

Kapitel 2

Interaktive Whiteboards

Kapitelinhalt

Marcus RAMSTEINER:
Interaktive Whiteboards verändern das Schulleben..... 41

Andrea SCHELLMANN & Maria EIRICH:
Interaktive Whiteboards und Netbooks im Mathematikunterricht:
Ideen und Anwendungen aus der Praxis..... 43

Julian KÖNIG:
SMART MathTools: Wie die Mathematik ins Whiteboard kommt..... 53

Markus RUPPERT:
Algodoo am interaktiven Whiteboard und am Tablet-PC 64

Interaktive Whiteboards verändern das Schulleben

Ungläubiges Staunen – mit diesen Worten lässt sich am ehesten beschreiben, wie Eltern an einem Informationsabend reagieren, wenn sie erstmals ein interaktives Whiteboard in Aktion sehen. »Da würde ich auch gerne in die Schule gehen«, »Wenn es das zu meiner Zeit schon gegeben hätte, hätte ich auch mehr verstanden« und ähnliches mehr ist zu hören. Ähnlich positiv die Reaktion der Kinder. Und wie gehen die Lehrerinnen und Lehrer an einer Schule, an der es nahezu keine normale »grüne Tafel« mehr gibt, mit dem Phänomen um? Sehen die Sache naturgemäß etwas differenzierter. Wie leicht ist die Bedienung der Boards zu erlernen? Was bringen sie an Mehrwert für den Unterricht? Wo liegen die Schwierigkeiten im Umgang mit dem Board?

Seit Einführung der *ActivBoards* der Firma *Promethean* an der Realschule Höchberg im Jahr 2009 ersetzen die mittlerweile 27 Boards (mit Seitentafeln, die ohne Elektronik mit Stiften beschriftet werden können) die herkömmlichen Kreidetafeln in nahezu allen Klassenzimmern und Fachräumen.

Nach entsprechender Einweisung und dem Überwinden der anfänglichen Hemmschwelle ist zumindest die Nutzung als normale Tafel ohne Probleme und größeren Aufwand schnell möglich. Auch wenn die prinzipiellen Möglichkeiten des Boards damit zunächst nur wenig genutzt werden, ist beispielsweise das Speichern eines unvollständigen Tafelbilds, an das in der Folgestunde problemlos angeknüpft werden kann, ein großer Pluspunkt.

Und man bekommt Lust auf mehr. So sind insbesondere zu Beginn des Unterrichts interessante Einstiege wie kleine Filme, Bilder oder die Darstellung von Sachsituationen sehr leicht möglich, ohne erst langwierig Geräte aufbauen zu müssen. Gerade im Mathematikunterricht können Diagramme, der Einsatz diverser Geometrieprogramme oder Animationen (z. B. zum Flächeninhalt von Figuren), die in guter Qualität präsentiert werden, der Ausgangspunkt für einen spannenden und handlungsorientierten Unterricht sein. Auch die Verlage entdecken diese Möglichkeiten immer mehr und bieten sehr alltagstaugliche Software an. Und der Anschluss ans Internet eröffnet zahlreiche Möglichkeiten, eine an den Schülern orientierte Problematisierung mathematischer Inhalte zu realisieren.

Dennoch muss der Einsatz der interaktiven Boards deutlich darüber hinausgehen, nur zu Stundenbeginn einen schülergemäßen Einstieg »zu zaubern«. Natürlich können Geometrieprogramme auch in der Erarbeitungsphase wertvolle Dienste leisten, weil das Plus an Veranschaulichung ein leichteres Verstehen ermöglicht. Und schnelle Erklärungen mit Hilfe der zahlreichen, ohne Aufwand herzustellenden geometrischen Figuren, geraden Linien usw. ermöglichen ein rasches Beantworten so mancher Schülerfrage anhand einer qualitativ hochwertigen Skizze. Die Möglichkeit, zum Beispiel Konstruktionen (anders als bei der normalen Tafel) im Nachhinein nochmals schrittweise ablaufen zu lassen, führt ebenso zu einem besseren Verständnis auf Schülerseite.

Besonders wertvoll wird das Board aber vor allem dann, wenn durch seinen Einsatz auch methodisch andere Wege im Unterricht beschritten werden können. Durch den Einsatz einer Kamera als Peripheriegerät, die ein Objekt mit großer Qualität auf den Bildschirm abbildet, eröffnen sich beispielsweise bei der Besprechung von schülerorientierten Unterrichtsformen wie Partner- oder Gruppenarbeiten völlig neue Möglichkeiten. Die Visualisierung der Ergebnisse dieser Arbeitsformen erfolgt ohne Aufwand in Sekundenschnelle in voller Größe auf dem Board, z. B. kann ein Schüler – als Sprecher einer Gruppe – seine Gedanken für alle gut sichtbar vor der ganzen Klasse präsentieren. Ähnlich leicht können auch die Hausaufgaben durch die Projektion eines Schülerheftes besprochen werden, die Lehrkraft kann für alle gut sichtbar Kommentierungen anbringen oder Fehler deutlich kennzeichnen. Und auch in der Phase der Vertiefung motivieren schülergemäße Sicherungsformen die Schüler, den Lernstoff weiter zu durchdenken: Verschiedene Spielformen zur Sicherung der Lernziele wie Zuordnungs- und Verschiebeaufgaben u. ä. kennen die Schüler aus ihrer Freizeit.

