

2 Hintergrund und Realisierung des Forschungsdesigns

In diesem Kapitel werden methodologische Grundannahmen sowie das methodische Vorgehen und das Design für die empirischen Erhebungen zur Untersuchung der in Kapitel 1 formulierten und theoretisch entwickelten Forschungsfragen beschrieben und begründet.

In Abschnitt 2.1 werden zunächst einige grundsätzliche methodologische Überlegungen angestellt und ausgehend von dem Ziel der Rekonstruktion individueller Sinnkonstitutionen von Lernenden die Basis der zu treffenden methodischen Entscheidungen gelegt.

Abschnitt 2.2. stellt das Mixed-Methods-Design der vorliegenden Studie vor dem Hintergrund des Forschungsrahmens der Didaktischen Rekonstruktion dar. Dieses Design wird in Abschnitt 2.3 für die Interviewstudie und in Abschnitt 2.4 für die Paper-Pencil-Test-Studie konkretisiert und begründet. In Abschnitt 2.5 wird die Datenauswahl für die vertiefte Analyse sowohl der Testdaten als auch der Interviewdaten dargestellt und begründet. Die vertieft ausgewerteten Aufgaben und Items werden in Abschnitt 2.6 einer Sachanalyse unterzogen, die sich auf die in Kapitel 1 dargestellten Konzepte und Begriffe zum flexiblen Umgang mit Brüchen stützt und die Analyse der empirischen Daten vorbereitet. Abschnitt 2.7 stellt das konkrete Vorgehen und die methodologischen Annahmen für die Datenauswertung dar und schließt mit einer Übersicht über die vertieft analysierten Daten und ihrer Verortung im Aufbau der vorliegenden Arbeit.

2.1 Methodologische Vorüberlegungen zur empirischen Erfassung individueller Vorstellungen

In diesem Abschnitt werden grundsätzliche methodologische Überlegungen und Entscheidungen im Hinblick auf Ansätze zur Erfassung individueller Vorstellungen von Lernenden angestellt: Dabei wird zunächst zwischen der Perspektive auf Prozesse und auf Produkte unterschieden. Beide Perspektiven, die lerntheoretisch und in ihrer Bedeutung für das Forschungsinteresse bereits in Abschnitt 1.1 verortet wurden, werden in diesem Abschnitt in ihren Konsequenzen für die Erhebungsmethoden der vorliegenden Arbeit dargestellt (Abschnitt 2.1.1). Abschnitt 2.1.2 verortet die beiden Perspektiven vor dem Hintergrund qualitativer und quantitativer Verfahren der Erhebung und Analyse von Lernendenvorstellungen.

2.1.1 Produkt- und Prozessperspektive

Jede Wahrnehmung von Wirklichkeit ist durch die Erfahrungen des Beobachters geprägt: Das bedeutet, dass die Festlegung dessen, was als relevanter Ausschnitt der Wirklichkeit verstanden werden soll, von theoretischen Vorannahmen abhängt (Beck / Maier 1994, S. 55). Diese Grundannahme hat Auswirkungen auf den Forschungsprozess: Sowohl das Forschungsziel als auch das Design einer Studie sowie die damit verbundenen methodologischen Entscheidungen, die die Erhebung und Analyse der Daten betreffen, stehen im Zusammenhang mit einer jeweils spezifischen Weltansicht. Man kann sagen, dass die gewählte Fragestellung die Wahl der Methode bestimmt; gleichzeitig lenkt aber auch die Weltanschauung die Fragestellung in bestimmte Bahnen (Jungwirth 2003, S. 189).

Theorien als Prozess und als Produkt

Auch Theorien stehen in diesem doppelten Verhältnis zum Forschungsprozess: Zum einen dienen Theorien als Beschreibungsmittel der beforschten Phänomene, zum anderen lenken sie als Hintergrundtheorien den Forschungsprozess implizit oder explizit (Prediger 2010, S. 169 f.).

