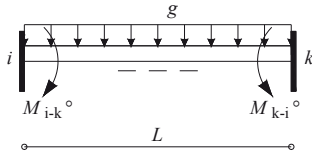
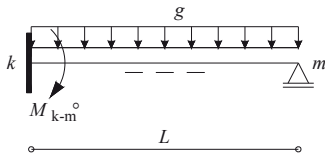


2 Das Weggrößenverfahren

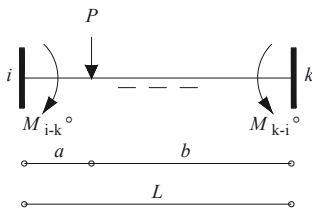
Beispiele zur Momentenberechnung



$$M_{i-k}^\circ = M_{k-i}^\circ = -\frac{g \cdot L^2}{12}$$

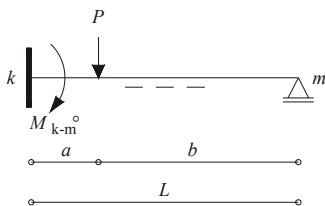


$$M_{k-m}^\circ = -\frac{g \cdot L^2}{8}$$



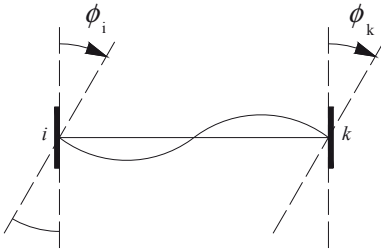
$$M_{i-k}^\circ = -\frac{a}{L} \cdot \left(\frac{b}{L}\right)^2 \cdot P \cdot L$$

$$M_{k-i}^\circ = -\left(\frac{a}{L}\right)^2 \cdot \frac{b}{L} \cdot P \cdot L$$



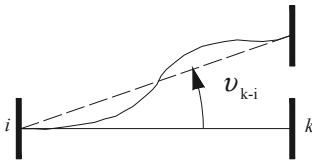
$$M_{k-m}^\circ = -\frac{1 - \left(\frac{b}{L}\right)^2}{2} \cdot b \cdot P$$

Festlegungen



Knotendrehwinkel

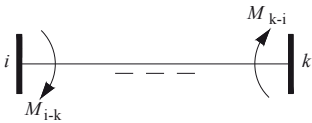
ϕ ist positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend.



Stabdrehwinkel

v ist positiv, wenn gegen Uhrzeigersinn drehend.

Stabendmomente



M_{i-k} , M_{k-i} und M_{k-m} sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehen

Zusammenfassung

$$M_{i-k} = M_{i-k}^{\circ} + EI \frac{4\phi_i + 2\phi_k + 6v_{k-i}}{L_{k-i}}$$

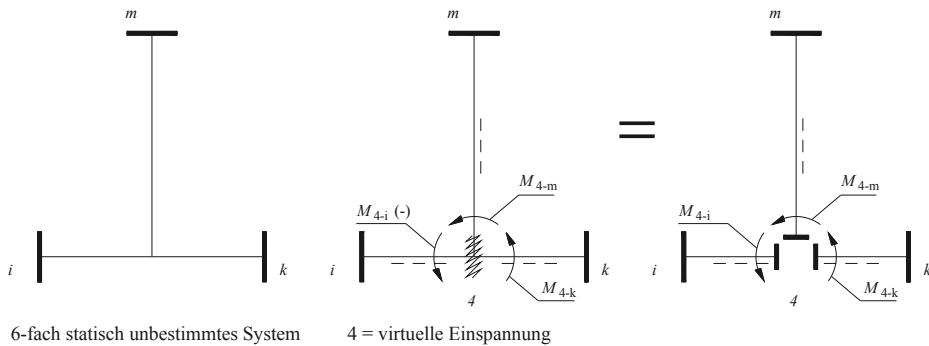
$$M_{k-i} = M_{k-i}^{\circ} + EI \frac{4\phi_k + 2\phi_i + 6v_{k-i}}{L_{k-i}}$$

$$M_{k-m} = M_{k-m}^{\circ} + EI \frac{3\phi_k + 3v_{m-k}}{L_{m-k}}$$

Vorgehensweise:

