

2 Das GESIM-Konzept

Aufbauend auf den Erkenntnissen des Simulationsvorkurses von Meyfarth (2008b, vgl. Kap. 3.3.1) ist in der Arbeitsgruppe Biehler ein Einführungskurs, im Umfang von 15 Stunden, im Kurshalbjahr Stochastik entwickelt worden, der einen ganzheitlichen Einstieg in die Stochastik mit computergestützter Simulation (GESIM) ermöglicht. Das GESIM-Konzept als Gesamtkonzeption umfasst konzeptionelle Ideen, fachliche und fachdidaktische Konzepte, ein instruktionales Design und die konkrete Umsetzung der Ideen und Konzepte in einem Einführungskurs, mit einer Vielzahl an Materialien. In die konzeptionellen Überlegungen für einen Einführungskurs wurden folgende Fragen einbezogen:³

- Wie kann das Erlernen der Werkzeugsoftware FATHOM effektiver gestaltet werden?
- Wie kann man die Schüler beim Erlernen der typischen Schrittfolge einer Simulation optimaler unterstützen?
- Wie können das kooperative Lernen am Computer und die Besprechungen im Plenum ausgestaltet werden, um zur Institutionalisierung neuen Wissens beizutragen?
- Wie kann man den Aufbau von Arbeitsblättern gestalten, um den Fokus der Schüler von technischen Aspekten der Realisierung einer Simulation mit FATHOM mehr auf inhaltliche Aspekte zu lenken?
- Wodurch lässt sich ein tieferes Verständnis für die wechselseitigen Beziehungen von Simulationsergebnissen und theoretischen Aspekten der Stochastik entwickeln?

In diesem Kapitel wird zunächst kurz dargelegt, welche Lösungsansätze für diese Fragen in der Arbeitsgruppe Biehler entwickelt wurden. Daran anschließend erfolgt eine ausführliche inhaltliche Beschreibung des Einführungskurses (Biehler, Hofmann, Prömmel 2008)⁴. In einem dritten Teil steht das Simulieren lernen mit FATHOM im Mittelpunkt der Betrachtungen. Es wird erklärt, welches didaktische Potenzial die Software FATHOM für den unterrichtlichen Einsatz hat. Darüber hinaus werden die konzeptionellen Kernelemente Simulation durch Stichprobenziehen, Messgrößenkonzept, Simulationsplanschema und worked examples erläu-

³ Diese Fragen resultieren u. a. aus den Erfahrungen der Meyfarth-Studie (2008b).

⁴ Die Materialien zum Einführungskurs finden sich in Anhang A der Arbeit, auf den im Online-PLUS Programm unter www.Springer-Spektrum.de/Buch/978-3-658-00593-1/Das-GESIM-Konzept zugegriffen werden kann. Im Kapitel 2.2 sind zur Veranschaulichung der Inhalte Auszüge aus diesen Materialien eingebunden.

tert. Durch diese Vorgehensweise soll die konkrete Umsetzung von Konzepten und Ideen in ein Kursdesign nachvollziehbar dargestellt werden.

2.1 Das instruktionale Design des Einführungskurses⁵

Die Lernumgebung eFATHOM

Oftmals wird dem Aspekt, wie man den Umgang mit einer Software im Unterricht lernen kann, zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Die Methode „Vormachen der Lehrperson und Nachmachen durch Schüler“ ist wenig effektiv, da Lerngruppen in der Regel sehr heterogen sind. Zudem unterscheidet sich die Werkzeugsoftware FATHOM im Gebrauch von üblichen Tabellenkalkulations- oder Statistikprogrammen (vgl. Maxara 2009). Meyfarth (2008b) hat in seinem Konzept des Simulationsvorkurses den Befehlsumfang deutlich eingeschränkt und den Fokus auf die Vermittlung einer einzigen Simulationsmethode gelegt. Trotzdem hatten die Schüler eine Reihe von Schwierigkeiten im Umgang mit der Werkzeugsoftware (vgl. Meyfarth 2008b, S. 239 f.). Um den Einstieg in die Software FATHOM zu optimieren, ist in der Arbeitsgruppe Biehler die Multimedia-Lernumgebung eFATHOM (Hofmann 2007, 2010, 2011) entwickelt worden (vgl. Kap. 3.2.2).