Im ersten Fall ist die Art von Theorie angesprochen, die ein Produkt von Forschungsprozessen ist. In der vorliegenden Arbeit sind hier die in Kapitel 1 dargestellten theoretischen Überlegungen zum Umgang mit Brüchen zu verorten: Die Grundvorstellungen (vgl. Abschnitt 1.2) stellen z. B. ein theoretisches Konstrukt dar, das aus einer stoffdidaktischen Analyse von Gegenstandsbereichen wie „Brüche“ entstanden ist. Auf dieses theoretische Konstrukt wird in der vorliegenden Arbeit für die fachliche Klärung des Gegenstandsbereichs in Bezug auf den *Umgang mit Brüchen* zurück gegriffen. Gleichsam dient der Umgang mit Teil, Anteil und Ganzem als der schärfende theoretische Blick für das Design von Interviews und Tests sowie für die Analyse – als conceptual analytic model (vgl. Schoenfeld 2007). Dabei versteht man unter diesem „a conceptual-analytic framework or model, in which specific aspects of the situation are singled out for attention (and, typically, relationships among them are hypothesized)“ (Schoenfeld 2007, S. 73). Das bedeutet, dass das conceptual analytic model die Phänomene in einer spezifischen Art und Weise konzeptualisiert und beschreibt.

Im zweiten Fall stellt das conceptual analytic model auch die „Brille“ dar, durch die man die zu untersuchenden Phänomene betrachtet und damit für den Forschungsfokus relevante Ausschnitte wählt. Es leitet damit sowohl die Auswahl als auch die Beschreibung, Analyse und Interpretation des als relevant betrachteten Ausschnitts aus der Wirklichkeit: In diesem Fall stellt die Theorie den Rahmen für den Forschungsprozess dar. Sie beinhaltet damit z. B. auch die Frage danach, was einen untersuchungswerten Forschungsgegenstand ausmacht, welche Forschungsfragen gestellt werden können und welche Methoden dabei zum

Einsatz kommen können (Mason / Waywood 1996, S. 1058 für die Mathematikdidaktik).

In der vorliegenden Arbeit wird mit der Didaktischen Rekonstruktion ein Forschungsprogramm verfolgt, dessen Hintergrundtheorien in Abschnitt 1.1 bereits vorgestellt wurden. In diesem Kapitel ist daher nur noch derjenige Teil der Hintergrundtheorien auszuführen, der für die methodischen Entscheidungen leitend ist.

Datenerhebung in Produkt- und Prozessperspektive

Die empirische Erfassung von *Lernständen* kann, wie in Abschnitt 1.1.2 dargestellt, auf Produkte oder Bearbeitungsprozesse fokussieren. In der vorliegenden Arbeit werden beide Perspektiven verfolgt:

Zum einen werden in *Interviewsituationen Bearbeitungsprozesse* von Schülerinnen und Schülern untersucht. Hierbei lassen sich zeitlich begrenzte Prozesse (vgl. Kapitel 1) dokumentieren, die die Aktivierung von Vorstellungen und Vorgehensweisen sowie konkrete lokale Hürden im Prozess beobachtbar und analysierbar machen. Dabei wird in der konkreten Studie das Interview genutzt, um diese Prozesse vor der systematischen Behandlung der mathematischen Inhalte im Rahmen einer Unterrichtseinheit zu explorieren, um intuitive Annahmen und Entwicklungen im Be- und Erarbeitungsprozess erfassen zu können.

Zum anderen werden Lernstände nach Abschluss einer Unterrichtseinheit erhoben, indem in einer *schriftlichen Erhebung (Test)* die Kenntnisse von Lernenden in einer größeren Breite erfasst werden. Dabei handelt es sich um die Erhebung eines Ist-Zustands zu einem Zeitpunkt, zu dem der Stoff bereits bekannt sein sollte. Der Verschränkung mit der Erhebung der Bearbeitungsprozesse liegt die Annahme zugrunde, dass sich in den Prozessen der Lernenden intuitive Annahmen erkennen lassen, auf die auch Schülerinnen und Schüler nach der systematischen Behandlung der Bruchrechnung zurückgreifen.

Beide Erhebungsmethoden werden in den Abschnitten 2.3 und 2.4 am konkreten Forschungsvorhaben präzisiert und methodisch verortet. Sie gehören in zwei grundsätzlich unterschiedliche Forschungsansätze, die in der aktuellen Diskussion zunehmend als Kontinuum verstanden werden.

