2 Berechnung von Regelkreisen

Eine Aussage über die Güte einer Regelung wird durch die Betrachtung des stationären und vor allem des dynamischen Verhaltens vorgenommen.

Der zeitliche Verlauf der Regelgröße x einer optimal eingestellten Regelung sollte dabei folgende Kriterien erfüllen:

- Kurzer Ausgleichsvorgang der Regelgröße x (T_{an} und T_{aus} klein)
- Geringes oder kein Überschwingen
- Bleibende Regeldifferenz $x_d(t \to \infty) = 0$
- Weitgehende Parameterunempfindlichkeit der Regelung
- Geringer Einfluß von Störgrößenänderungen auf die Regelgröße x.

2.1 Stationäres Verhalten

Betrachtet man einen Regelkreis im stationären (eingeschwungenen) Zustand, läßt sich der Einfluß von Störgrößen und Verstärkung auf die Regelung leicht bestimmen.

2.1.1 Verstärkungen

Proportionalverstärkung Kp

Ist x_1 die Eingangs- und x_2 die Ausgangsgröße eines Regelkreisgliedes, bezeichnet man den Faktor, um den sich x_1 von x_2 unterscheidet, als Proportionalverstärkung bzw. Proportionalbeiwert K_p (Bild 2.1)

$$\boxed{K_p = \frac{x_2}{x_1}} \tag{2.1}$$

P. F. Orlowski, *Praktische Regeltechnik,* DOI 10.1007/978-3-642-41233-2_2,

Die Proportionalverstärkung ist demnach eine dimensionslose Zahl.

Die Gesamtverstärkung mehrerer in Reihe liegender Regelkreisglieder entspricht der Multiplikation der Einzel-Verstärkungen. Es sei

$$K_{p1} = \frac{x_2}{x_1} \quad , \qquad K_{p2} = \frac{x_3}{x_2} \tag{2.2}$$

dann ist die Gesamtverstärkung:

$$K_{pges.} = K_{p1} \cdot K_{p2} = \frac{x_3}{x_1} \quad . \tag{2.3}$$

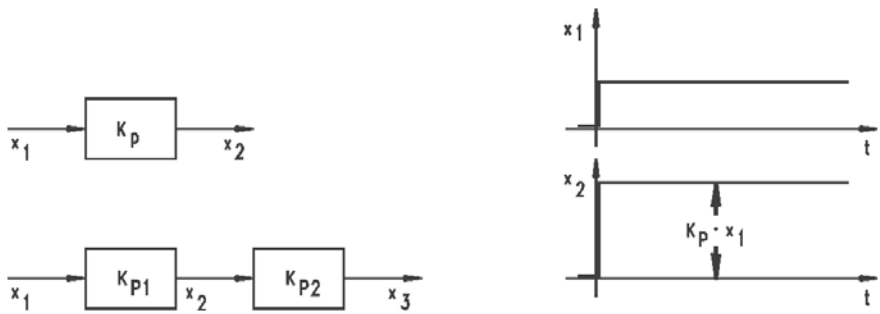

Bild 2.1 Definition der Verstärkung Kp

Regelkreisverstärkung K_0

Trennt man einen Regelkreis in der Rückführung auf, erhält man eine Wirkungskette (Bild 2.2). Die Gesamtverstärkung des offenen Regelkreises läßt sich dann durch die Multiplikation der Einzelverstärkungen ermitteln (siehe Abschnitt 3.3.1, Tabelle 3.5, Nr. 9). Es ergibt sich die sogenannte Regelkreisverstärkung bzw. der Übertragungsbeiwert K_0

$$K_0 = K_R \cdot \prod_i K_{Si} \quad . \tag{2.4}$$

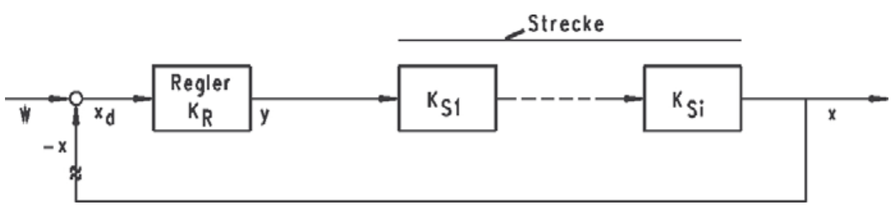

Bild 2.2 Prinzip eines Regelkreises

Mit den bereits bekannten Definitionen kann man entsprechend Bild 2.2 folgende Beziehung zwischen der Regel- und der Führungsgröße ableiten. Durchläuft man den Regelkreis entgegen der Signalflußrichtung, dann gilt:

$$x = y \cdot K_S \quad ,$$

$$y = K_R \cdot x_d \quad ,$$

$$x_d = w - x \quad .$$

Es ergibt sich schließlich

$$\boxed{x = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot w} \tag{2.5}$$

Die gefundene Gleichung zeigt, daß Führungsgröße (Sollwert) und Regelgröße (Istwert) einer Regelung im stationären Zustand um so besser übereinstimmen, je größer die Regelkreisverstärkung K_0 ist (Bild 2.3).