Simulationsplanschema und worked examples

Viele Simulationsaufgaben lassen sich nach einer bestimmten Abfolge bearbeiten. Maxara (2009) und Maxara & Biehler (2006, 2007) haben die Simulationsmöglichkeiten mit FATHOM theoretisch analysiert. Für die komplexe Simulationsmethode Simulation durch Stichprobenziehen wurde in der Arbeitsgruppe Biehler ein Simulationsplanschema entwickelt, das die Simulationsaktivitäten der Schüler unterstützt und begleitet. Die konzeptionellen Ideen dieses Schemas wurden später auch auf die anderen Simulationsmethoden übertragen und der jeweiligen Methode angepasst. Ausgearbeitete Lösungsbeispiele zu Simulationsaufgaben, sogenannte worked examples (u. a. Renkl 1997), helfen Schülern die einzelnen Simulationsschritte zu verstehen und auf die Modellierung und Simulation anderer stochastischer Situationen zu übertragen.

⁵ Vgl. auch Biehler & Prömmel (2010).

Das ASPB-Unterrichtskonzept⁶

Eine typische komplette Unterrichtsstruktur in einem schüleraktivierenden Unterricht besteht aus vier Phasen: Einführung und Auftragsübergabe, Schülerarbeitsphase in Kleingruppen, Präsentation der Ergebnisse und Besprechung in der Lerngruppe (ASPB). Die Rolle der Lehrperson ist in den einzelnen Phasen unterschiedlich. In der Einstiegsphase soll die Lehrperson die Schüler für das Problem sensibilisieren, Räume für Vermutungen, Hypothesen usw. schaffen. In der S-Phase soll sie die Kleingruppen bei ihrer Arbeit unterstützen, sich über Probleme informieren, ggf. Hilfestellungen leisten. Besonders wichtig ist die Rolle der Lehrperson in den P- und B-Phasen: sie muss die individuellen Lernwege der Schüler zusammenführen und für ein von allen geteiltes Wissen in der Lerngruppe Sorge tragen. Um die Lehrperson bei ihrer Arbeit zu unterstützen, enthält das GESIM-Konzept einen didaktischen Leitfaden (vgl. Abb. 2.1).

Phase	Unterstützung
A. Vorbereitung	Didaktischer Leitfaden für die Lehrkraft
S. Selbstständige Arbeit	Arbeitsblätter, Simulationsplanschema, worked examples (ggf. didaktischer Leitfaden zur Unterstützung durch die Lehrkraft)
P. Schüler-Präsentation	
B. Nachbesprechung im Plenum	Didaktischer Leitfaden für die Lehrkraft

Abb. 2.1 ASPB-Konzept und didaktische Unterstützungen

Design von Arbeitsblättern

Das Design von Arbeitsblättern so zu gestalten, dass die Problemstellung nicht zu weit gefasst ist, aber dennoch genügend Spielraum für die Entfaltung eigener Aktivitäten zulässt, ist schwierig. Die Erfahrungen aus der Meyfarth-Studie (2008b) zeigen, dass Schüler dazu neigen, die Teilaufgaben zu ignorieren oder nur oberflächlich zu bearbeiten, die nicht unmittelbar auf Softwareaktivitäten gerichtet

⁶ Borneleit et al. (2001) haben im Auftrag der Kultusministerkonferenz der Länder KMK eine Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe erstellt. Eine der in diesem Papier beschriebenen Maßnahmen zur Verbesserung der methodischen Gestaltung des Unterrichts bezieht sich auf ein Vier-Phasen-Konzept, das sich bei der Analyse japanischer Unterrichtsmethoden als besonders nutzbringend erwiesen hat.

sind. Dies umfasst sämtliche Tätigkeiten, die sich auf die Planung, den Aufbau einer Erwartungshaltung und auf die Interpretation von Simulationsergebnissen beziehen. Das GESIM-Konzept enthält Arbeitsblätter, die ganz gezielt solche Aktivitäten innerhalb der S-Phase ansprechen.

Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Häufigkeitsverteilungen

Vorangegangene Studien (Meyfarth 2008b, Maxara 2009) haben gezeigt, dass Schüler insbesondere bei hoher Wiederholungszahl N dazu neigen, Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit für ein Ereignis gleichzusetzen. Im GESIM-Konzept wurden daher verschiedene Maßnahmen ergriffen, um eine identische Begriffsnutzung zu vermeiden:

- Begriffliche Unterscheidung zwischen relativer Häufigkeit und theoretischer Wahrscheinlichkeit,
- Frühzeitige Kommunikation von Faustregeln für die Genauigkeit von Simulationen für $N = 50, 100, 1000, 5000$ und 10000 Wiederholungen,
- Einsatz von Aufgaben, die kombinatorische Lösungen mit simulativen Lösungen verknüpfen,
- Präzisierung der Faustregeln als Prognoseintervall mit 95 % Sicherheit mittels $1/\sqrt{n}$ -Gesetz.

Auf der Basis dieser Überlegungen wurden gezielt fachdidaktische Verbesserungen gegenüber dem Meyfarth-Konzept vorgenommen. So stehen simulative und rechnerische Methoden mehr im Wechselspiel zueinander, um sich gegenseitig zu ergänzen. Die Begriffe „Wahrscheinlichkeit als Prognosewert“ für den theoretischen Zugang über Anteile und „Wahrscheinlichkeit als Schätzwert“ für den experimentellen Zugang über relative Häufigkeiten werden deutlich unterschieden. Das empirische Gesetz der großen Zahlen für den Erwartungswert wird mit einbezogen und dessen theoretische Berechnung durch ideale Simulation unterstützt. Schätzen, Skizzieren von Verteilungen, das Bilden von Modellen sowie der Aufbau von Erwartungshaltungen durch gezielte Arbeitsaufträge sollen die intuitiven und planerischen Elemente stärken. Hinsichtlich des Erwerbs von Werkzeug- und Simulationskompetenzen wird auf den Einsatz von eFATHOM in der Hausarbeitszeit der Schüler und auf die Verwendung des Simulationsplanschemas sowie den Gebrauch von ausgearbeiteten Lösungsbeispielen, worked examples, gesetzt (Prömmel & Biehler 2009).

Diese Überlegungen führten zu folgender Unterrichtsstruktur, die im Kapitel 2.2 ausführlich beschrieben wird:

- Statistische Verteilungen und ausgewählte Kennwerte (Mittelwerte, Quartile, IQR als Streuungsmaß),
- Laplace-Experimente und Erwartungswert in Spielsituationen (empirische und theoretische Betrachtungen, Erzeugen von Häufigkeitsverteilungen durch einfache Simulationen, Gesetz der großen Zahlen),
- Modellierung von stochastischen Situationen durch Urnenmodelle, Simulation durch Stichprobenziehen, Stichprobenverteilungen,
- Vertiefung des Inhaltes „Gesetz der großen Zahlen“ (Einfluss des Stichprobenumfangs auf die Gestalt von Stichprobenverteilungen, $1/\sqrt{n}$ -Gesetz).

Die Werkzeugsoftware FATHOM wird durchgängig für die aktive Schülerarbeit oder als Demonstrationswerkzeug für die Lehrperson eingesetzt. Das Konzept der Unterrichtsstunden selbst folgt der ASPB-Struktur, für die entsprechende Unterstützungen bereit gestellt werden (vgl. Kap. 2.2). Anhand der obigen Struktur wird deutlich, wie zentral Verteilungen im GESIM-Konzept verankert sind. Beim Umgang mit der Software FATHOM werden Häufigkeitsverteilungen erzeugt, die leicht graphisch darstellbar und numerisch auswertbar sind. Insbesondere diese einfache Realisierung der Visualisierung von Verteilungen stellt ein besonderes didaktisches Potenzial dieser Software dar. Dadurch wird eine ganzheitliche Sicht auf die Daten ermöglicht, wodurch Beziehungen und Muster auf einen Blick sichtbar werden. Unterrichtsideen mit Simulationen zu einzelnen Aspekten des *sampling distribution concept* haben im deutschsprachigen Raum Sedlmeier & Köhlers (2001) sowie Meyfarth (2006) entwickelt und z. T. wissenschaftlich untersucht (Meyfarth 2008b). Das GESIM-Konzept baut auf diesen Erkenntnissen auf und bettet das Thema *sampling*, *sampling distribution* und *sample size effect* in ein Gesamtkonzept ein. Konzeptionelle Grundlagen zum Verteilungswissen werden in Kapitel 3.2 beschrieben.