2.1.2 Quantitative und qualitative Forschungsansätze und ihre Kombination

Die Unterscheidung qualitativer und quantitativer Forschungsansätze betrifft sowohl die Datenerhebung als auch die Auswertung. Etwas holzschnittartig werden meist folgende Unterschiede hervorgehoben:

Quantitative Forschungsansätze

Quantitative Forschung wird oft dadurch gekennzeichnet, dass sie meist hypothesentestend vorgeht (Burzan 2005, Hussy et al. 2010) und einen linearen Ablauf verfolgt:

„Im Zuge eines relativ *linearen Forschungsablaufes* präzisieren und strukturieren sie [die Forscher, AS] ihre Forschungsfrage, „übersetzen“ die Frage in ein Instrument zur Datenerhebung (z. B. in einen Fragebogen oder ein Kategoriensystem für eine Inhaltsanalyse), erheben die Daten und werten sie gemäß ihrer Systematik aus.“ (Burzan 2005, S. 25; Hervorhebungen im Original)

Aus wissenschaftstheoretischer Sicht ist das hypothesentestende Vorgehen quantitativer Forschung darin begründet, vom Allgemeinen auf den Einzelfall zu schließen. Dabei wird von deduktiven bzw. induktiven deterministischen Zusammenhängen ausgegangen: „Der Forscher prüft eine allgemeine These an Einzelfällen“ (Burzan 2005, S. 27), aber zuweilen auch umgekehrt, dann schließt er von Einzelfällen auf eine allgemeine Gesetzmäßigkeit (Burzan 2005, S. 28). Dabei bedient er sich meist zur Datenauswertung statistischer Verfahren.

Forschung im quantitativen Ansatz wird meist verbunden mit „objektiv messende[n] (standardisierte[n])“ Verfahren und Erhebungsinstrumenten (Hussy et al. 2010, S. 9). Als Vorbild wird die Exaktheit der Naturwissenschaften genannt:

„Leitgedanken der Forschung(-splanung) sind dabei die klare Isolierung von Ursachen und Wirkungen, die saubere Operationalisierung von theoretischen Zusammenhängen, die Messbarkeit und Quantifizierung von Phänomenen, die Formulierung von Untersuchungsanordnungen, die es erlauben, ihre Ergebnisse zu verallgemeinern und allgemein gültige Gesetze aufzustellen (Flick 2009, S. 23 f.)

Um Regelmäßigkeiten, Häufigkeiten und Kausalbeziehungen bestimmter Phänomene aufzudecken sowie nach Möglichkeit Repräsentativität, d. h. Allgemeinheit über die konkreten Fälle hinweg zu erreichen, ist für quantitative Forschung oft eine Untersuchung vieler Fälle notwendig (Burzan 2005, S. 29 f.). Darüber hinaus erscheint die Kontrolle der Bedingungen für die Forschung zentral, um äußere Einflüsse wie etwa durch den Forscher selbst, möglichst auszuschließen (Flick 2009, S. 24).

Qualitative Forschungsansätze

Im Gegensatz zur möglichst objektiven und reliablen Erfassung von Wirklichkeit verfolgen qualitative Forschungsansätze das Ziel der Rekonstruktion subjektiver Sinnkonstitutionen, d. h. Erfassung „subjektive[r] Bedeutungen und individuel-

le[r] Sinnzuschreibungen“ (Flick 2009, S. 81 f.). Nach dem *qualitativen, interpretativen Paradigma* geht man davon aus, dass die handelnden Subjekte die soziale Welt durch ihr gemeinsames Interpretieren derselben „zu der machen, die sie für sie ist“ (Jungwirth 2003, S. 189 f.). Dabei interpretieren Menschen selbst ihre Welt, während sie sich gleichzeitig auch an den Interpretationen der anderen orientieren (ebd.). *Qualitative Forschung* wird daher auch als interpretativ oder rekonstruktiv bezeichnet (vgl. Przyborski / Wohlrab-Sahr 2010, S. 15).

Aufgrund dieses Ziels bedient sich der qualitative Ansatz „eher sinnverstehende[r] (unstandardisierte[r])“ Verfahren (Hussy et al. 2010, S. 9): Die Phänomene der Realität sind z. T. sehr komplex und lassen sich nicht isoliert auf Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge zurückführen: Die Forschungsgegenstände werden nicht in einzelne Variablen zerlegt, sondern „in ihrer Komplexität und Ganzheit in ihrem alltäglichen Kontext untersucht“ (Flick 2009, S. 27). Dabei steht nicht das Ziel im Vordergrund, theoretische Konzepte zu prüfen, sondern sie zu entwickeln (vgl. Burzan 2005, S. 29, Hussy et al. 2010, S. 9, Flick 2009, S. 27). Dazu dienen meist eher offene Verfahren zur Erhebung, wie z. B. Interviews (s. a. Beck / Maier 1993).

