

Geleitwort

Für die Tests im Jahr 2003, also beim zweiten Zyklus der PISA-Studie, wurde erstmals Mathematik als die sog. „major domain“ genommen. Auf der Basis des damals umfangreicheren Aufgabenbestands wurden zwei Charakteristika der mathematischen Leistungen in Deutschland identifiziert: Die Förderung der leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler schien das Kernproblem für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in Deutschland zu sein, und die deutlichsten inhaltlichen Defizite gab es in der Geometrie. Dennoch hat sich an den Schwerpunkten der mathematikdidaktischen Forschung seither nur wenig geändert. Nach wie vor finden wir die Mehrzahl der Arbeiten zum Mathematikunterricht im gymnasialen Bereich der Sekundarstufe-I, nicht etwa zum Mathematikunterricht an den Hauptschulen. Noch verstärkt gilt das für das Teilgebiet Geometrie. Somit reagiert die vorliegende Arbeit von Frauke Ulfig passgenau auf die mit PISA-2003 erkannten zentralen Probleme: Sie wählt Geometrie und blickt gezielt auf Schülerinnen und Schüler aus Hauptschulen.

Allein aus den Daten hergeleitete bildungspolitische oder mathematikdidaktische Desiderata definieren jedoch noch keinen Forschungsansatz und erst Recht keinen Entwicklungsansatz. Dazu bedarf es eben beider Seiten, der umfangreichen Daten als Evidenzbasis – diese liegen mit PISA vor – und der Einsicht in das individuelle und aufgabenbezogene geometrische Denken – und dazu muss ein geeignetes Untersuchungsdesign entworfen werden. Frauke Ulfig geht in vier Stufen vor: Auf das (videographierte) Lösen ausgewählter PISA-Aufgaben durch jeweils Paare von Hauptschülerinnen und -schülern folgt ein *Nachträgliches Lautes Denken*, das durch das Zeigen bestimmter Abschnitte des Videos gezielt unterstützt werden kann; sodann kommen zwei reflektierende Elemente, ein Interview (leitfadengestützt) und ein abermaliges, beobachtetes Lösen der Aufgaben. So gelingt es, Analysen von Lösungsprozessen von Aufgaben in angemessener Differenziertheit durchzuführen.

Die Grundbedingungen dafür sind wieder mit PISA verknüpft: Aufgrund der gerade von der deutschen PISA-Expertengruppe, der auch Frauke Ulfig seinerzeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin angehörte, sehr differenziert durchgeführten Aufgaben-Analyse und (soweit es die deutschen Zusatzaufgaben betrifft) Aufgaben-Konstruktion konnte man auf ein Aufgabenset zugreifen, das zentrale mathematische Denkweisen abbildet, insbesondere auf eine hinreichende Anzahl von Aufgaben, die nicht den in der Schule dominierenden Berechnungen, sondern der begrifflichen Vertiefung gewidmet waren. Zudem liefert bereits PISA keineswegs nur Prozentzahlen korrekter Lösungen; wir

kennen von PISA auch die vollständigen konkreten Schülerlösungen samt Anmerkungen und Skizzen. Damit ist auch eine Einbettung der hier fallmäßig untersuchten Schülerlösungen in das Verhalten der Schülerinnen und Schüler insgesamt bei PISA möglich. Gerade die Durchsicht der im PISA-Test angefertigten Zeichnungen und Rechenansätze ist hier aussagekräftig, weil damit nicht nur authentische sondern auch repräsentative Dokumente vorliegen.

Frauke Ulfigs Untersuchung fokussiert auf die beiden gerade in der Hauptschule zentralen Begriffe Umfang und Flächeninhalt. Hinter diesen Begriffen steht nämlich nicht nur die praktische Anwendbarkeit, sondern sie zeigen auch exemplarisch auf, dass sich bei geometrischen Themen rechnerische und begriffliche Aspekte der Mathematik in charakteristischer Weise überschneiden. Die Auswahl dieser beiden Grundbegriffe macht die Arbeit zudem unmittelbar brauchbar für anschließende Überlegungen zur Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts.

Dafür eignen sich die von Frauke Ulfig aus den Beobachtungen der Schülerinnen und Schüler herausdestillierten und schlagwortartig bezeichneten vier geometrischen Denkweisen, die es als Realität zu beachten gilt, die aber eben auch gezielt so zu überwinden sind, dass – nicht nur in der Hauptschule – geometrisches Denken in seinem Facettenreichtum und seinem „Vorbildcharakter für die Mathematik“ (Benno Artmann) stärker zum Zug kommt:

„Begriff ist Formel“: Aber eine Figur kann auch dann ein Objekt des geometrischen Denkens werden, wenn es dafür keine Formel gibt; und man kann es in der Schule an elementaren Beispielen illustrieren.

„Dominanz des Berechnens“: Aber erst die algebraische Struktur zeigt die geometrischen Eigenschaften auf, nicht das rein numerische Rechnen; und natürlich gewinnt dann umgekehrt auch die Algebra an inhaltlichen Beziehungen.

„Einschränkung auf Bekanntes“: Aber an Figuren könnte im Unterricht eine sehr viel größere Vielfalt vorkommen, als die wenigen, die einen Namen haben; und man sollte es im Mathematikunterricht dann auch wagen und realisieren.

„Messen statt Strukturieren“: Aber numerische Beziehungen können auch auf geometrische Zusammenhänge zurückgeführt werden und nicht nur auf Messergebnisse; und dies kann man im Mathematikunterricht vielfältig üben.

Es mag für manche Beobachter überraschend sein, dass large-scale-Untersuchungen wie PISA die fachdidaktische Entwicklungsarbeit beeinflussen können. Dieses Potential muss aber erst erschlossen werden, denn eine large-scale-Studie ist kein Entwicklungsprojekt. Die Arbeit von Frauke Ulfig ist wohl eine der ersten, die auf der Basis von PISA-Aufgaben und mit den PISA-Resultaten im Hintergrund den Schritt von empirischen großflächigen Studien zum individuellen Verhalten bei der Lösung konsequent umsetzt – und damit Entwicklungsperspektiven öffnet.

Oldenburg, im September 2012

Michael Neubrand

Geometrische Denkweisen beim Lösen von
PISA-Aufgaben

Triangulation quantitativer und qualitativer Zugänge
Ulfig, F.

2013, XXI, 281 S. 92 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-00587-0