19e in A. Pais²⁾. Die Experimente dazu waren erst Ende 1915 gut genug um Einsteins Formel ($E_{\max} = h\nu - P$) zu bestätigen. Dazu trugen vor allem die jahrelangen Versuche von Millikan bei, der seine schönen Ergebnisse 1916 in einer langen Arbeit zusammenfasste und durch Anpassung an Einsteins Formel für die Plancksche Konstante den Wert $h = 6.57 \times 10^{-27}$ erg s erhielt.

¹⁷Ref. 2), S. 383.

„Nennen wir es Genie oder nennen wir es Glück -im Wienschen Bereich ergeben zufällig die Abzählung nach Boltzmann und die Abzählung nach Bose dieselbe Antwort, während gleichzeitig die Nichterhaltung der Photonenzahl keine Rolle spielt.“

Es muss betont werden, dass Einsteins kühne Lichtquantenhypothese sehr weit von Plancks Auffassungen abwich. Planck fasste weder eine Quantisierung des Strahlungsfeldes, noch des materiellen Oszillators – wie das oft behauptet wird – ins Auge. Was er tatsächlich – wie oben ausgeführt – tat war eine Aufteilung der *gesamten* Energie einer großen Zahl von Oszillatoren in *endliche* Energieelemente der Größe $h\nu$. Er schlug nicht vor, dass die Energie von einzelnen materiellen Oszillatoren physikalisch quantisiert sind. Die Energieelemente $h\nu$ wurden lediglich als formales Hilfsmittel zur Abzählung eingeführt, welche aber am Ende der Rechnung nicht gleich Null gesetzt werden konnten. Ansonsten wäre die Entropie divergiert. Es war Einstein, der Plancks Ergebnis 1906 wie folgt interpretierte:

„Wir müssen daher folgenden Satz als der Planckschen Theorie der Strahlung zugrunde liegend ansehen: Die Energie eines Elementarresonators kann nur Werte annehmen, die ganzzahlige Vielfache von $h\nu$ sind; die Energie eines Resonators ändert sich durch Absorption und Emission sprunghaft, und zwar um ein ganzzahliges Vielfaches von $h\nu$.“

Einstein ist im Folgenden wiederholt auf das Plancksche Strahlungsgesetz zurückgekommen. Er wurde nicht müde, die physikalische Bedeutung dieses Gesetzes zu analysieren. Hier wollen wir nur noch eine bedeutsame Ergänzung zu den obigen Betrachtungen aus dem Jahre 1909 kurz vor seinem Amtsantritt an der Uni Zürich besprechen.

In diesem Beitrag studiert Einstein nicht nur den Wienschen Grenzfall, sondern leitete aus dem exakten Planckschen Gesetz eine Formel für die Energieschwankungen her.

Um dies zu verstehen, kehren wir das Boltzmannsche Prinzip (2.1) um. Aus ihm ergibt sich die Wahrscheinlichkeit P , mit der ein Zustand mit der Entropie S angetroffen wird zu

$$P = C e^{S/k} , \quad (2.34)$$

worin C ein Normierungsfaktor ist. S und P seien jetzt Funktionen der Energie E , und E möge um einen Gleichgewichtswert $E^{(0)}$ schwanken, z. B. weil E die Energie eines kleinen Untersystems eines größeren Systems mit konstanter Gesamtenergie ist. Für den Gleichgewichtswert $E^{(0)}$ ist P ein Maximum. Wir entwickeln $S(E)$ um $E^{(0)}$ ($\partial S / \partial E(E^{(0)}) = 0$):

$$S(E) = S(E^{(0)}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial E^2}(E^{(0)})(E - E^{(0)})^2 + \dots \quad (2.35)$$