2.2 Der Aufbau und die Struktur des Einführungskurses

Das GESIM-Konzept ist auf eine Verlagerung inhaltlicher Schwerpunkte in die Einführungsphase hin zu einem an Verteilungen orientierten Stochastikunterricht ausgerichtet. Curriculare und organisatorische Rahmenbedingungen der gymnasialen Oberstufe werden berücksichtigt und in bestimmten Bereichen bereits in dieser Anfangsphase vertieft. Anwendungsorientierung wird durch einfache Modellierungsaufgaben gewährleistet, die auch komplexere Problemstellungen beinhalten. Die Lernenden nutzen Simulationen als Problemlösemethode. Häufigkeitsverteilungen und deren Kennwerte, Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffs,

Zufallsgrößen als Messgrößen, Stichprobenverteilungen und *sample size effect* werden von Beginn an als bestimmende Ideen im Zusammenhang mit dem Phänomenkomplex des empirischen Gesetzes der großen Zahlen⁷ vermittelt. Adäquate Grundvorstellungen dazu werden durch den Bezug auf Realsituationen und idealisierte Zufallsexperimente aufgebaut. Dieser ganzheitliche Einstieg verbindet statistische mit probabilistischen Aspekten bereits in der Einführungsphase. Einer fehlenden Vernetzung stochastischen Wissens kann somit vorgebeugt werden.

Die Unterrichtseinheit umfasst 15 Unterrichtsstunden⁸ und wird von den folgenden Leitideen getragen: Die Einarbeitung in die Werkzeugsoftware FATHOM erfolgt durch die eFATHOM-Module und ist grundsätzlich in die Hausarbeit ausgelagert. Das selbst erarbeitete Einzelwissen sollen die Schüler im Unterricht in Übungs- und Präsentationsformen festigen, darstellen und kommunizieren. Dabei wird insbesondere mit der Gestaltung von spezifischen Arbeitsblättern großer Wert auf die Entwicklung von Fähigkeiten zur Formulierung von Erwartungen oder Hypothesen und zur Modellbildung gelegt. Verteilungen sowie deren graphische Repräsentation und Variation sind das Bindeglied für die zu vermittelnden stochastischen und FATHOM-spezifischen Inhalte in diesem Einführungskurs. Simulationen werden dadurch als wertvolles Instrument zur Lösung von stochastischen Problemstellungen, zur Repräsentation von Zufallsexperimenten und als Werkzeug im Wechselspiel mit theoretischen Modellen für die Lernenden tatsächlich erfahrbar. Zur Unterstützung der Lernenden bei der Ausprägung von Simulationskompetenzen werden Simulationsplanschemata eingesetzt. Die nachfolgende Abbildung gibt einen tabellarischen Überblick über die Struktur des Einführungskurses, gegliedert nach Baustein (BS), Inhalt und Umfang (Abb. 2.2).

BS	Inhalt	Umfang
1	eFATHOM Module 1 und 2 – Einführung und einfache Datenanalyse mit FATHOM	Hausarbeit ca. 2 Zeitstunden
2	Datenanalyse mit FATHOM - Häufigkeitsverteilungen und Kennwerte der Mitte und der Streuung (arithmetisches Mittel, Median, IQR, Histogramm, Boxplot)	2 (+1) Unterrichtsstunden

⁷ Die Begrifflichkeit *Phänomenkomplex des empirischen Gesetzes der großen Zahlen* wird in Kapitel 3.2.2 ausführlich beschrieben und erläutert.

⁸ Diese Angabe bezieht sich auf Version 2.0 des Einführungskurses (Biehler, Hofmann, Prömmel 2008). Eine Überarbeitung des Einführungskurses wird voraussichtlich 2012 in der Online-Schriftenreihe KaDiSto der Universität Kassel erscheinen. (<https://kobra.bibliothek.uni-kassel.de/handle/urn:nbn:de:hebis:34-200602016179/simple-search?query=Kadisto>).

