

Vorwort

Im Mittelpunkt dieses Buches stehen zentrale mathematische Begriffsbildungen. Sie werden eingeführt und in ihrer Bedeutung anhand von Beispielen erklärt. Damit eignet sich dieses Buch insbesondere als Begleitlektüre zum ersten Jahr des Mathematikstudiums. Es ist darüber hinaus Wegweiser und Begleiter im weiteren Verlauf des Studiums, weil es die Begriffe ausgehend von ersten Überlegungen bis zu den ausgereiften Konzepten hin verfolgt, die im Studium oft erst in höheren Semestern vollständig präsentiert werden.

Besonderes Augenmerk gilt der Motivation der Begriffe und der Erläuterung der Bezüge zwischen verschiedenen Begriffen. Es wird bewusst auf eine getrennte Behandlung der Gebiete Algebra, Geometrie und Analysis verzichtet, obwohl die Curricula der Anfängerkurse eine solche Trennung vorgeben. Die Gliederung des Stoffes orientiert sich nicht an den mathematischen Standardtechniken (Umgang mit Grenzwerten, Umgang mit Vektorräumen etc.), sondern an Fragestellungen des Messens und Zählens. So können die Verbindungen zwischen den genannten Gebieten deutlich gemacht werden. Denselben Zweck dienen die explizite Diskussion von Beispielen, die mehrere Gebiete betreffen, und die Ausblicke auf spätere Anwendungen.

Ich wende mich an Leser, die mit der elementaren Mengenlehre als Sprache zur Beschreibung von mathematischen Inhalten sowie mit den reellen Zahlen vertraut sind. Konkret setze ich neben den Standardnotationen der Aussagenlogik (zum Beispiel \exists und \forall) die Definitionen folgender Konzepte als bekannt voraus:

- (1) Produkt- und Potenzmengen,
- (2) Abbildungen sowie ihre Bilder, Urbilder und Verknüpfungen,
- (3) Ordnungs- und Äquivalenzrelationen,
- (4) Addition, Multiplikation und Ordnung auf den reellen Zahlen \mathbb{R} .

Dieser Kenntnisstand wird von Studierenden der Mathematik normalerweise etwa einen Monat nach Studienbeginn erreicht. Eine leserfreundliche Einführung, die mit vielen zusätzlichen Erläuterungen bis zu diesem Punkt führt, ist das Buch *Hilgert und Hilgert (2012)*.

Das Ziel dieses Buches ist es, Studierenden der Mathematik die Einordnung der Inhalte des ersten Studienjahres zu ermöglichen. Die ausführliche Diskussion der Begriffsbildungen und die verschiedenartigen Beispiele sollen Ansporn sein, sich aktiv mit den abstrakten Definitionen und Argumenten auseinanderzusetzen, die Anfängern oft Schwierigkeiten bereiten. Die Schwerpunktsetzung im Begrifflichen soll die Herausbildung mathematischer Denkweisen unterstützen, die bei einer Konzentration auf rechentechnische Routinen leicht zu kurz kommt.

Ausgangspunkte sind die elementarsten und historisch frühesten mathematischen Konzepte des Messens und Zählens. Daraus ergeben sich moderne abstrakte Begriffe wie Metriken und Vektorräume, die ihrerseits zur Lösung konkreter Probleme führen. Auf dem Weg zur Problemlösung erkennt man den Bedarf nach Erweiterung des Theoriegebäudes und erste Differenzierungen in einzelne Fachgebiete.

Die Erläuterungen dieses Lesebuches zielen darauf ab, einen ersten Überblick zu verschaffen. Sie allein werden einen Leser nicht in die Lage versetzen, aktiv mit den vorgestellten Konzepten zu arbeiten, denn dazu bedarf es in der Regel einer intensiveren Beschäftigung mit dem Stoff. Deshalb erscheint zu diesem Buch ein begleitendes Arbeitsbuch *Hilgert (2013)*, in dem die entsprechenden Vertiefungsangebote gemacht werden. Dort finden sich nicht nur die im Lesebuch gestellten Übungsaufgaben und deren Lösungen in mathematisch sorgfältiger Formulierung, sondern auch alle Beweise, auf die ich im Lesebuch verzichtet habe. Weiter enthält das Arbeitsbuch zusätzliche Übungsaufgaben und Beispiele, an denen man sein Verständnis testen kann.

Ich bin sicher, dass die ausführliche Präsentation der Entwicklung mathematischer Begriffe und die Ausgliederung technischer Aspekte dem Leser die Bewältigung des ersten Jahres im Mathematikstudium erleichtern. Ich wünsche mir, dass das Buch darüber hinaus auch dazu beiträgt, die intellektuelle Freude am mathematischen Erkenntnisprozess schon zu einem frühen Zeitpunkt im Studium erfahrbar zu machen.

Mein Dank für viele hilfreiche Anmerkungen und Anregungen zu Teilen des Textes gilt Sönke Hansen, Ingrid Hilgert, Luisa Hilgert, Max Hoffmann, Jürgen Klüners, Bernhard Krötz, Tobias Pecher und Torsten Wedhorn. Besonders danken möchte ich Andreas Rüdinger, der das gesamte Projekt mit großem Engagement kritisch begleitet hat und dessen Vorschläge immer sehr wertvoll waren.

November 2012, Joachim Hilgert

Lesebuch Mathematik für das erste Studienjahr

Hilgert, J.

2013, XI, 328 S. 20 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-34754-2