Wo viel Licht ist, ist natürlich auch Schatten. Bei den *ActivBoards* äußert sich dieser in verschiedenen Formen: Wie bei anderen Computern auch spielt einem die Technik gelegentlich einen Streich, der Stift muss manchmal kalibriert werden und die Tatsache, dass die gezeichnete Linie nahezu immer etwas neben dem Auflagepunkt des Stiftes liegt, macht beispielsweise die genaue Konstruktion einer Tangente nahezu unmöglich. Überhaupt stößt das Board bei Verwendung des digitalen Zirkels oder Geodreiecks durch die fehlende Genauigkeit sehr schnell an seine Grenzen. Außerdem fällt es Schülern nach den bisherigen Erfahrungen deutlich leichter, den Umgang mit einem realen Zeichengerät zu erlernen, wenn auch der Lehrer mit einem solchen arbeitet. Auch das Fehlen bestimmter mathematischer Symbole in der Software zeigt, dass hier durchaus noch Entwicklungspotenzial vorhanden ist.

Insgesamt bleibt aber festzuhalten, dass die *ActivBoards* aufgrund ihrer vielfältigen Einsatzmöglichkeiten einen zeitgemäßen und lebendigen Unterricht stark unterstützen und deshalb in allen Fächern mit großer Selbstverständlichkeit eingesetzt werden. Die Verwendung der Boards hat dabei nicht nur kurzfristig einen äußerst motivierenden Effekt auf die Schüler. Vielmehr erzeugen die guten Veranschaulichungsmöglichkeiten, die motivierende Gestaltung der Übungsphasen, vor allem aber die Unterstützung eines methodisch abwechslungsreichen, weil handlungsorientierten Unterrichts einen großen Mehrwert für Lehrkräfte und Schüler, der weit über das erste kurzzeitige Staunen hinaus anhält.

Marcus RAMSTEINER
(Schulleiter der Realschule Höchberg)

Interaktive Whiteboards und Netbooks im Mathematikunterricht: Ideen und Anwendungen aus der Praxis

Zusammenfassung: Kann man ein interaktives Whiteboard nicht nur gelegentlich, sondern in jeder Unterrichtsstunde nutzen, wird es schnell zu einem selbstverständlichen Medium im Unterricht. Bald wird man die Frage ›grün oder weiß?‹ mit einem ganz klaren ›weiß!‹ beantworten. Denn die digitalen Tafeln bieten eine Fülle von Möglichkeiten, den Unterricht interessanter, interaktiver und damit vermutlich auch effektiver zu machen. Viele weitere Szenarien ergeben sich durch den zusätzlichen Einsatz von Netbooks.

Naheliegender ist die Nutzung eines interaktiven Whiteboards als Tafel und Projektionsfläche. Schon hier bietet die digitale Tafel einen hohen Mehrwert wie sich an zahlreichen Beispielen zeigen lässt. Es ergeben sich neue Konzepte für Gruppen- und Freiarbeitsphasen, vor allem in Verbindung mit Netbooks. Auch bei der Verwendung von *GeoGebra* im Unterricht ermöglicht das interaktive Whiteboard eine noch effektivere Nutzung.

Besondere Rahmenbedingungen

Ist die Verwendung interaktiver Whiteboards im Unterricht didaktisch sinnvoll oder nur Spielerei? Bieten die neuen Tafeln tatsächlich einen Mehrwert oder gaukeln sie nur modernen Unterricht vor? Sind sie die Zukunft oder schon wieder überholt? Nicht nur in den Kollegien, auch in den Medien werden diese Fragen rege diskutiert.

Nach mehreren Jahren Erfahrung mit einem *SMART Board* möchten wir dieses zusätzliche Medium nicht mehr missen. Ein Grund für die positive Bilanz sind die besonderen Rahmenbedingungen an unserer Schule. Am Regiomontanus-Gymnasium in Haßfurt wird das sogenannte *Klassenzimmerkonzept* praktiziert: Die Klassenzimmer sind nicht den Klassen, sondern den Lehrern zugeordnet, d. h. man hält nahezu alle Stunden im gleichen Raum. Dadurch stehen uns die beiden *SMART Boards*, die wir durch viel Eigeninitiative und Unterstützung durch die Schulleitung anschaffen konnten, in allen Mathematikstunden zur Verfügung.

Im Folgenden werden wir einige Beispiele vorstellen, wie man schnell und leicht eine interaktive Tafel alleine und in Verbindung mit Netbooks im Mathematikunterricht einsetzen kann. Dabei haben wir vor allem Anwendungen ausgewählt, bei denen wir das *SMART Board* nicht nur rein lehrerzentriert verwenden, sondern es auch aktiv von Schülern genutzt wird.

Interaktive Whiteboards – mehr als Tafel und Projektionsfläche

Interaktive Whiteboards vereinen die Vorzüge der konventionellen Medien Tafel und Overheadfolie mit denen von Beamer und PC und bieten so zahlreiche neue Möglichkeiten, den Mathematikunterricht interessanter und vielleicht auch erfolgreicher zu machen. Ein klein wenig Einarbeitungszeit reicht aus, um bereits vorhandene Unterrichtsideen und -methoden mit einer elektronischen Tafel umzusetzen und deren wohl größten Mehrwert, die Interaktivität, zu nutzen.