Die zweite Ableitung $\partial^2 S / \partial E^2(E^{(0)})$ ist negativ, da $S(E^{(0)})$ ein Maximum ist. Aus (2.34) und (2.35) erhalten wir für die Energieschwankung $\langle(\Delta E)^2\rangle$:

$$\langle(\Delta E)^2\rangle := \langle(E - E^{(0)})^2\rangle = \frac{\int (E - E^{(0)})^2 P(E) dE}{\int P(E) dE} \quad (2.36)$$

$$\approx \frac{\int (E - E^{(0)})^2 \exp\left(\frac{1}{2k} \frac{\partial^2 S}{\partial E^2}(E^{(0)}) (E - E^{(0)})^2\right) dE}{\int \exp(\dots) dE} \quad (2.37)$$

d. h.

$$\boxed{\langle(\Delta E)^2\rangle = -\frac{k}{\partial^2 S / \partial E^2(E^{(0)})}} \quad (2.38)$$

Diese Formel zeigt die physikalische Bedeutung der von Planck immer wieder benutzten zweiten Ableitung der Entropie. Für das Plancksche Gesetz ist (siehe (2.20) und (2.21)) für einen Oszillator (wir lassen den Index (0) weg):

$$\langle(\Delta E)^2\rangle = E(h\nu + E) = E^2 + h\nu E. \quad (2.39)$$

Für das Rayleigh-Jeans-Gesetz würden wir nur den ersten Term und für das Wiensche Gesetz nur den zweiten Term erhalten.

Setzen wir, in Übereinstimmung mit Einsteins Lichtquantenhypothese, $E = nh\nu$, so wird aus dieser Gleichung

$$\boxed{\langle(\Delta n)^2\rangle = n^2 + n}. \quad (2.40)$$

Im Wienschen Grenzfall erhalten wir $\langle(\Delta n)^2\rangle = n$ und dies ist genau der Ausdruck für die statistischen Schwankungen der Zahl von unabhängigen Teilchen in einem bestimmten Volumen,¹⁸ in Übereinstimmung mit dem Ergebnis von 1905. Dies ist ein Ausdruck für die Teilchenstruktur des Lichtes. Der klassische erste Term in (2.40) drückt hingegen die Wellennatur des

¹⁸Wir betrachten ein Volumen V_0 mit N_0 Teilchen, welche unterscheidbar, statistisch unabhängig und homogen verteilt sind. V sei ein Teilvolumen; $\lambda = V/V_0$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Teilchen sich in V befindet. Die Wahrscheinlichkeit W_N , genau N (beliebige) Teilchen in V zu finden ist nach durch die Bernoulli-Verteilung gegeben:

$$W_N = \frac{N_0!}{(N_0 - N)! N!} \lambda^N (1 - \lambda)^{N_0 - N}.$$

Wir betrachten die erzeugende Funktion

$$\chi(t) := \sum_{N=0}^{N_0} W_N t^N = (1 - \lambda + t\lambda)^{N_0}.$$

Es folgt

$$\langle N \rangle = \sum_{N=0}^{N_0} N W_N = \frac{\partial \chi}{\partial t}(t=1) = N_0 \lambda = N_0 \frac{V}{V_0}$$

Lichtes aus. Die Schwankungen eines Wellenfeldes rühren von der Interferenz der Lichtwellen mit annähernd gleichen Wellenzahlvektoren (Schwebungen) her. Einstein bestätigte dies durch eine Dimensionsbetrachtung¹⁹ (ohne Thermodynamik und Entropiebegriff), welche später durch H.A. Lorentz in quantitativer Weise ergänzt wurde.

Mit diesen Untersuchungen hat Einstein auf eine merkwürdige *Welle-Teilchen Doppelnatur der Strahlung* aufmerksam gemacht. Ein paar Monate später sagte er dazu in einer berühmten Rede in Salzburg prophetisch:

„Deshalb ist es meine Meinung, dass die nächste Phase der Entwicklung der Theoretischen Physik uns eine Theorie des Lichtes bringen wird, welche sich als eine Art Verschmelzung von Undulations- und Emissionstheorie des Lichtes auffassen lässt.“