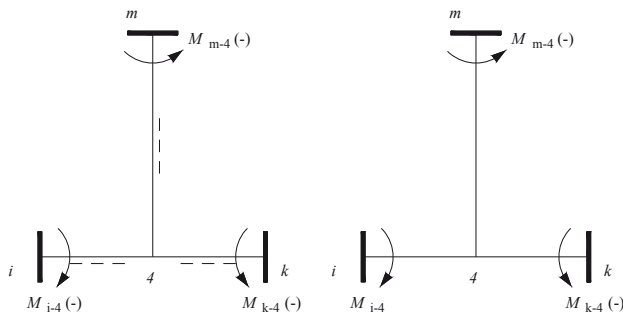
1. nicht lösbares statisch unbestimmtes System mit Hilfe virtueller Einspannung (3-wertiges Lager) in lösbare "Teilsysteme" zerlegen,
2. die virtuelle Einspannung mit Moment, gegen den Uhrzeigersinn drehend, versehen (die FBL bestimmt das Vorzeichen, welches mit dem Vorzeichen aus Lastfall M_{i-k}° , M_{k-i}° und M_{k-m}° multipliziert wird und ersetzt das Vorzeichen aus Lastfall M_{i-k}° , M_{k-i}° und M_{k-m}°),

Beispiel zu 1. und 2.



3. nach obiger Zusammenfassung Gleichungen erstellen, deren Anzahl dem der Unbekannten entsprechen,
4. das Vorzeichen von M_{i-k} , M_{k-i} und M_{k-m} gibt die Drehrichtung an und die FBL bestimmt das Vorzeichen,
5. Stabendmomente in negative Richtung, bezogen auf die FBL, antragen,
6. Stabendmomente sind positiv, wenn sie in Uhrzeigersinn drehen,

Beispiel zu 5. und 6.



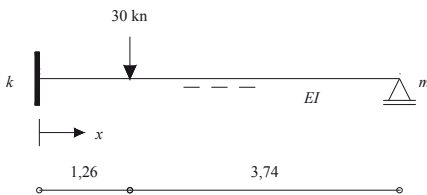
7. das Vorzeichen aus 6. wird mit dem Vorzeichen aus Lastfall M_{i-k}° , M_{k-i}° und M_{k-m}° multipliziert und ersetzt das Vorzeichen aus Lastfall M_{i-k}° , M_{k-i}° und M_{k-m}° ,
8. das Vorzeichen der Momente M_{i-k} , M_{k-i} und M_{k-m} gibt die tatsächliche Drehrichtung (5.) an.

2.1 Lagerverformungen: Verdreh- und Verschiebungsgrößen sowie Schnittgrößenermittlungen

Beispiel 2.1.1

gegeben:

1-fach statisch unbestimmtes System



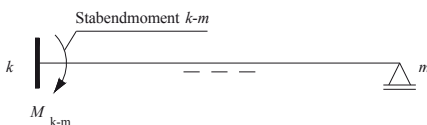
$$EI = 3.507 \text{ knm}^2$$

gesucht:

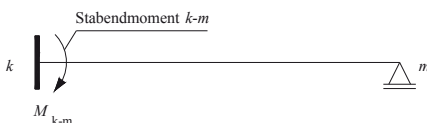
Lagerhebung m für $M_{k-m} = 0$, Auflagerreaktionen, Momentenverlauf

Lösung:

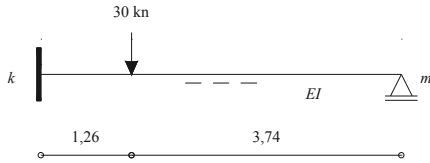
M_{k-m}° ist bestimmbar (1. bis 4. entfällt)



5. M_{k-m} in negative Richtung, bezogen auf die FBL, antragen (FBL wird gedrückt, siehe Erläuterung)



6. Stabendmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{k-m}$ ist positiv



$$M_{k-m} = M_{k-m}^{\circ} + EI \frac{3\phi_K + 3v_{m-k}}{L_{m-k}}$$

$$M_{k-m}^{\circ} = -\frac{1 - \left(\frac{b}{L}\right)^2}{2} \cdot b \cdot P = -\frac{1 - \left(\frac{3,74}{5}\right)^2}{2} \cdot 3,74 \cdot 30 = -24,71 \text{ knm}$$

Minus (-24,71) · Plus (6.) = Minus (7.) $\rightarrow M_{k-m}^{\circ} = -24,71 \text{ knm}$

Knotendrehwinkel $\phi_k = \phi_{(x=0)} = 0$

Stabdrehwinkel $v_{k-m} = 0$

$$M_{k-m} = -24,71 + EI \frac{3 \cdot 0 + 3 \cdot 0}{5} = -24,71 \text{ knm}$$



8. negatives Vorzeichen (-24,71 knm) $\rightarrow$ Änderung der Drehrichtung (5.)