Die naheliegendste Nutzung eines interaktiven Whiteboards liegt im Erstellen von Tafelbildern mit der Whiteboard-Software, wobei sich viele Vorteile gegenüber dem Einsatz einer klassischen Tafel zeigen. So können die Tafelbilder ganz oder teilweise zu Hause erstellt werden und stehen dauerhaft zur Verfügung, in eingefügten Grafiken oder Aufgabentexten kann Wesentliches optisch hervorgehoben werden, Herleitungsschritte können beliebig oft rückgängig gemacht oder wiederhergestellt werden u. v. m.

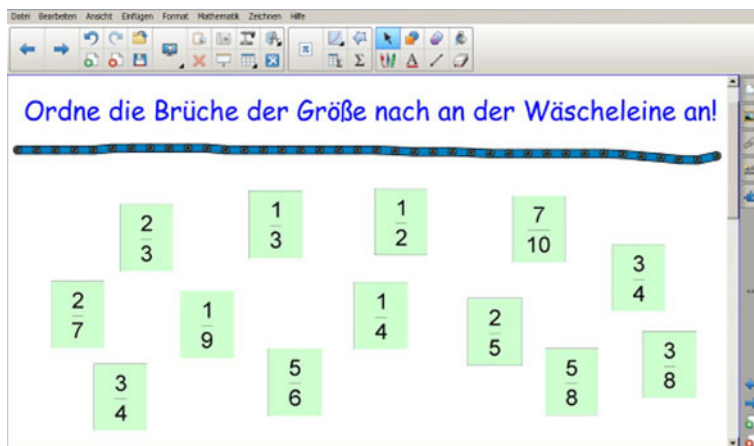


Abb. 1: Interaktives Tafelbild zum Ordnen von Brüchen

Ein besonderer Vorzug ist die Dynamik der Objekte auf der Tafel. Grafiken oder geschriebener Text lassen sich beliebig auf der Schreibfläche verschieben. Der Mehrwert zeigt sich beispielsweise bei der Übung zum Ordnen von Brüchen in der sechsten Jahrgangsstufe (Abb. 1). Mehrere ›Kärtchen‹ mit Brüchen sollen der Größe nach geordnet an einer ›Leine‹ aufgereiht werden. Man kann die Kärtchen dazu direkt an die Wäscheleine ziehen oder zunächst nach unten in die freie Fläche und die Brüche dort z. B. erweitern, um sie besser vergleichen zu können. Die Aufgabe eignet sich zur gemeinsamen Erarbeitung im Unterrichtsgespräch genauso wie zur Ergebnissicherung nach einer Freiarbeitsphase, in der je zwei Schüler die Brüche

ordnen und im Anschluss daran Schülerpaare je einen Bruch an die Wäscheleine ziehen, wobei sie die Position begründen.

Als große Bereicherung für unseren Mathematikunterricht hat sich die Arbeit mit *GeoGebra* am *SMART Board* erwiesen. In fertigen Applets kann man beispielsweise Schieberegler bedienen oder Punkte auf Kurven verschieben – und zwar nicht versteckt mit der Maus am PC, sondern für alle sichtbar mit dem Finger direkt an der digitalen Tafel. Die Bedienung des Programms am *SMART Board* erleichtert auch das Erstellen einfacher *GeoGebra*-Applets direkt im Unterricht. Dies ist beispielsweise dann von großem Vorteil, wenn man den Schülern die Funktionen des Programms demonstrieren möchte. Zudem kann man in die Zeichnung hineinschreiben und so z. B. zusätzliche Erklärungen, die sich aus dem Unterrichtsgespräch ergeben, schnell und gut sichtbar handschriftlich ergänzen.

Derzeit gibt es am *SMART Board* zwei Möglichkeiten in *GeoGebra* zu schreiben: die *transparente Ebene* und der *transparente Hintergrund* (vgl. KÖNIG, S. 54 in diesem Band). Von zukünftigen *GeoGebra*-Versionen soll – nach Angaben der Entwickler – die *SMART Notebook* Software direkt unterstützt werden. Es sollen u. a. die automatische Umschaltung zwischen Stift-, Finger- und Schwamm-Funktionalität, die Nutzung der eingestellten *SMART* Stiftfarbe als Farbe für den *GeoGebra*-Stift und die Optimierung der Benutzeroberfläche für die Fingerbedienung implementiert werden. Damit wäre das *SMART Board* bislang das einzige interaktive Whiteboard, das von *GeoGebra* unterstützt wird.



Abb. 2: Schüler lösen gemeinsam ein Memo-Quiz



Bei unseren Schülern besonders beliebt ist der Einsatz von interaktiven Übungen und Lernspielen, die mal als Station in einem Lernzirkel, mal zur Differenzierung in Übungsphasen oder auch als Grundwissensübung in einer Vertretungsstunde eingesetzt werden (Abb. 2). Obwohl sich Quiz, Zuziehübungen und Ähnliches auch mit der *SMART Notebook* Software erstellen lassen, nutzen wir aus Zeitgründen

meist die Ressourcen des Internets. Eine große Sammlung an geeigneten Links findet sich bei *mathematik-digital.de*.