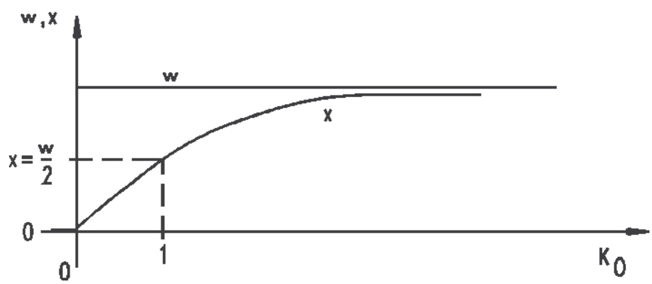

Bild 2.3 Die Regelgröße x als Funktion der Regelkreisverstärkung K_0

2.1.2 Störgrößen

Größen, die meist unbeabsichtigt auf die Regelung einwirken, nennt man Störgrößen. Sie können sowohl im Übertragungsverhalten der Regelkreisglieder als auch in der Art der Signalübertragung begründet sein.

Störgrößen, die durch Summation mit Regelkreis-Signalen auf die Regelung einwirken, bezeichnet man als additive Störgrößen (Bild 2.4). Wirkt beispielsweise auf das Signal y_2 eine Störgröße z, so ergibt sich aus dem Blockschaltbild für die Regelgröße eine Gleichung, die z enthält.

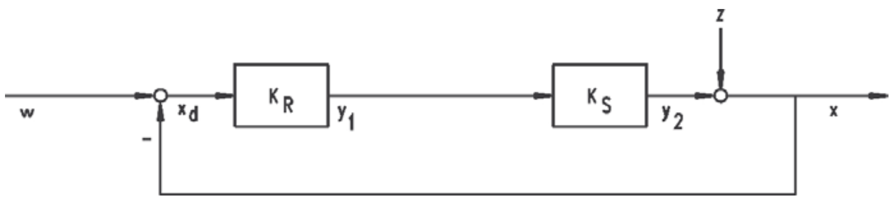

Bild 2.4 Regelkreis mit Störgröße z hinter der Regelstrecke

Es wird

$$x = y_2 + z \;,$$

$$y_2 = K_R \cdot K_S \cdot x_d = K_0 \cdot (w - x) \;,$$

$$\boxed{x = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot w + \frac{1}{1 + K_0} \cdot z} \qquad (2.6)$$

Das gefundene Ergebnis zeigt deutlich den Vorteil der Regelung gegenüber einer Steuerung. Die Störgröße, die bei einer Steuerkette (entsprechend $x = y_2 + z$) voll zum Signal y_2 addiert wird, kann mit einem geschlossenen Regelkreis um den Faktor $1/(1 + K_0)$ vermindert werden.

Für $K_0 \rightarrow \infty$ wird der Einfluß von z eliminiert, und es ergibt sich wieder $x = w$. Allerdings ist eine unendlich große Verstärkung K_0 nicht realisierbar. Die Werte von K_0 liegen bei industriellen Regelungen zwischen 1...1000.

Störgrößen, welche nicht hinter dem letzten Regelkreisglied wirken, sondern zwischen zwei Regelkreisgliedern, lassen sich wie folgt behandeln (Bild 2.5). Es wird

$$x = K_S \cdot (y_1 + z) \;,$$

und schließlich

$$x = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot w + \frac{1}{1 + K_0} \cdot K_S \cdot z \;. \qquad (2.7)$$