Viel später (1923–24) hat de Broglie diese Doppelnatur auf materielle Teilchen ausgedehnt (worin er von Einstein²⁰ sofort unterstützt wurde). Wir
und

$$\langle N(N-1) \rangle = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle = \sum_0^{N_0} N(N-1)W_N = \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2}(t=1) = N_0(N_0-1)\lambda^2 .$$

Da andererseits

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle = \langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 ,$$

so folgt

$$\begin{aligned} \langle (\Delta N)^2 \rangle &= \langle N(N-1) \rangle + \langle N \rangle - \langle N \rangle^2 \\ &= N_0\lambda(N_0-1)\lambda + \langle N \rangle(1-N_0\lambda) = \langle N \rangle(1-\lambda) = \langle N \rangle \left(1 - \frac{V}{V_0}\right) . \end{aligned}$$

Hält man N_0/V_0 fest und lässt $V_0 \rightarrow \infty$ gehen, so wird

$$\boxed{\langle (\Delta N)^2 \rangle = \langle N \rangle} . \quad (2.41)$$

¹⁹Wir erwarten für die Schwankung der Energie U für die Strahlung mit Frequenzen zwischen ν und $\nu + \Delta\nu$ im Volumen V :

$$\langle (\Delta U)^2 \rangle \approx \int_{\nu}^{\nu+\Delta\nu} \langle (\Delta E)^2 \rangle \frac{V 8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \approx \langle (\Delta E)^2 \rangle \frac{8\pi\nu^2 V \Delta\nu}{c^3} .$$

Ferner erwarten wir, dass $\langle (\Delta U)^2 \rangle$ nur von der Wellenlänge $\lambda (= c/\nu)$, von $\Delta\lambda (= c\Delta\nu/\nu^2)$, von der Energiedichte $\rho(T, \lambda)$ der Strahlung und von V abhängt. Ausserdem wird, wegen der Unabhängigkeit der verschiedenen Komponenten des Strahlungsfeldes, $\langle (\Delta U)^2 \rangle$ proportional zu V und zu $\Delta\lambda$ sein. Aus Dimensionsgründen folgt dann

$$\langle (\Delta U)^2 \rangle = C (\rho(T, \lambda))^2 \lambda^4 V \Delta\lambda , \quad (2.42)$$

worin C ein dimensionsloser Zahlenfaktor ist; die genaue Rechnung von Lorentz gibt $C = 1/8\pi$. Aus (2.42) und (2.4) folgt tatsächlich $\langle (\Delta E)^2 \rangle = E^2$.

²⁰In seinem Aufsatz „*Einsteins Beitrag zur Quantentheorie*“ sagt W. Pauli: „Der Autor erinnert sich, dass während einer Diskussion bei der Physikertagung in Inns-

werden im Folgenden die Wellennatur der Materie zum Ausgangspunkt des systematischen Teils dieser Vorlesung nehmen und an dieser Stelle die historischen Betrachtungen abbrechen. Die weiteren Entwicklungen machten es immer klarer, dass die klassische Physik in mancher Weise versagt und dass eine „neue Mechanik“ zu finden war, in welcher das Wirkungsquantum h eine zentrale Rolle spielen musste.

2.3 Aufgaben

Aufgabe 1

Betrachte elektromagnetische Eigenschwingungen in einem kubischen Hohlraum L^3 mit leitenden Wänden. Zeige, dass die spektrale Anzahl $N(\nu)d\nu$ der Oszillatoren, bei Vernachlässigung von Oberflächeneffekten, gegeben ist durch

$$N(\nu) = V \frac{8\pi}{c^3} \nu^2, \quad V = L^3.$$

Aufgabe 2

Unter alleiniger Benutzung der Gln. 2.7, 2.22 und 2.38 leite man die wichtige Formel 2.39 für das Schwankungsquadrat der Energie eines harmonischen Oszillators nochmals direkt her.

bruck im Herbst 1924 Einstein die Suche nach Interferenz- und Beugungserscheinungen bei Molekularstrahlen vorschlug“.

Quantenmechanik

Ein Grundkurs über nichtrelativistische Quantentheorie

Straumann, N.

2013, XV, 450 S. 52 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-32174-0