Die zum *SMART Board* passende Software *SMART Notebook* kann auch Schülern zur Verfügung gestellt werden. Sie können sie so als Präsentationssoftware nach einer Gruppenarbeit oder bei Projekten nutzen. Im Rahmen einer Facharbeit diene sie einem Leistungskursschüler als Basis für Demo-Seiten zum Thema Vektoren (Abb. 3).

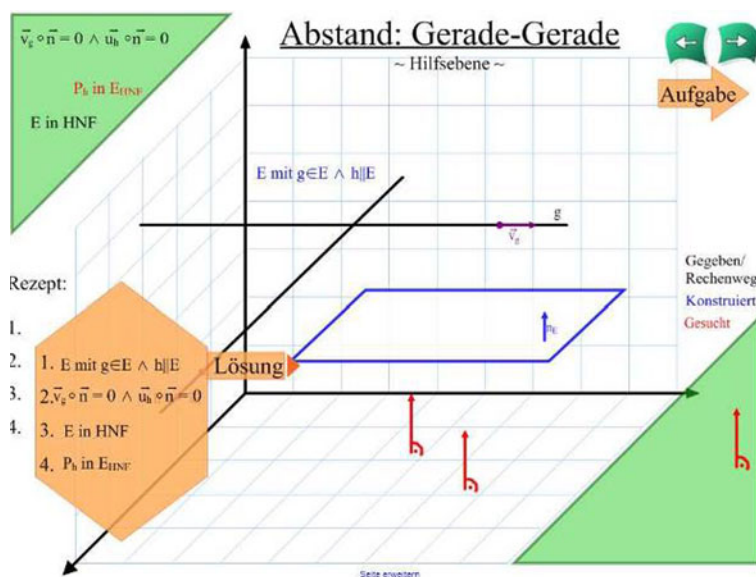


Abb. 3: *SMART Notebook* – Folie aus einer Facharbeit

Nicht mehr missen möchten wir die Dokumentenkamera, die über *SMART Notebook* bedient werden kann. Mit ihr lassen sich schriftliche Schülerbeiträge, Arbeitsblätter, Demonstrationsobjekte u. v. m. am Whiteboard darstellen und mit Anmerkungen oder Hervorhebungen versehen. Neben dem unkomplizierten Einbinden von z. B. Hausaufgabenlösungen im Schülerheft (Abb. 4) bringt vor allem das Einblenden der aktuellen Schulbuchseite einen entscheidenden Mehrwert. Die besprochenen Aufgaben, Grafiken oder Herleitungen können visualisiert und kommentiert werden, wesentliche Inhalte können durch Unterstreichungen und Textmarker hervorgehoben werden.

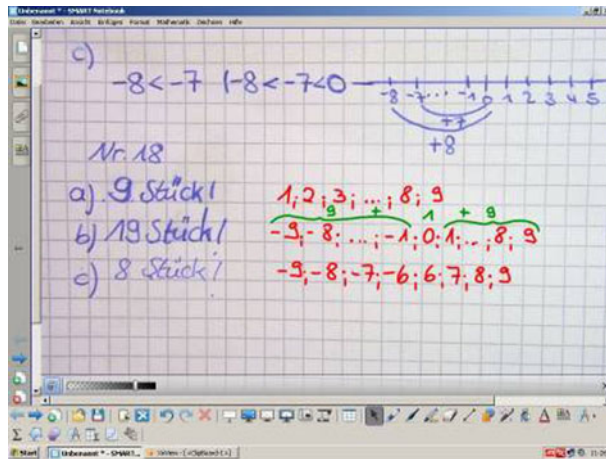


Abb. 4: Hausaufgabe mittels Dokumentenkamera eingebildet und kommentiert

Das interaktive Whiteboard im Klassenzimmer bringt spannende neue Möglichkeiten mit sich, hat aber auch zwei entscheidende Nachteile. Es ist abhängig vom PC, der nicht immer einwandfrei funktioniert. Es kann also durchaus vorkommen, dass die perfekt geplante multimediale Unterrichtsstunde aufgrund technischer Probleme nicht gehalten werden kann. Gut, wenn dann noch die Kreidetafel im Klassenzimmer steht. Diese bietet aber noch einen weiteren Vorteil: Die Schreibfläche ist gegenüber der interaktiven Tafel viel größer. Da unser Whiteboard relativ klein ist, nutzen wir häufig parallel dazu die Kreidetafel, beispielsweise um am *SMART Board* mit *GeoGebra* zu arbeiten und an der Tafel zu rechnen (Abb. 5).