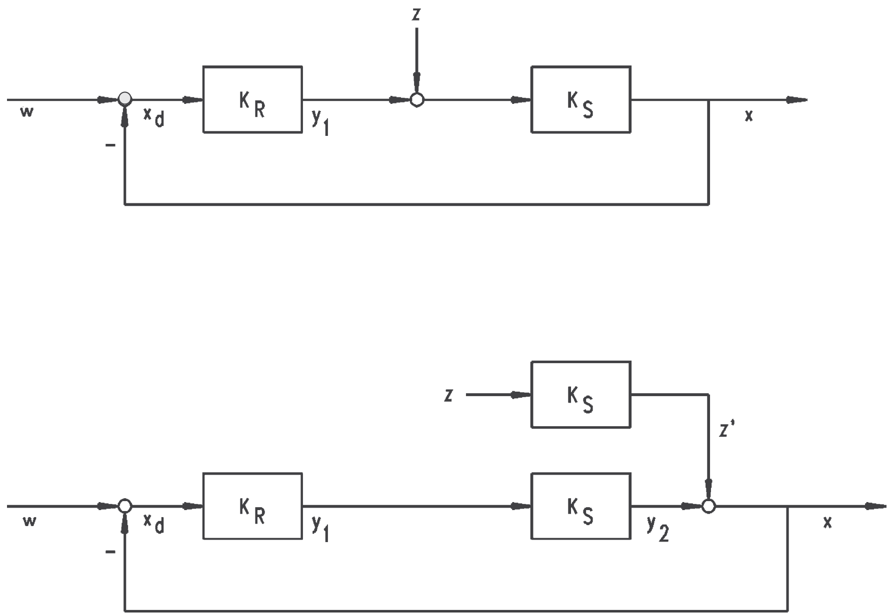

Bild 2.5 Regelung mit der Störgröße z zwischen Regler und Strecke

Auf die Regelgröße x wirkt in diesem Falle die Störgröße z mit dem Faktor $K_S / (1 + K_0)$.

Definiert man $z' = K_S \cdot z$ als einen Block mit der "Störgrößenverstärkung" K_S, so kann man die Summationsstelle der Störgröße hinter die Regelstrecke verlagern (siehe Abschnitt 3.3.1, Tabelle 3.5, Nr. 5). Dann sind die Gleichungen (2.6) und (2.7) äquivalent und es gilt:

$$\boxed{x = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot w + \frac{1}{1 + K_0} \cdot z'} \qquad (2.8)$$

Diese Methode erlaubt es, alle additiv auftretenden Störgrößen auf *eine* Summationsstelle hinter der Regelstrecke einwirken zu lassen.

Die bisher behandelten Störgrößen ließen sich bis auf eine bleibende Regelabweichung ausregeln. Es gibt jedoch auch solche, die sich nicht korrigieren lassen. Ein Beispiel soll dies verdeutlichen (Bild 2.6).

In einer Drehzahlregelung für einen Gleichstrommotor mit Stromrichter sollen die vier Störgrößen z_1'...z_4' auftreten.