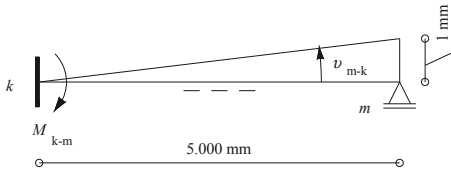
6. Stabmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{k-m} = -24,71 \text{ knm}$



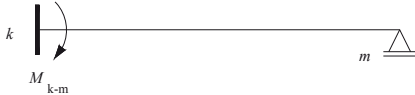
Momentenverlauf

Annahme:

m wird 1 mm angehoben



5. M_{k-m} in negative Richtung, bezogen auf die FBL, antragen



6. Stabendmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{k-m}$ ist positiv

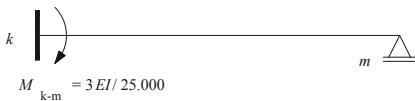
$$M_{k-m} = M_{k-m}^{\circ} + EI \frac{3\phi_k + 3v_{m-k}}{L_{m-k}}$$

$$M_{k-m}^{\circ} = 0$$

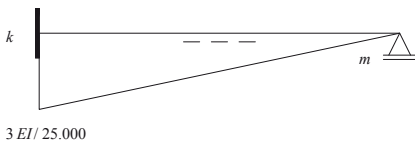
$$\text{Knotendrehwinkel } \phi_k = \phi_{(x=0)} = 0$$

$$\text{Stabdrehwinkel } v_{m-k} = \frac{1 \text{ mm}}{5.000 \text{ mm}} \quad (v \text{ ist positiv, wenn gegen Uhrzeigersinn drehend})$$

$$M_{k-m} = 0 + EI \left(\frac{3 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{1}{5.000}}{5} \right) = \frac{3EI}{25.000} [\text{knm}]$$



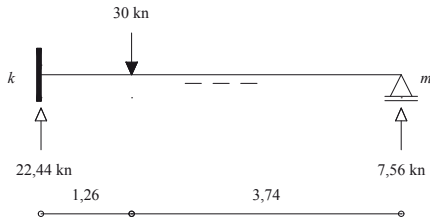
8. positives Vorzeichen $(3EI/25.000) \rightarrow$ keine Änderung der Drehrichtung
6. Stabendmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{k-m}$ ist positiv



Momentenverlauf

$$\frac{1 \text{ mm}}{\left(\frac{3EI}{25.000}\right) [\text{knm}]} = \frac{x [\text{mm}]}{24,71 \text{ knm}} \rightarrow x = \frac{205.917}{EI} [\text{mm}]$$

Für $M_{k-m} = 0$ muss $m = \frac{205.917}{3.507} = 58,71 \text{ mm}$ angehoben werden



Auflagerreaktionen

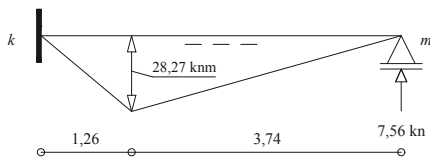
$$M_{k-m} = 0 \rightarrow m \cdot 5 \text{ m} - 30 \text{ kn} \cdot 1,26$$

$$m = 0 \rightarrow m = 7,56 \text{ kn}$$

$$k_{(V)} = 30 \text{ kn} - 7,56 \text{ kn} = 22,44 \text{ kn}$$

$$k_{(H)} = 0$$

$$k_{(M)} = 0$$



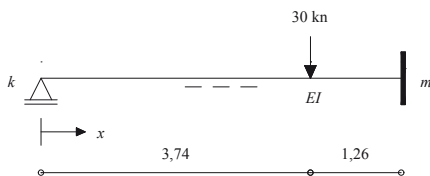
Momentenverlauf

$$M_{(x=1,26)} = 7,56 \text{ kn} \cdot 3,74 \text{ m} = 28,27 \text{ knm}$$

Beispiel 2.1.2

gegeben:

1-fach statisch unbestimmtes System



gesucht:

Lagerhebung k für $M_{(x=3,74)} = 0$, Auflagerreaktionen, Momentenverlauf

Lösung:

5. M_{m-k} in negative Richtung, bezogen auf die FBL, antragen
6. Stabendmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{m-k}$ ist negativ

$$M_{m-k} = M_{m-k}^{\circ} + EI \frac{3\phi_m + 3v_{m-k}}{L_{m-k}}$$

$$M_{m-k}^{\circ} = -\frac{1 - \left(\frac{b}{L}\right)^2}{2} \cdot b \cdot P = -\frac{1 - \left(\frac{3,74}{5}\right)^2}{2} \cdot 3,74 \cdot 30 = -24,71 \text{ knm}$$