3	eFATHOM Modul 3: Einführung in die Simulation mit FATHOM – einfache Simulationen ohne Messgrößenkonzept	Hausarbeit ca. 1 Zeitstunde
4	Laplace-Experimente und Erwartungswert in Spielsituationen (empirische und theoretische Betrachtungen, einfache Simulationen in FATHOM), empirisches Gesetz der großen Zahlen, Faustregeln für die Genauigkeit von Simulationen in Abhängigkeit von der Wiederholungszahl	5 Unterrichtsstunden
5	eFATHOM Modul 4: Simulation durch Stichprobenziehen mit Messgrößenkonzept in FATHOM	Hausarbeit ca. 1 Zeitstunde
6	Modellieren stochastischer Situationen unter Verwendung der Simulationsmethode Simulation durch Stichprobenziehen, Erkunden von Häufigkeitsverteilungen stochastischer Situationen, die sich durch binomialverteilte Zufallsgrößen theoretisch beschreiben lassen	6 Unterrichtsstunden
7	Das Gesetz der großen Zahlen, Stichprobenverteilungen von Anteilen, $1/\sqrt{n}$ -Gesetz	2 Unterrichtsstunden

Abb. 2.2 Struktur und Aufbau des Einführungskurses

Im Folgenden wird die Struktur des GESIM-Konzeptes genauer beschrieben. Dabei werden die inhaltlichen Schwerpunkte der einzelnen Bausteine herausgestellt, und es wird auf die zu vermittelnden stochastischen und FATHOM-spezifischen Kompetenzen genauer eingegangen.⁹

Baustein 1

In Baustein 1 nehmen die Schüler in ihrer Hausarbeitszeit über die Lernumgebung eFATHOM Erstkontakt mit der Werkzeugsoftware FATHOM auf.¹⁰ Die Schüler erwerben stochastische Kompetenzen zu Begriffen und Darstellungen der Beschreibenden Statistik, wie absolute und relative Häufigkeiten, Histogramme und Mittelwerte. Das Ziel FATHOM-spezifischer Kompetenzen ist die selbstständige Einarbeitung in FATHOM als Werkzeug zur Datenauswertung.

⁹ Die zugehörigen Materialien der Version 2.0 des Einführungskurses (Biehler, Hofmann & Prömmel 2008) befinden sich in Anhang A auf, den im OnlinePLUS Programm unter www.Springer-Spektrum.de/Buch/978-3-658-00593-1/Das-GESIM-Konzept.html zugegriffen werden kann.

¹⁰ Die aktuelle Version von eFATHOM findet man unter: <http://eFATHOM.math.uni-paderborn.de/>.

Inhaltlich geht es in Modul 1 um die Vorstellung der vier Basisobjekte Kollektion, Tabelle, Graph und Auswertung. Es geht um die Dateneingabe in eine Tabelle, die Visualisierung von numerischen Daten in einem Punktdiagramm und die Berechnung des arithmetischen Mittels in einer Auswertungstabelle. Eine einfache kompositierte Graphik erlaubt den elementaren Vergleich von Daten, die Begriffe Merkmal, Merkmalsträger und Merkmalsausprägung werden FATHOM-spezifisch erklärt.

In Modul 2 geht es um die Unterscheidung zwischen numerischen und kategorialen Merkmalen und deren FATHOM-spezifischen Besonderheiten bei der Auswertung. Verschiedene Möglichkeiten der Modifizierung von Daten und deren graphischer Repräsentation werden angesprochen: Bewegen von Datenpunkten im Punktdiagramm, Strecken, Stauchen und Verschieben von Achsen. Das Histogramm als Darstellungsform zur Klassierung von Daten wird eingeführt. Der Formeleditor wird als Werkzeug zur Erzeugung und Modifikation von Formeln für die Auswertung von Daten vorgestellt. Es wird auf die Bedeutung von relativer und absoluter Häufigkeit bei einfachen Gruppenvergleichen für numerische Merkmale eingegangen, und der Nutzer wird in den Umgang mit dem FATHOM-Hilfesystem eingeführt.