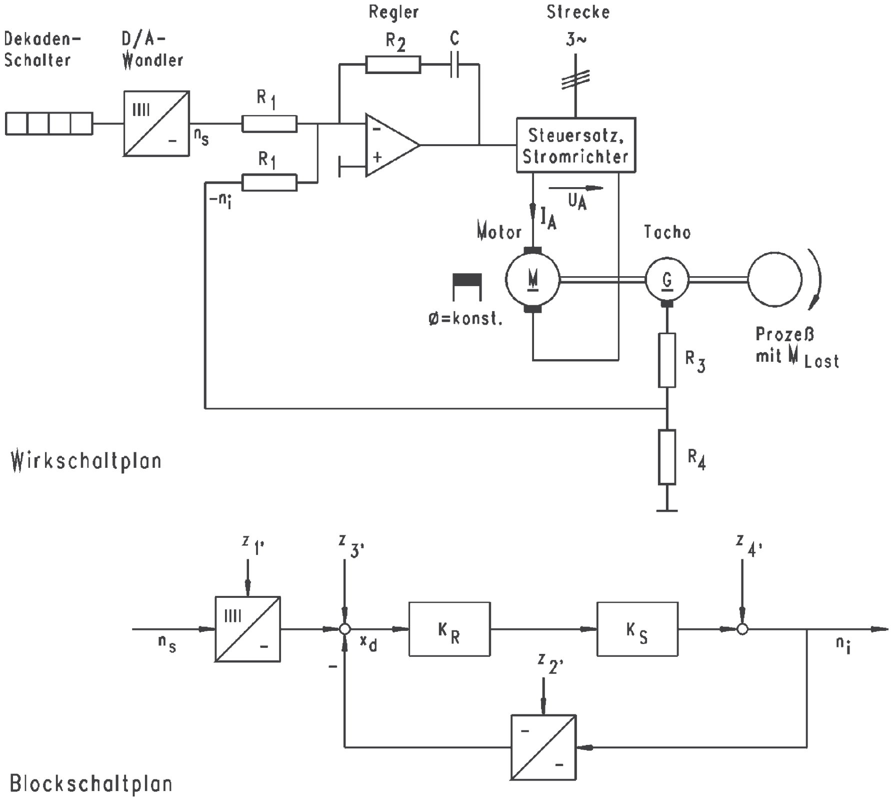

Bild 2.6 Wirk- und Blockschaltplan einer Drehzahlregelung

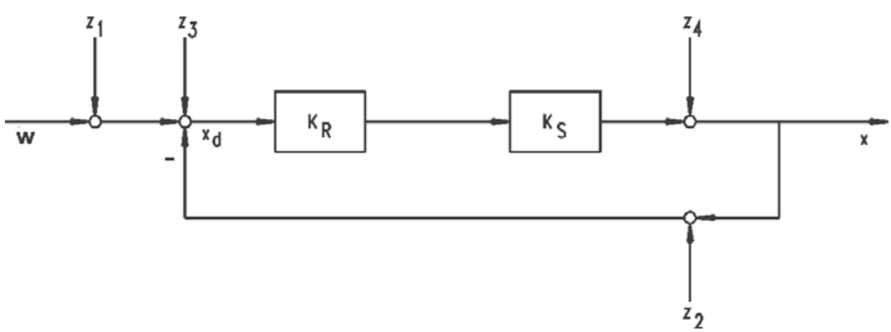

Bild 2.7 Normierter Blockschaltplan der Regelung aus Bild 2.6

Dabei sind z_1' und z_2' Störungen der Soll- bzw. Istwertumwandlung. z_3' entspricht einer Verfälschung der Soll-Istwert-Differenz x_d infolge Verstärkerdrift. z_4' sei die Auswirkung eines Laststoßes auf die Regelung. Bezieht man alle Größen auf ihren Nennwert (z.B. auf 10 V- normiert), ergibt sich der vereinfachte Blockschaltplan (Bild 2.7).

Im ungestörten Zustand ist bekanntlich $z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = 0$. Bei dem durch die vier Störgrößen beeinflußten Regelkreis gilt dann

$$x = K_0 \cdot x_d + z_4 \quad ,$$

$$x_d = w + z_1 + z_3 - (x + z_2) = w - x \quad ,$$

und schließlich ergibt sich für die Regelgröße:

$$\boxed{x = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot (w + z_1 + z_3 - z_2) + \frac{1}{1 + K_0} \cdot z_4} \qquad (2.9)$$

Man sieht, daß die Störgrößen $z_1 \ldots z_3$ voll als Fehler in die Regelung eingehen, weil sie, unabhängig von K_0, die Führungsgröße w beeinflussen. Die Störgröße z_4 dagegen wird um den Faktor $1/(1+K_0)$ reduziert, d.h. sie kann ausgeregelt werden. Für alle Regelkreise läßt sich daraus folgender Grundsatz ableiten. Nicht korrigierbare Störgrößen sind:

- Fehler der Sollwertbildung (hier z_1)
- Fehler der Istwert-Erfassung (hier z_2)
- Drift- bzw. Einstellfehler des Reglers (hier z_3)

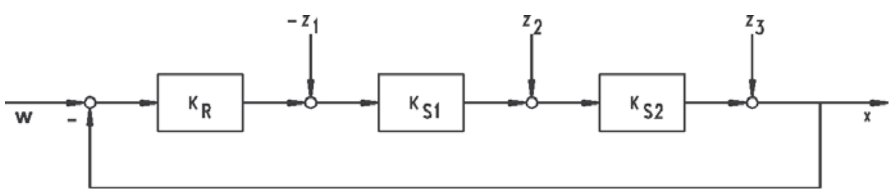

Bild 2.8 Blockschaltplan einer Regelung mit verteilten Störgrößen

Aufgabe 2.1

Ein Glühofen soll auf 1300 °C geregelt werden. Dabei treten drei additive Störgrößen auf, die durch induktive Einkopplung von Starkstromleitungen entstehen und zu folgendem Blockschaltplan führen (Bild 2.8).

Gegeben: $K_R = 10$; $K_{S1} = 2{,}5$; $K_{S2} = 2$

$w = 10V\text{-} \hat{=}\, 1300\ °C$;
$z_1 = 800\ mV$; $z_2 = 0{,}1\ V$; $z_3 = 10\ mV$.