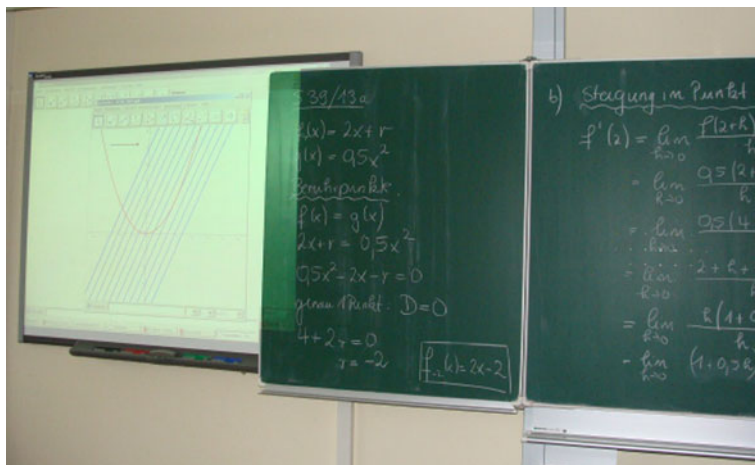


Abb. 5: Parallele Nutzung von Kreidetafel und interaktivem Whiteboard



Abb. 6: *Classmate PCs* drehbarer Touchscreen; Aufbewahrung & Transport; Einsatz

Interaktives Whiteboard und Netbooks – eine interessante Verbindung

- ☐ Derzeit gibt es an unserer Schule vier Kisten mit je acht *Classmate PCs* (Abb. 6). Die von *Intel* speziell für die Nutzung im Schulunterricht entwickelten Netbooks sind robust, stoßfest und spritzwassergeschützt, sodass sie die unterschiedlichsten Unterrichtsszenarien (auch im Freien) heil überstehen. Besonders benutzerfreundlich ist der drehbare Touchscreen-Bildschirm, mit dem man das Netbook zu einem Tablet-PC verwandeln kann. Die *Classmate PCs* an unserer Schule sind aus der dritten und vierten Generation und haben als Betriebssystem *Windows XP*. Es sind zahlreiche frei verfügbare Programme aufgespielt. Im Mathematikunterricht kommen im Wesentlichen *GeoGebra* und ausgewählte Internetseiten zum Einsatz.

Die Verwendung der Netbooks im Unterricht ist so einfach wie die Nutzung eines Computerraums: Man bucht online die erforderliche Anzahl an Netbook-Sets, holt sie selbst oder mit Hilfe von Schülern am Lagerplatz ab und bringt sie ins Klassenzimmer. Falls ein Internetzugang benötigt wird, schließt man den WLAN-Router an der LAN-Dose des Klassenzimmers (die bei uns in nahezu allen Räumen vorhanden ist) an. Meist nutzen zwei Schüler ein Netbook gemeinsam. Wir haben die Erfahrung gemacht, dass dadurch ein intensiver fachlicher Austausch untereinander stattfindet. Daten werden üblicherweise auf einem Stick gespeichert, ein Sichern auf dem Netbook ist nicht vorgesehen. Nahezu alle Einstellungen werden beim Herunterfahren rückgängig gemacht, sodass der Wartungsaufwand gering ausfällt. Eine Kontrolle der Internetinhalte durch spezielle Software gibt es bei uns nicht und ist unserer Meinung nach auch nicht zwingend nötig. Wir setzen stattdessen auf die Aufmerksamkeit der Kollegen, was bisher sehr gut funktioniert hat.

Der Einsatz von Netbooks kann den Mathematikunterricht auf vielfältige Art bereichern. Durch ihre geringe Größe (8,9" bzw. 10,1"-Monitor) passen sie problemlos neben Heft und Buch auf die Bank. Sie können so wie ein Taschenrechner jederzeit genutzt werden, sind aber nicht wie der Computer im Computerraum zwangsläufig

das Zentrum der Aktivität.

In Verbindung mit den Netbooks erfüllt das interaktive Whiteboard je nach Unterrichtsszenario verschiedene Funktionen. Man kann dort die Aufgabenstellung einblenden, den Umgang mit *GeoGebra* oder einer interaktiven Übung demonstrieren oder die Ergebnisse der Schüler präsentieren. Auf die mögliche direkte Verknüpfung der Netbooks mit dem *SMART Board* haben wir bislang verzichtet. Schüler haben ihre Lösung angeschrieben oder per USB-Stick auf den Lehrerrechner übertragen. In Kürze soll ein *Projector Server* eine Vereinfachung bringen. Per WLAN können dann die Schülerbeiträge an den Beamer übermittelt und am interaktiven Whiteboard dargestellt werden.

***SMART Board* und *Classmate PCs* im Zusammenspiel**

Beispiel I – Übungsstunde zur Analysis: In einer Übungsstunde zum Thema *Wendepunkte* in der 12. Jahrgangsstufe erhalten die Schüler den Auftrag, Aufgaben zur Bestimmung der Wendepunkte, Extremstellen und des Krümmungsverhaltens von Funktionen mit Hilfe von *GeoGebra* zu lösen. Die Aufgaben werden mit der Dokumentenkamera aus dem Schulbuch an das *SMART Board* projiziert. Die Schüler erarbeiten paarweise die Lösungen, die sie dann am Whiteboard präsentieren (Abb. 7). Dazu können sie entweder ihre handschriftliche Lösung mit der Dokumentenkamera einblenden oder ein fertiges *GeoGebra*-Applet verwenden, in das sie ihre Lösung eintragen. In beiden Fällen können bei Bedarf Ergänzungen oder Verbesserungen an der digitalen Tafel vorgenommen werden.