Beide Module behandeln die Auswertung von Daten. Die angesprochenen Inhalte in beiden Modulen werden anhand eines kleinen Datensatzes von Personendaten (Name, Geschlecht, Körpergröße) vermittelt. Modul 1 ist als Einstiegsmodul konzipiert, Lernende benötigen keinerlei Vorkenntnisse über FATHOM. Die ersten Schritte in FATHOM lernt der Nutzer anhand von Tutorial-Videos, die zum „Nachbauen“ auffordern. Direkt an das Einstiegsmodul schließt sich Modul 2 an. Am selben Beispiel lernt der Nutzer weitere Auswertungsmöglichkeiten mit FATHOM kennen. So erfährt der Lernende, wie Histogramme in FATHOM erstellt und modifiziert werden können: Anpassen von Startwert und Klassenbreite, Umstellen der Skala der y-Achse auf relative Häufigkeiten, Verlinken der Achsen.

Baustein 2

Im Mittelpunkt des Bausteins 2 stehen einfache statistische Fragestellungen. Diese sind mit dem FATHOM-spezifischen statistischen Handwerkszeug, das in Modul 1 und Modul 2 in eFATHOM erworben wurde, zu bearbeiten. Hinzu kommen als neue Werkzeugfunktionalitäten das Einzeichnen von Werten in eine Graphik und die Auswertung von Häufigkeiten mit Bedingung. Darüber hinaus wird der Begriff der Verteilung thematisiert, der Quartilsbegriff eingeführt und ein entspre-

chendes Streuungsmaß erarbeitet (Streuung der mittleren 50 % einer Verteilung) sowie in einer eigenen Schülerarbeitsphase mit FATHOM gefestigt.¹¹

In einem ersten Arbeitsauftrag erforschen die Schüler anhand eines reduzierten Muffins-Datensatzes, ob Schülerinnen tendenziell eher ins Bett gehen als Schüler und wie viel Prozent der Schüler samstags vor 8 Uhr aufstehen. Nach der Präsentation und Besprechung der Ergebnisse werden im Unterrichtsgespräch Verteilungen und Streuungsmaße am Beispiel von zwei Aufstehzeiten (Montag, Samstag) aus dem Muffins-Datensatz thematisiert. Die Begriffe Median, oberes und unteres Quartil, mit der entsprechenden FATHOM-spezifischen Notation, werden als Kennwerte einer Häufigkeitsverteilung sowie die Differenz von Q_3 und Q_1 als Streuungsmaß eingeführt. Der Interquartilsabstand¹² ist ein Streuungsmaß, das die Ausdehnung des „mittleren Haufens“ einer Häufigkeitsverteilung quantitativ beschreibt. Im GESIM-Konzept soll durchgehend das Streuungsmaß „Streuung der mittleren 50 % (95 %, α %)“ verwendet werden, weil es anschaulich und intuitiv leicht verständlich ist.¹³ Da man Quartile auch als spezielle p -Quantile betrachten kann, dient dieser Zugang der Vorbereitung auf die Definition von mittleren α %-Intervallen über Perzentile (p -100 %-Quantile)¹⁴. Die Einführung von Streuungsvergleichen bei einfachen Häufigkeitsverteilungen ist zudem eine wesentliche Voraussetzung für das Verständnis des Streuungsvergleichs von Stichprobenverteilungen, die im Baustein 6 und 7 des Einführungskurses eine wichtige Rolle spielen. Die frühzeitige Fokussierung auf die spezifische Charakteristik von solchen Verteilungen dient dem Begreifen von Streuung (im englischen „Variation“) als fundamentaler Idee der Stochastik.

¹¹ In einem Erweiterungsbaustein des Einführungskurses können die charakteristischen Eigenschaften von arithmetischem Mittel und Median sowie der Verteilungsvergleich mittels Boxplot thematisiert werden.

¹² Interquartilsabstand d_q : $d_q = Q_3 - Q_1$.

¹³ Die Standardabweichung ist kein angemessenes Streuungsmaß für den Einführungskurs, da hierfür die Sigma-Regeln hergeleitet werden müssten.