Es ist der vereinfachte Blockschaltplan mit nur einer Summationsstelle der Störgrößen hinter dem letzten Regelkreisglied gesucht, sowie Regelgröße x/V und die Regeldifferenz $x_d/°C$.

Aufgabe 2.2

Der Regler einer einfachen analogen Positionsregelung (Bild 2.9) sowie der nachfolgende Leistungsverstärker weisen eine Ausgangsfehlspannung (Offset-spannung) von $z_1=z_2 = 20\ mV$ auf. Der Frequenz-Spannungs-Wandler in der Rückführung für den Weg-Istwert hat einen additiven Umsetzfehler von $z_3 = 30\ mV$.

Gegeben: $K_R = 10$; $K_{S1} = 20$ (Leistungsverst.); $K_{S2} = 1$ (Rest-Glieder)

$w = 10\ V\text{-} \hat{=}\, 4\ m$.

Gesucht ist das Blockschaltbild der Wegregelung sowie x_d/m.

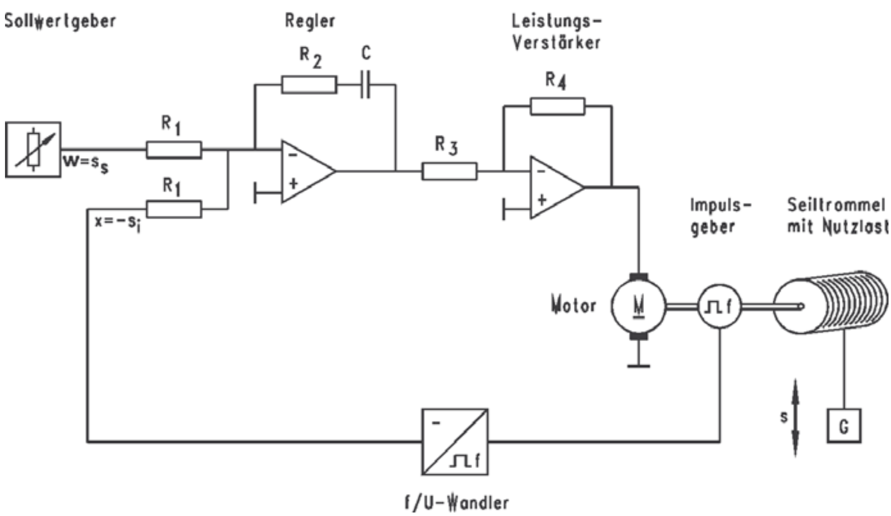

Bild 2.9 Wirkschaltplan einer Positionsregelung mit Seiltrommel

2.1.3 Statische Kennlinien

Das statische Verhalten eines Regelkreisgliedes beschreibt den Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße im stationären Zustand. Die Kennlinien technisch realisierbarer physikalischer Systeme weisen grundsätzlich nur in einem bestimmten Bereich Linearität zwischen Ein- und Ausgangsgröße auf (siehe auch Abschnitt 3.1 und 3.2 sowie Seiten 172, 173).

Tachogenerator

Benutzt man zur Drehzahlerfassung in einer Regelung beispielsweise einen Tachogenerator, so ist seine Ausgangsspannung nur in einem festen, vom Hersteller angegebenen Bereich der Drehzahl proportional. Nichtlinearitäten treten besonders im unteren Drehzahlbereich auf (Bild 2.10). Der obere Drehzahlbereich ist durch den mechanischen Aufbau der Maschine begrenzt (Stellgrenze).

Pneumatischer Verstärker

Kennlinien, die nur einen kleinen Linearitätsbereich besitzen, können durch Verwendung eines Verstärkers verbessert werden. Bild 2.11a und b zeigen den Wirkschaltplan und die Kennlinie eines pneumatischen Proportionalgliedes mit