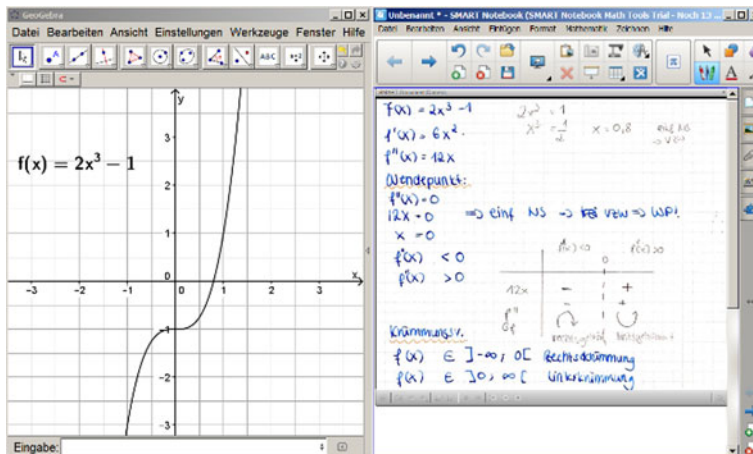


Abb. 7: Präsentation einer Schülerlösung nach einer Freiarbeit mit Nutzung von *GeoGebra*, Netbooks und *SMART Board*

Beispiel II – Lernpfad: Zur Erarbeitung des Integralbegriffs bearbeiten die Schüler den Lernpfad »Einführung in die Integralrechnung«. Zur Ergebnissicherung wird der Lernpfad am Whiteboard eingeblendet und es werden gemeinsam die wesentlichen Inhalte wiederholt (vgl. auch Kapitel »Lernplattformen«, S. 77).

Beispiel III – Gruppenarbeit in der Geometrie: Nachdem die wichtigsten Grundlagen beim Konstruieren mit *GeoGebra* am interaktiven Whiteboard demonstriert wurden, konstruieren die Schüler in Gruppenarbeit mit dem Programm Dreiecke aus gegebenen Größen. Die einzelnen Gruppen präsentieren ihre Konstruktionen am *SMART Board*.

Zusammenfassung und Ausblick

Ein interaktives Whiteboard vereint viele Medien in sich. Dadurch werden die bisher verwendeten Medien zum Teil ersetzt, zum Teil gewinnbringend ergänzt. Je mehr Übung und Erfahrung man mit einem interaktiven Whiteboard hat, desto mehr Mut hat man, Neues damit auszuprobieren und desto vielfältiger sind die Ideen, wie man mit der digitalen Tafel den Unterricht bereichern kann. Auch nach mehreren Jahren Erfahrung mit unseren *SMART Boards* ergeben sich ständig neue Möglichkeiten, die Mathematik noch anschaulicher zu vermitteln und den Unterricht ansprechender zu gestalten.

Netbooks sind kleine praktische Werkzeuge, die den Lernprozess sinnvoll unterstützen können. Die Kombination von interaktivem Whiteboard und Netbooks erleichtert die anschauliche Wissensvermittlung und das interaktive Lernen und Lehren.

Wir können und wollen die Frage, wie der Mathematikunterricht der Zukunft aussehen wird, nicht beantworten. Welchen Stellenwert werden die klassischen Medien wie Tafel und Buch in einigen Jahren haben? Setzen sich die momentanen technischen Innovationen, wie interaktive Whiteboards, an den Schulen durch? Arbeiten die Schüler bald mit ihren eigenen digitalen Endgeräten wie z. B. Smartphones statt mit schuleigenen Netbooks? Zurzeit genießen wir die Möglichkeiten, die sich uns durch die Kombination aus Kreidetafel, Schulbuch, interaktivem Whiteboard und Netbooks im Unterricht bieten. Wir sind überzeugt, dass der größte Mehrwert in einer parallelen Nutzung der verschiedenen Medien liegt und sind gespannt, welche technischen Neuerungen in den nächsten Jahren noch für uns und unsere Schüler bereit stehen.

Weiterführende Literatur

KOHL, C. (2011): Mein SMART Board. Das Praxishandbuch für den erfolgreichen Einsatz im Unterricht. Erfurt: KIDS interactive.

SCHLIESZEIT, J. (2011): Mit Whiteboards unterrichten. Das neue Medium sinnvoll nutzen. Weilheim: Beltz.

Links

Beitrag »Interaktive Tafeln im Mathematikunterricht« im ZUM-Wiki:
http://wiki.zum.de/Interaktive_Tafeln_im_Mathematik-Unterricht

Deutsches Portal zum *Intel Classmate PC*:
<http://www.classmate-pc.de>

Redaktionell gepflegte Linksammlung zu Lernspielen, Übungen, Quizen und Lernpfade:
<http://www.mathematik-digital.de>

Lernpfad zur Integralrechnung:
http://wiki.zum.de/Mathematik-digital/Einführung_in_die_Integralrechnung

Memo-Quiz im RMG-Wiki:
http://wikis.zum.de/rmg/Jahr_der_Mathematik/Quiz_und_Co

Abbildungsverzeichnis: ◦ Abb. 1: erstellt mit/aus *SMART Notebook* ◦ Abb. 2: fotografiert von den Autorinnen ◦ Abb. 3 und 4: erstellt mit/aus *SMART Notebook* ◦ Abb. 5 und 6: fotografiert von den Autorinnen ◦ Abb. 7: erstellt mit/aus *SMART Notebook & GeoGebra* ◦