¹⁴ Definition Streuungsmaß der mittleren α % mittels p -Quantil q_p (vgl. Biehler 2006, S. 98): X sei eine numerische Variable mit Werten x_1, x_2, \dots, x_n und α eine Zahl zwischen 0 und 100. Wir definieren das Streuungsmaß der mittleren α % für die Variable X durch $s_{\alpha\%}(X) := q_{1-p}(X) - q_p(X)$, wobei $p = \frac{1-\alpha/100}{2}$.

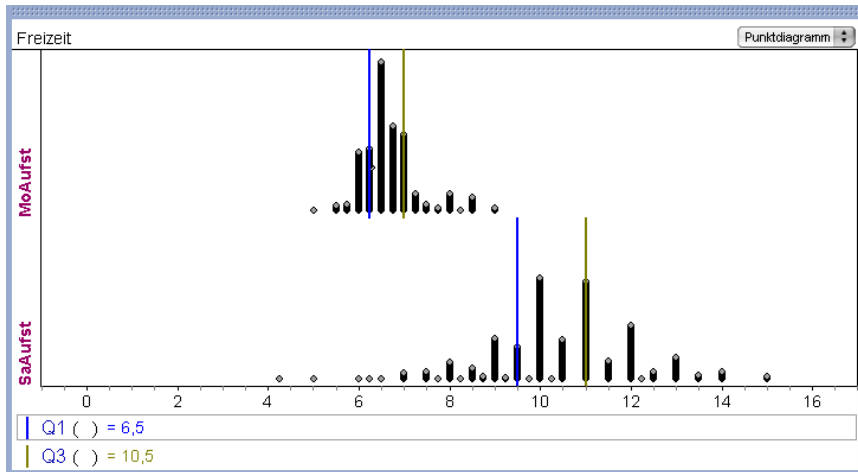


Abb. 2.3 U1-2: Oberes und unteres Quartil als Kennwerte einer Verteilung (Biehler, Hofmann, Prömmel 2008)

Die beiden Häufigkeitsverteilungen im Punktdiagramm (Abb. 2.3) sind zu beschreiben und zu beurteilen: So können Schüler u. a. feststellen, dass am Samstag nicht nur eine Verschiebung der Verteilung nach rechts und damit im Mittel eine spätere Aufstehzeit resultiert, sondern dass die Aufstehzeiten am Samstag auch breiter streuen als am Montag. Ursachen dafür sollten thematisiert werden, wie vielfältige Interessenlage, Familienzwänge, kein Schultag. Die bevorzugte Angabe von vollen Stunden führt am Samstag zu einer typischen Sägezahnverteilung im Punktdiagramm. Wie kann man die qualitativ beschriebene unterschiedliche Streuung messen? Man ermittelt den mittleren Haufen, die mittleren 50 % der Häufigkeitsverteilung. Die Daten werden dazu der Größe nach geordnet. Das untere Quartil $Q1$ ist diejenige Zahl, für die höchstens 25 % der Daten kleiner als $Q1$ sind und mindestens 25 % der Daten kleiner gleich $Q1$ sind. Das obere Quartil $Q3$ ist diejenige Zahl, für die höchstens 25 % der Daten größer als $Q3$ sind und mindestens 25 % der Daten größer gleich $Q3$ sind. Innerhalb von $[Q1, Q3]$ liegen somit mindestens 50 % der Daten.¹⁵ Dieses Streuungsmaß kann in FATHOM mit den Funktionen $Q1()$ für das untere Quartil und $Q3()$ für das obere Quartil als Differenz $Q3() - Q1()$ ¹⁶ umgesetzt werden. Hat man den Median als Mittelwert eingeführt, dann kann man die Quartile auch als Mediane der jeweiligen Datenhälften charakterisieren. Dabei ist zu beachten, ob für die Bildung der „Datenhälften“ die

¹⁵ Vgl. Biehler (2006, S. 100 ff.).

¹⁶ Die Formel für die direkte Berechnung des Interquartilsabstandes in FATHOM lautet $qd()$.

Das GESIM-Konzept

Rekonstruktion von Schülerwissen beim Einstieg in die
Stochastik mit Simulationen

Prömmel, A.

2013, XII, 569 S. 341 Abb., 58 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-00593-1