Hinzu kommt bei qualitativer Forschung eine Fall- und häufig auch Prozessorientierung. Dabei sind Datenerhebung und Datenauswertung nicht notwendig getrennte Phasen einer Untersuchung (Burzan 2005, S. 30).

In Bezug auf das Verhältnis von Forscher und Forschungsgegenstand lässt sich feststellen, dass die Subjektivität eine besondere Rolle erfährt, die bei quantitativen Forschungsansätzen aufgrund des standardisierten Vorgehens eher auszuschließen versucht wird. Die als relevant erachtete Wirklichkeit „kommt durch unterschiedliche Bedingungen der jeweiligen Interpretationsmethode in verschiedener Weise zum Vorschein“ (Beck / Maier 1994, S. 55). Dabei handelt es sich bei den im Rahmen von Interpretationen entstehenden Deutungen des Untersuchungsgegenstands um „interpretierte Wirklichkeit“ (Beck / Maier 1994, S. 55):

„Die Reflexion des Forschers über seine Handlungen und Beobachtungen im Feld, seine Eindrücke, Irritationen, Einflüsse, Gefühle etc. werden zu Daten, die in die Interpretationen einfließen [...]“ (Flick 2009, S. 29)

Das bedeutet, dass die Forscherin einerseits stets an einem konkreten Ausschnitt der Wirklichkeit arbeitet (datengeleitet), andererseits aber nie ohne einen theoretischen Entwurf, der ihren Blick lenkt in Form von *sensibilisierenden Konzepten* oder *conceptual analytic models*, an die Interpretation der empirischen Wirklichkeit geht (Jungwirth 2003, S. 190; Schoenfeld 2007, Flick 2009, S. 23). Letzteres ist für die Formulierung von Gütekriterien empirischer Forschung entscheidend (vgl. Abschnitt 2.1.3).

Verbindung quantitativer und qualitativer Ansätze

So sehr unterschiedlich die beiden dargestellten Forschungsansätze – qualitativ versus quantitativ – erscheinen mögen, so hat sich in den letzten Jahren die Tendenz ergeben, quantitative und qualitative Ansätze auf verschiedenen Ebenen und in unterschiedlicher Intensität miteinander zu kombinieren (Flick 1999).

Während zunächst grundsätzlich über den generellen Ansatz quantitativ versus qualitativ diskutiert wurde, hat sich in letzter Zeit die Grundsatzfrage für die eine oder andere Tradition in Richtung der Frage nach der Angemessenheit von Methoden für die jeweilige Forschungspraxis verschoben (Flick 1999, S. 280):

„Die Verfahrenswahl im Rahmen eines Forschungsprojekts erfolgt einerseits in Abhängigkeit von der jeweiligen Fragestellung bzw. vom Forschungsziel; andererseits sollte sie sich daran orientieren, wie die Verfahrenstypen Geltungsansprüche empirischer Forschung erfüllen können.“

(Beck / Maier 1994, S. 56)

Das bedeutet, dass sich die gewählten Methoden aus der Art und Beschaffenheit des Forschungsgegenstandes ergeben müssen und nicht durch präferierte Forschungsparadigmen a priori festgelegt werden sollten. Damit geht die Überzeugung einher, dass qualitative und quantitative Ansätze nicht als rivalisierend, sondern eher als komplementär gesehen werden müssen und sich gegenseitig ergänzen können (Flick 1999, Flick 2009, Bortz / Döring 2006). So können beide Richtungen isoliert je nach Forschungsinteresse Anwendung finden oder innerhalb eines Forschungsprojektes in unterschiedlicher Ausgestaltung miteinander kombiniert werden (vgl. Flick 1999). Die Kombination und Verbindung können dabei auf verschiedenen Ebenen vorgenommen werden: Flick (2009, S. 40) nennt hier unter anderem das Forschungsdesign, die Forschungsmethoden und die Ergebnisse.