SMART Notebook und *SMART MathTools* – Wie die Mathematik ins Whiteboard kommt

Zusammenfassung: Kaum eine Schule, die sich digitalen Whiteboards entziehen kann. Im Praxiseinsatz zeigt sich, dass neben der eigentlichen Hardware des Boards die Software, meist eine komplette Lernumgebung, eine immer wichtigere Rolle spielt. Dieser Artikel beleuchtet einige Einsatzmöglichkeiten der Software *Notebook* und *MathTools* für die weitverbreiteten *SMART Board Interactive Whiteboards*. Dabei werden vor allem universell einsetzbare Werkzeuge wie das Computeralgebrasystem (CAS), die Formelerkennung, der transparente Hintergrund und das integrierte dynamische Geometriesystem (DGS) betrachtet. Trotz oder gerade wegen der zahlreichen Neuerungen treten dabei Probleme auf, die bei anderen Produkten besser gelöst werden.

Die positiven Effekte, aber auch die Probleme werden in einer Umfrage untersucht. Es stellt sich heraus, dass Whiteboards nur unter gewissen Voraussetzungen einen methodischen Mehrwert haben.

Was *SMART Notebook* für die Mathematik tun kann...

Zu jedem Whiteboard der Firma *SMART* wird die Software *Notebook* mitgeliefert. Dass sich die interaktive Tafel als Tafelersatz auch im Mathematikunterricht nutzen lässt, mag hier wenig verwundern. Dabei werden die Whiteboards des kanadischen Herstellers vor große Probleme gestellt, wenn die Sinnbilder des Mathematikunterrichts – Zirkel und Lineal – an ihnen genutzt werden sollen. Jede Berührung eines der Geräte wird von der Software als Eingabe gewertet – ein Umstand, der eine gewöhnliche Tafelanschrift unter Verwendung der physischen Werkzeuge praktisch unmöglich macht. Andere Firmen verwenden eine Technik, bei der nur ein bestimmter Stift erkannt wird. Dieser lässt sich dann in den Zirkel einspannen oder über ein Lineal ziehen. Dafür können die Boards dieser Hersteller zum Teil nicht mit dem Finger gesteuert werden.

In *SMART Notebook* wird dem Mathematiklehrer geholfen, indem die digitale Version eines Geodreiecks, Lineals, Winkelmessers oder Zirkels eingeblendet werden kann (Abb. 1). Wird ein Stift beispielsweise in der Nähe einer Kante des Geodreiecks bewegt, so zeichnet die Software eine gerade Linie entlang dieser Kante. Durch Ziehen lassen sich die Geräte verschieben, drehen oder in ihrer Größe ändern.

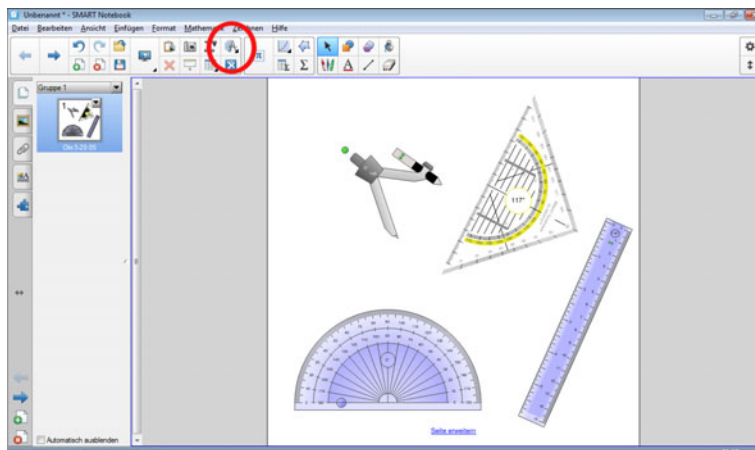


Abb. 1: Die mathematischen Werkzeuge in *SMART-Notebook*

Zu Recht wirft an dieser Stelle jeder Kritiker der interaktiven Whiteboards ein, dass all das ja auch an einer herkömmlichen Tafel möglich ist und dass es dabei nur einiger Kunststoffgeräte anstatt teurer Technik bedarf. Der Mehrwert eines interaktiven Whiteboards entfaltet sich erst bei der gemeinsamen Nutzung des Computers mit den Tafelfunktionen des interaktiven Whiteboards.

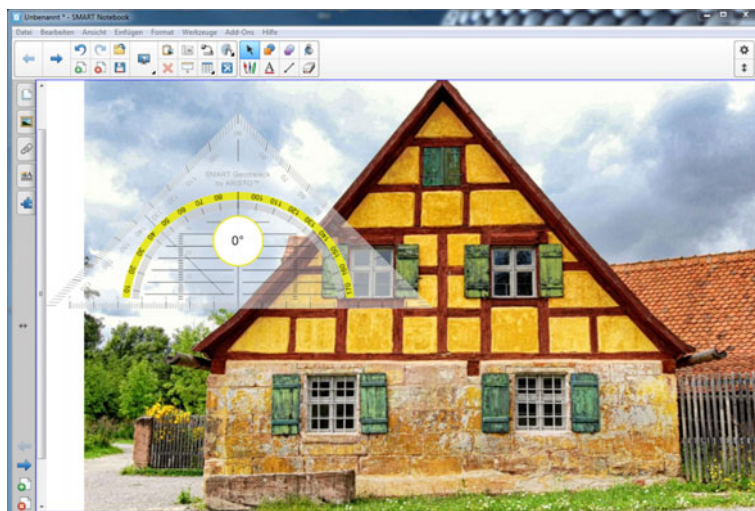


Abb. 2: Die Neigung eines Hausdaches kann mit Hilfe des Geodreiecks direkt aus dem Foto – alternativ auch aus Filmen, Zeichnungen etc. – abgelesen werden.

