

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|------|
| Vorwort zur vierten Auflage | x |
| Vorwort zur ersten Auflage | xi |
| Bezeichnungen | xiii |
| <i>Kapitel I</i> | |
| <i>Einführung</i> | 1 |
| § 1. Beispiele und Typeneinteilung | 2 |
| Beispiele 2 — Typeneinteilung 7 — Sachgemäß gestellte Probleme 8 — Aufgaben 10 | |
| § 2. Maximumprinzip | 11 |
| Beispiele 12 — Folgerungen 13 — Aufgaben 14 | |
| § 3. Differenzenverfahren | 15 |
| Diskretisierung 15 — Diskretes Maximumprinzip 18 | |
| § 4. Eine Konvergenztheorie für Differenzenverfahren | 21 |
| Konsistenz 21 — Lokaler und globaler Fehler 21 — Grenzen der Konvergenztheorie 24 — Aufgaben 25 | |
| <i>Kapitel II</i> | |
| <i>Konforme Finite Elemente</i> | 26 |
| § 1. Sobolev-Räume | 27 |
| Einführung der Sobolev-Räume 27 — Die Friedrichssche Ungleichung 29 — Singularitäten von H^1 -Funktionen 30 — Kompakte Einbettungen 31 — Aufgaben 31 | |
| § 2. Variationsformulierung elliptischer Randwertaufgaben | 33 |
| Variationsformulierung 34 — Reduktion auf homogene Randbedingungen 35 — Existenz von Lösungen 37 — Inhomogene Randbedingungen 40 — Aufgaben 41 | |
| § 3. Die Neumannsche Randwertaufgabe. Ein Spursatz | 42 |
| Elliptizität in H^1 42 — Randwertaufgaben mit natürlichen Randbedingungen 43 — Neumannsche Randbedingungen 44 — Gemischte Randbedingungen 45 — Beweis des Spursatzes 45 — Praktische Konsequenzen aus dem Spursatz 48 — Aufgaben 49 | |
| § 4. Ritz–Galerkin–Verfahren und einfache Finite Elemente | 51 |
| Modellproblem 54 — Aufgaben 56 | |

| | |
|---|-----|
| § 5. Einige gebräuchliche Finite Elemente | 57 |
| Forderungen an die Triangulierung 58 — Bedeutung der Differenzierbarkeitseigenschaften 59 — Dreieckelemente mit vollständigen Polynomen 61 — Bemerkung zu C^1 -Elementen 62 — Bilineare Elemente 64 — Quadratische Viereckelemente 66 — Affine Familien 67 — Zur Auswahl von Elementen 70 — Aufgaben 70 | |
| § 6. Approximationssätze | 72 |
| Der Fragenkreis um das Bramble–Hilbert–Lemma 73 — Dreieckelemente mit vollständigen Polynomen 74 — Bilineare Viereckelemente 78 — Inverse Abschätzungen 79 — Cléments Operator 80 — Anhang: Zur Optimalität der Abschätzungen 82 — Aufgaben 83 | |
| § 7. Fehlerabschätzungen für elliptische Probleme zweiter Ordnung | 85 |
| Bemerkungen zu Regularitätssätzen 85 — Fehlerabschätzungen in der Energienorm 86 — L_2 -Abschätzungen 87 — Eine einfache L_∞ -Abschätzung 89 — Der L_2 -Projektor 90 — Aufgaben 91 | |
| § 8. Rechentechnische Betrachtungen | 92 |
| Das Aufstellen der Steifigkeitsmatrix 92 — Innere Kondensation 94 — Aufwand für das Aufstellen der Matrix 95 — Rückwirkung auf die Wahl des Netzes 95 — Teilweise Netzverfeinerungen 95 — Zur Lösung des Neumann-Problems 97 — Aufgaben 97 | |
| <i>Kapitel III</i> | |
| <i>Nichtkonforme und andere Methoden</i> | |
| | 99 |
| § 1. Abstrakte Hilfssätze und eine einfache Randapproximation | 100 |
| Die Lemmas von Strang 100 — Dualitätstechnik 102 — Das Crouzeix–Raviart–Element 103 — Eine einfache Approximation krummliniger Ränder 106 — Modifikationen beim Dualitätsargument 108 — Aufgaben 110 | |
| § 2. Isoparametrische Elemente | 111 |
| Isoparametrische Dreieckelemente 111 — Isoparametrische Viereckelemente 113 — Aufgaben 115 | |
| § 3. Weitere funktionalanalytische Hilfsmittel | 116 |
| Negative Normen 116 — Adjungierte Operatoren 118 — Ein abstrakter Existenzsatz 118 — Ein abstrakter Konvergenzsatz 120 — Beweis von Satz 3.4 121 — Aufgaben 122 | |
| § 4. Sattelpunktprobleme | 123 |
| Sattelpunkte und Minima 123 — Die inf-sup-Bedingung 124 — Gemischte Finite-Element-Methoden 128 — Fortin-Interpolation 130 — Sattelpunktprobleme mit Strafterm 131 — Typische Anwendungen 135 — Aufgaben 136 | |