Theoretisch gefasst wird die Perspektive der Verbindung quantitativer und qualitativer Ansätze im Mixed-methods-Design: Der Begriff selbst umfasst dabei verschiedene Designs, die sich hinsichtlich der Reihenfolge der Anwendung quantitativer und qualitativer Methoden (simultan oder sequentiell) und ihrer Gewichtung (gleichgewichtet oder übergeordnet) unterscheiden lassen (Hussy et al. 2010, S. 285 f.). Die Verbindung von Methoden muss sich dabei nicht auf die Datenerhebung beschränken: Schließlich können auch die Daten selbst miteinander verbunden werden. Aus dieser Vielzahl prinzipiell möglicher Kombinationen, ergibt sich eine Fülle an unterschiedlichen Designs (Hussy et al. 2010, S. 286 f.), auf die hier im Einzelnen nicht weiter eingegangen werden kann.

Für die vorliegende Arbeit wurden daher auf der Basis einer interpretativen qualitativen methodologischen Grundposition mit dem Ziel der Rekonstruktion subjektiver Sinnkonstitutionen einige quantitative Elemente ergänzt, um die

Erkenntnisse zu den Bearbeitungsprozessen durch breitere Überblicke über schriftliche Produkte ergänzen zu können. Genauer es zu dieser Verbindung findet man in den Abschnitten 2.3, 2.4 und 2.7.

2.1.3 Qualitätskriterien empirischer Forschung

Für die Sicherung von Qualität empirischer Forschung ist sowohl die Qualität ihres Vorgehens zur Datenerhebung als auch zur Datenauswertung entscheidend: Es bedarf „Kernkriterien zur Bewertung qualitativer Forschung sowie Wege zu deren Sicherung und Prüfung“ (Steinke 2000, S. 319; s. a. Flick 2009). Diese Kriterien bezeichnet man in der Forschungsmethodologie als Qualitätskriterien.

Im Hinblick auf qualitative empirische Forschung ergibt sich jedoch die Schwierigkeit, dass die klassischen Qualitätskriterien der quantitativ ausgerichteten Forschungsansätze – Objektivität, Reliabilität und Validität – nicht direkt übertragbar sind: So ist der Forscher z. B. durch die offene Form der Erhebungsmethoden selbst bereits Teil des Forschungsprozesses, so dass das Kriterium der Objektivität durch die Eingebundenheit seiner subjektiven Perspektive nicht direkt übertragbar ist (für die Frage nach der Übertragbarkeit der Gütekriterien quantitativer auf qualitative Forschung s. a. Beck / Maier 1994).

Steinke (2000) formuliert einen Katalog von Kernkriterien qualitativer Forschung und von Prozeduren zu deren Überprüfung: Diese Kriterien sollten dem Untersuchungsgegenstand angemessen jeweils konkretisiert und ergänzt werden (Steinke 2000, S. 323 f.). Dabei stehen hier unter anderem die intersubjektive Nachvollziehbarkeit des Vorgehens und die Kohärenz und Relevanz der entwickelten Theorie im Vordergrund (s. a. Jungwirth 2003, S. 197): Diese Kriterien sollen den Forschungsprozess transparent machen und eine Grundlage für die Bewertung der Ergebnisse liefern (Steinke 2000, S. 324). Hierzu gehören die gründliche Dokumentation des Vorgehens (zur Sicherung der Nachvollziehbarkeit), das Offenlegen z. B. von ungelösten Fragen (Kohärenz) und die Reflexion über den Beitrag, den die entwickelte Theorie etwa in Form von Erklärungsansätzen leisten kann (Relevanz) (Steinke 2000, S. 324 ff.). Auch die reflektierte Subjektivität, die die Rolle des Forschers im Forschungsprozess selbst berücksichtigt, stellt ein wichtiges Kernkriterium qualitativer Forschung dar (Steinke 2000, S. 330 f.).

Diese Aspekte sollen auch für die vorliegende Arbeit als zentral erachtet werden und werden daher im Zusammenhang mit der Darstellung des konkreten Vorgehens expliziert.

Im Folgenden wird das Design der vorliegenden Studie im Hinblick auf die allgemeinen methodologischen Überlegungen für die Untersuchung des flexiblen Umgangs mit Brüchen dargestellt und begründet.