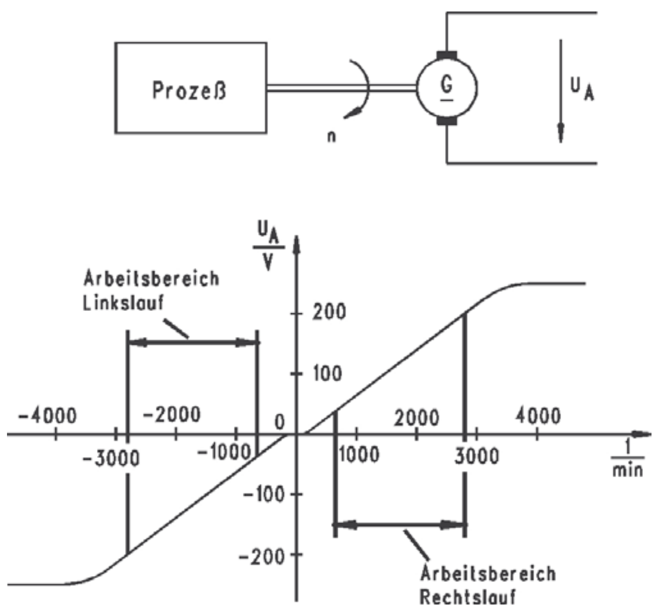

Bild 2.10 Statische Kennlinie eines Tachogenerators

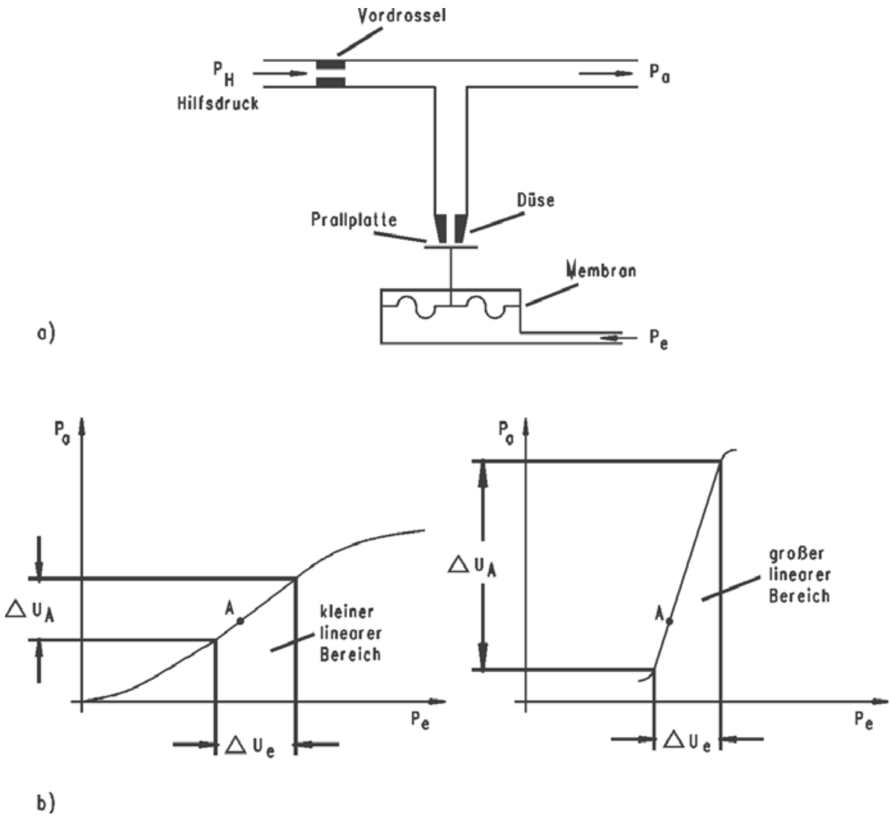

Bild 2.11 Statische Kennlinien eines pneumatischen Verstärkers

einem kleinen linearen Stellbereich. Durch Vergrößern der Verstärkung läßt sich die Lage des jeweiligen Arbeitspunktes A in einem erweiterten Linearitätsbereich verschieben (Bild 2.11b).

Operationsverstärker (OP)

Auch bei elektronischen Verstärkern ist der lineare Stellbereich durch den physikalisch-technischen Aufbau eingeschränkt, wie das Beispiel eines Operationsverstärkers zeigt (Bild 2.12). Die Übertragungsfunktion des OPs hat im linearen Bereich eine sehr einfache Form, wenn er entsprechend Bild 2.12b am Minus-Eingang beschaltet wird /36/.

Wichtige Kennwerte eines realen OPs (zB. OP07-EJ, MAX 420) sind:

- Differenz-Eingangswiderstand $r_D > 10^7 \Omega$
- Gleichtakt-Widerstand $r_G > 10^9 \Omega$

http://www.springer.com/978-3-642-41232-5

Praktische Regeltechnik
Anwendungsorientierte Einführung für Maschinenbauer
und Elektrotechniker
Orlowski, P.F.
2013, XII, 489 S., Softcover
ISBN: 978-3-642-41232-5