| | |
|--|-----|
| § 5. Gemischte Methoden für die Poisson-Gleichung | 138 |
| Die Poisson-Gleichung als gemischtes Problem 138 — Das Zwei-Energien-Prinzip — Das Raviart–Thomas–Element 142 — Interpolation mit Raviart–Thomas–Elementen 143 — Implementierung und nachträgliche Verbesserung 146 — Gitterabhängige Normen für das Raviart–Thomas–Element 147 — Der Aufweichungs-Effekt gemischter Methoden 148 — Aufgaben 150 | |
| § 6. Die Stokessche Gleichung | 152 |
| Variationsformulierung 153 — Die inf-sup-Bedingung 154 — Fast inkompressible Strömungen 156 — Aufgaben 157 | |
| § 7. Finite Elemente für das Stokes-Problem | 158 |
| Ein instabiles Element 158 — Das Taylor–Hood–Element 163 — Das MINI-Element 164 — Das divergenzfreie nichtkonforme P_1 -Element 166 — Aufgaben 167 | |
| § 8. A posteriori Abschätzungen | 168 |
| Residuale Schätzer 170 — Untere Abschätzungen 172 — Bemerkungen zu anderen Schätzern 175 — Lokale Gitterverfeinerungen und Konvergenz 175 | |
| § 9. A Posteriori Schätzer über das Zwei-Energien-Prinzip | 177 |
| Aufgaben 183 | |

Kapitel IV

Die Methode der konjugierten Gradienten

| | |
|---|-----|
| § 1. Klassische Iterationsverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme | 186 |
| Stationäre lineare Prozesse 186 — Gesamt- und Einzelschrittverfahren 188 — Das Modellproblem 191 — Overrelaxation 191 — Aufgaben 194 | |
| § 2. Gradientenverfahren | 195 |
| Das allgemeine Gradientenverfahren 195 — Gradientenverfahren und quadratische Funktionen 196 — Konvergenzverhalten bei Matrizen mit großer Kondition 198 — Aufgaben 199 | |
| § 3. Verfahren mit konjugierten Gradienten und konjugierten Residuen | 200 |
| Der Algorithmus 202 — Analyse des cg-Verfahrens als optimales Verfahren 204 — Verfahren der konjugierten Residuen 206 — Indefinite und unsymmetrische Matrizen 207 — Aufgaben 208 | |
| § 4. Vorkonditionierung | 209 |
| Vorkonditionierung durch SSOR 212 — Vorkonditionierung durch ILU 213 — Bemerkungen zur Parallelisierung 215 — Nichtlineare Probleme 216 — Aufgaben 217 | |
| § 5. Sattelpunktprobleme | 220 |
| Der Uzawa-Algorithmus und seine Varianten 220 — Eine Alternative 222 — Aufgaben 223 | |