2.2 Design im Modell der Didaktischen Rekonstruktion

Das dieser Arbeit zugrunde liegende Dissertationsprojekt umfasst mehrere Phasen mit je unterschiedlich priorisierten, aus den Erkenntnissen vorangehender Phasen abgeleiteten Untersuchungsinteressen. Diese ergeben sich aus dem Anliegen heraus, Lernendenvorstellungen, fachliche Perspektive sowie (in geringerer Gewichtung, da diese nicht Kern der vorliegenden Arbeit ist) Didaktische Strukturierung im Prozess iterativ aufeinander zu beziehen. Damit soll diese Arbeit den drei wichtigen Pfeilern unterrichtlichen Handelns in diesem speziellen Bereich der Mathematik gerecht werden: Blick auf konkrete Lernendenprodukte und Vorstellungen (auch in Prozessperspektive), vertiefte Durchdringung des mathematischen Inhaltsbereichs und in geringerer Gewichtung Entwicklung von Aufgaben.

Phase	Zeitraum: Quartal (Jahr)
I Vorbereitung der Vorstudie	2 (2007)
II Durchführung der Vorstudie	3 – 4 (2007)
III Auswertung der Vorstudie und inhaltliche Fokussierung	3 (2007) – 2 (2008)
IV Vorbereitung der Interviewstudie	2 – 3 (2008)
V Durchführung der Interviewstudie	4 (2008)
VI Datensichtung der Interviewstudie	4 (2008) – 4 (2009)
VII Vorbereitung / Pilotierung der Paper-Pencil Test-Studie	4 (2008) – 2 (2009)
VIII Durchführung Paper-Pencil-Test-Studie	3 – 4 (2009)
IX Datensichtung Paper-Pencil-Test-Studie	3 – 4 (2009)
X Datenauswahl und Datenaufbereitung (Transkription)	4 (2009) – 3 (2010)
XI Vertiefte Datenauswertung / Vernetzung der Perspektiven	4 (2009) – 4 (2010)

Tabelle 2-1: Quartalsweise Übersicht über die verschiedenen Phasen der Studie

Im Folgenden soll zur Ermöglichung von Transparenz über den Forschungsverlauf das Design der Studie expliziert werden: Die Tabelle 2-1 gibt einen Überblick zur Orientierung über die einzelnen Phasen des Dissertationsprojektes. Im Einzelnen lassen sich die Konzipierung der Studie, die empirische Erhebung von Lernendenvorstellungen und die Auswertung in die folgenden Phasen gliedern, die schwerpunktmäßig jeweils verschiedenen Arbeitsbereichen der Didaktischen Rekonstruktion zugeordnet sind:

Phase I: Vorbereitung einer Vorstudie zur Multiplikation von Brüchen

Die Vorstudie stellt den ersten Zugriff der Autorin auf den Umgang mit Brüchen dar, wobei zunächst der Forschungsschwerpunkt auf der Multiplikation von Brüchen liegt (vgl. Kapitel 3): Die verfügbare Forschungsliteratur zur Bruchrechnung zeigt die Schwierigkeiten auf, die viele Lernende im Zusammenhang mit Brüchen erfahren (z. B. Padberg 2009, Fischbein et al. 1985). Dabei stellt die Multiplikation eine größere Hürde für Lernende dar (z. B. Greer 1994).

Für die Vorstudie wird daher ein bereits existierender Zugang zur Multiplikation von Brüchen über eine Lernumgebung zum Falten des Anteils-vom-Anteil gewählt (Sinicrope / Mick 1992, Affolter et al. 2004). Damit wird für die eigene Empirie auf eine bereits existierende *Didaktische Strukturierung* zurückgegriffen und bereits existierende Forschungsergebnisse zur Lernendenperspektive bzw. Fachlichen Klärung als Ausgangspunkt für weitergehende Untersuchungen genommen.

Phase II: Durchführung der Vorstudie

Der bereits existierende Zugang wird in halbstandardisierten klinischen Partnerinterviews als Design-Experimente (vgl. Gravemeijer / Cobb 2006, Cobb et al. 2003) in einer 6. Gymnasialklasse eingesetzt, um die Entwicklung von Vorstellungen zu untersuchen (*Erfassung der Lernendenperspektive im Sinne von Lernprozessen*). Einzelne Interviewepisoden werden transkribiert.