Minus $(-24,71) \cdot$ Minus (6.) = Plus (7.) $\rightarrow M_{m-k}^{\circ} = 24,71 \text{ knm}$

$$\phi_m = \phi_{(x=5)} = 0$$

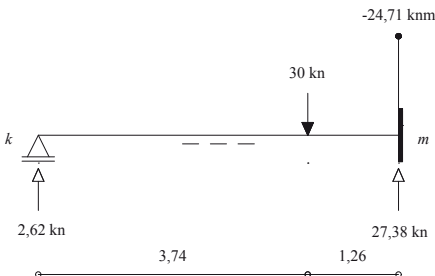
$$v_{m-k} = 0$$

$$M_{m-k} = 24,71 + EI \frac{3 \cdot 0 + 3 \cdot 0}{5} = 24,71 \text{ knm}$$

positives Vorzeichen $\rightarrow$ keine Änderung der Drehrichtung



6. Stabendmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{m-k} = -24,71 \text{ knm}$

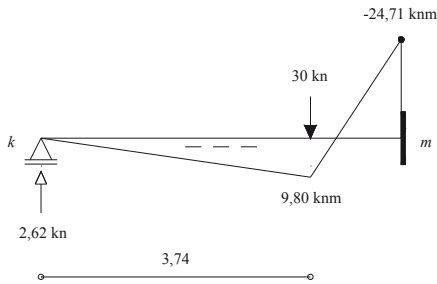


Auflagerreaktionen

$$M_{m-k} = -24,71 \text{ knm} \rightarrow k \cdot 5 \text{ m} - 30 \text{ kn} \cdot 1,26 \text{ m} = -24,71 \text{ knm}$$

$$k = 2,62 \text{ kn}$$

$$m_{(V)} = 30 \text{ kn} - 2,62 \text{ kn} = 27,38 \text{ kn}$$

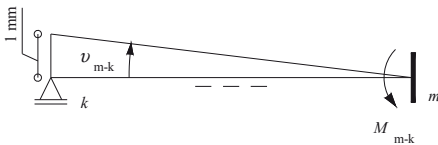


Momentenverlauf

$$M_{(x=3,74)} = 2,62 \text{ kN} \cdot 3,74 \text{ m} = 9,80 \text{ kNm}$$

Annahme:

k wird 1 mm angehoben



5. M_{m-k} in negative Richtung, bezogen auf die FBL, antragen
6. Stabendmomente sind positiv, wenn in Uhrzeigersinn drehend $\rightarrow M_{m-k}$ ist negativ

$$M_{m-k} = M_{m-k}^{\circ} + EI \frac{3\phi_m + 3v_{m-k}}{L_{m-k}}$$

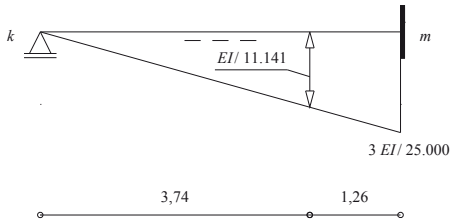
$$M_{m-k}^{\circ} = 0$$

$$\phi_m = 0$$

$$v_{m-k} = -\frac{1 \text{ mm}}{5.000 \text{ mm}} \quad (v \text{ ist positiv, wenn gegen Uhrzeigersinn drehend})$$

$$M_{m-k} = 0 + EI \left(\frac{3 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{-1}{5.000}}{5} \right) = \frac{-3EI}{25.000}$$





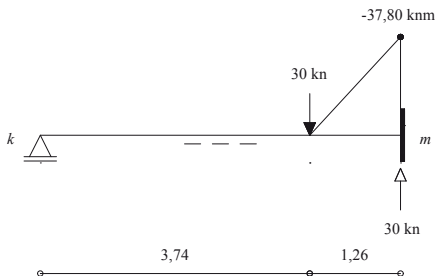
$$M_{m-k} = \frac{3EI}{25.000} [\text{knm}]$$

$$M_{(x=3,74)} \rightarrow \frac{\frac{3EI}{25.000} [\text{knm}]}{5 \text{ m}} = \frac{M_{(x=3,74)}}{3,74 \text{ m}} \rightarrow M_{(x=3,74)} = \frac{EI}{11.141} [\text{knm}]$$

→ es ist eine Lagerabsenkung nötig, um ein negatives Moment an der Stelle $x=3,74$ zu erzeugen

$$\frac{1 \text{ mm}}{\left(\frac{EI}{11.141}\right)} = \frac{x [\text{mm}]}{9,80 \text{ knm}} \rightarrow x = \frac{109.182}{EI}$$

für $M_{(x=3,74)} = 0$ muss $k = \frac{109.182}{EI}$ abgesenkt werden



Auflagerreaktionen und Momentenverlauf

$$M_{(x=3,74)} = 0 \rightarrow k = 0$$

$$m(v) = 30 \text{ kn}$$

$$M_{m-k} = -30 \text{ kn} \cdot 1,26 \text{ m} = -37,80 \text{ knm}$$

Das Kraft- und Weggrößenverfahren in Beispielen

Friedrich, M.

2013, VII, 151 S. 351 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-01233-5