*Kapitel V**Mehrgitterverfahren* 224

- § 1. Mehrgitterverfahren für Variationsaufgaben 225
 Glättungseigenschaften klassischer Iterationsverfahren 225 — Die Mehrgitter-Idee 226 — Der Algorithmus 227 — Der Übergang zwischen den Gittern 230 — Aufgaben 234
- § 2. Konvergenz von Mehrgitterverfahren 235
 Diskrete Normen 236 — Verknüpfung mit den Sobolev-Normen 238 — Approximationseigenschaft 240 — Konvergenzbeweis für das Zweigitterverfahren 241 — Andere Konzepte 242 — Aufgaben 244
- § 3. Konvergenz bei mehreren Ebenen 245
 Eine Rekursionsformel für den W-Zyklus 245 — Die Verschärfung für die Energienorm 246 — Der Konvergenzbeweis für den V-Zyklus 248 — Aufgaben 251
- § 4. Berechnung von Startwerten 252
 Bestimmung von Startwerten 253 — Komplexität 254 — Mehrgitterverfahren mit wenigen Ebenen 255 — Das cascadische Mehrgitterverfahren 256 — Aufgaben 257
- § 5. Analyse von Mehrgitterverfahren 258
 Das Schwarzsche alternierende Verfahren 259 — Algorithmen mit Teilraumzerlegungen aus algebraischer Sicht 261 — Hypothesen 262 — Direkte Folgerungen 263 — Konvergenz der multiplikativen Methode 264 — Nachweis der Hypothese A.1 266 — Lokale Gitterverfeinerungen 267 — Aufgaben 268
- § 6. Nichtlineare Probleme 269
 Mehrgitter-Newton-Verfahren 270 — Das nichtlineare Mehrgitterverfahren 271 — Startwerte 273 — Aufgaben 274

*Kapitel VI**Finite Elemente in der Mechanik elastischer Körper* 275

- § 1. Einführung in die Elastizitätstheorie 276
 Kinematik 276 — Gleichgewichtsbedingungen 278 — Die Piola-Transformation 280 — Materialgesetze 281 — Lineare Materialgesetze 285
- § 2. Hyperelastische Materialien 287
 Aufgaben 289
- § 3. Lineare Elastizitätstheorie 290
 Das Variationsproblem 290 — Die reine Verschiebungsmethode 294 — Die gemischte Methode nach Hellinger und Reissner 297 — Die gemischte Methode nach Hu–Washizu 299 — Aufgaben 301

| | |
|---|-----|
| § 4. Locking | 303 |
| Probleme mit kleinem Parameter 303 — Locking beim Timoschenko-Balken 306 — Fast inkompressibles Material 309 — Aufgabe 313 | |
| § 5. Scheiben | 314 |
| Ebener Spannungszustand 314 — Ebener Verzerrungszustand 315 — Scheibenelemente 315 — Das PEERS-Element 316 — Aufgaben 321 | |
| § 6. Balken und Platten: Dimensionsreduktion | 322 |
| Die Hypothesen 322 — Modifikation der Hypothese H2 zu ihrer Rechtfertigung 325 — Reduktion des (1, 1, 2)-Modells 328 — Anwendung des Zwei-Energien-Prinzips auf Platten 329 — Bemerkungen zu Balken 332 | |
| § 7. Finite Elemente für die Kirchhoff-Platte | 333 |
| Gemischte Methoden für die Kirchhoff-Platte 332 — DKT-Elemente 335 — Aufgaben 340 | |
| § 8. Die Reissner–Mindlin–Platte | 341 |
| Die Helmholtz-Zerlegung 342 — Der gemischte Ansatz mit Helmholtz-Zerlegung 344 — MITC-Elemente 345 — Der Ansatz ohne Helmholtz-Zerlegung 349 — Aufgaben 352 | |
| Literatur | 353 |
| Sachverzeichnis | 365 |

Finite Elemente

Theorie, schnelle Löser und Anwendungen in der
Elastizitätstheorie

Braess, D.

2013, XVI, 369 S., Softcover

ISBN: 978-3-642-34796-2