Phase III: Auswertung – Inhaltliche Fokussierung

Als eine wesentliche Schwierigkeit im Hinblick auf die Multiplikation von Brüchen als Anteil-Nehmen erscheint in den Interviews das Problem der unklaren Bezugsgröße / der Wahl des Ganzen (*Lernendenperspektive*): Wesentlich bei der Interpretation des Anteils-vom-Anteil scheint zu sein, zu erkennen, auf welches Ganze der (in diesem Fall durch Falten bestimmte) Teil bezogen werden muss. Dieses Phänomen an sich ist nicht neu (z. B. taucht es immer wieder auch in anderen Bereichen wie z. B. der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf; s. a. Mack 2000). Es scheint hier aber ein entscheidender Faktor für das Verständnis der Operation in der Grundvorstellung der Multiplikation als Anteil-Nehmen zu sein (Ineinandergreifen von *Lernendenperspektive* und *Fachlicher Klärung*). Neben dem Ganzen als zu klärendes mathematisches Konstrukt an sich, erscheinen auch das Interpretieren und Herstellen von Zusammenhängen zwischen Teil, Anteil und Ganzem als zentral für einen flexiblen Umgang mit Brüchen (*Fachliche Klärung*).

Die Phasen I-III stellen den Ausgangspunkt für die Hauptstudie (Phasen IV-XI) der vorliegenden Arbeit dar. Sie werden in diesem Kapitel aufgrund ihres abge-

schlossenen Status als Vorstudie nicht weiter erläutert. Für eine Darstellung der Vorstudie s. Kapitel 3.

Phase IV: Vorbereitung der Interviewstudie

Ausgehend von der in Phase III vorgenommenen *Fachlichen Klärung* und *Erfassung der Lernendenperspektive* werden Aufgaben entwickelt, die gezielt auf das Herstellen und Reflektieren von Strukturen und Zusammenhängen von Teil, Anteil und Ganzem abzielen. Dabei ist die Frage nach der richtigen Bezugsgröße / dem Ganzen stets ein wichtiger Bestandteil des Aufgabendesigns, um die Vorstellungen der Lernenden zu diesem Aspekt der Bruchrechnung genauer zu erfassen (Entwicklung und Zusammenstellung von Aufgaben im Hinblick auf eine *Didaktische Strukturierung*).

Phase V: Durchführung der Interviewstudie

In einer Gesamtschulklasse 6 werden in Verbindung mit Unterrichtshospitationen zu Beginn der Beschäftigung mit Brüchen klinische halbstandardisierte Partnerinterviews durchgeführt. Dabei ist das Forschungsziel die Erfassung von Bearbeitungsprozessen (Erfassung der *Lernendenperspektive*).

Phase VI: Datensichtung und erste Auswertung

Die Interviews werden einer ersten noch nicht systematischen Sichtung und ersten Auswertung unterzogen. Dabei dient der Blick auf den Umgang mit Teil, Anteil und Ganzem als das den Blick für relevante Episoden für den Forschungsfokus schärfende conceptual analytic model (*Lernendenperspektive* und *Fachliche Klärung*). Einzelne Episoden werden für diese erste Auswertung transkribiert.

Phase VII: Vorbereitung und Pilotierung der Paper-Pencil-Test-Studie

Auf Grundlage der in den Interviews beobachtbaren Phänomene zur Art und zum Umgang mit Teil, Anteil und Ganzem werden die in den Interviews eingesetzten Aufgaben überarbeitet und mit weiteren Aufgaben zu Brüchen (und zur Multiplikation) für einen schriftlichen Test zusammengestellt: In zwei weiteren Klassen 6 einer Gesamtschule wird eine erste Version des Tests durchgeführt. Dabei besteht das Forschungsziel darin, die in den Interviews gemachten Beobachtungen zunächst explorativ auch in größerer Breite zu erfassen, aber auch u. U. weitere Phänomene zu identifizieren (Erfassung der *Lernendenperspektive*).

Der Test wird überarbeitet und in sieben weiteren 6. Klassen verschiedener Schulformen eingesetzt, um die Aufgaben zu testen. Die schriftlichen Dokumen-

Flexibler Umgang mit Brüchen

Empirische Erhebung individueller Strukturierungen zu

Teil, Anteil und Ganzem

Schink, A.

2013, XIV, 368 S. 97 Abb., 30 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-00920-5