Hierfür stellt *SMART Notebook* ein sehr universal einsetzbares Instrument zur Verfügung: den *transparenten Hintergrund*. Dieser ermöglicht es, das ganze Fenster so-

wie den Hintergrund der Lernumgebung auszublenden und nur die Objekte auf der Arbeitsfläche anzuzeigen. Diese werden dann *vor* den anderen geöffneten Programmen dargestellt. Eine leere Seite, auf der nur ein Geodreieck platziert wurde, führt im transparenten Modus z. B. zur Darstellung eines Geodreiecks in einem dynamischen Geometrieprogramm wie *GeoGebra* oder *Euklid Dynageo*. Berührt man nun am Board das Geodreieck, so kann dieses wie in der Lernumgebung bewegt und verwendet werden. Tippt man allerdings außerhalb der angezeigten Objekte auf das Board, so wird dadurch wie gewohnt die darunterliegende Software gesteuert.

Den Anwendungsmöglichkeiten sind hier keine Grenzen gesetzt: Ein Geodreieck, das über einem Funktionsplotter verwendet wird, ermöglicht es händisch eine Tangente zu zeichnen; der Winkelmesser, der vor einem Foto oder Video angezeigt wird, hilft bei der Modellierung realer Sachverhalte (vgl. Abb. 2).

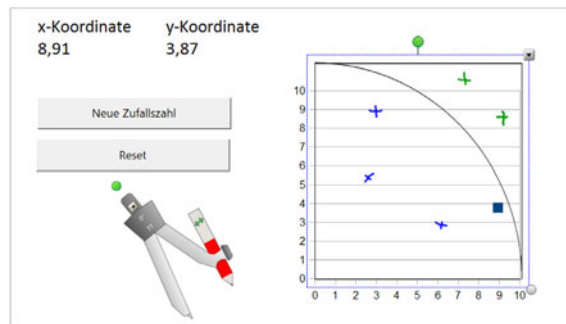


Abb. 3: Verwendung des transparenten Hintergrundes für eine Monte-Carlo-Simulation mit *MS Excel* und *SMART Notebook*

In Abbildung 3 wurde der transparente Hintergrund vor einem Tabellenkalkulationsprogramm ausgeführt. Schülerinnen und Schülern einer achten Klasse erstellten eine Exceldatei, welche zwei Zufallszahlen zwischen 0 und 10 ausgibt. Im Rahmen der Monte-Carlo-Methode zur Bestimmung der Kreiszahl π wurden diese als Koordinaten eines Punktes im Koordinatensystem interpretiert und dargestellt. Mit dem Zirkel aus *SMART Notebook* wurde außerdem ein Viertelkreis in das Diagramm gezeichnet. Erzeugt ein Schüler nun eine neue Zufallszahl mit dem entsprechenden Button, so erscheint diese zunächst im Diagramm. Mit verschiedenen Farben werden die Zahlen innerhalb und außerhalb des Kreises markiert. Kehrt man wieder in die normale Ansicht der Lernsoftware zurück, sieht man dort nur noch den Zirkel, den Viertelkreis sowie die farbigen Markierungen.

Durch dieses Verfahren wird den Schülern ein Brückenschlag geboten zwischen dem verständlichen händischen Zeichnen der Punkte in ein Diagramm und der schnellen, aber schwerer nachvollziehbaren Erstellung mit einem Simulationsprogramm. Soll noch ein Zwischenschritt eingefügt werden, so ist es möglich zunächst fünf Daten-

punkte einzublenden, diese nachzuzeichnen und erst dann die Computersimulation zu starten.

Das große Potential interaktiver Whiteboards liegt auch darin, Bestandteile, die bisher dem Computer vorbehalten waren, mit der Tafel zu kombinieren. Hier sei die Möglichkeit genannt Inhalte zu speichern oder immer wieder zu verwenden und diese dann aber per Hand den aktuellen Gegebenheiten des Unterrichts anzupassen. Ein Beispiel findet sich beim Erlernen der algebraischen Schreibweise für Konstruktionsbeschreibungen oder Beweise. Dazu wurden zunächst verschiedene Bausteine erstellt und abgespeichert. Diese enthalten einmal eine verbal gehaltene Form des Konstruktionsschrittes oder des Objektes und, fest damit verankert, die passende algebraische Schreibweise.



Abb. 4: Bausteine eines Konstruktionsprotokolls

Die bunt gefärbten Platzhalter können mit beliebigen Bezeichnungen gefüllt werden. Dabei werden Platzhalter gleicher Farbe mit derselben Bezeichnung versehen. Die Schüler suchen sich nun aus einer dafür angelegten Datenbank den jeweils passenden Baustein und füllen die Lücken aus. So ergeben sich Schritt für Schritt aus den gespeicherten Bausteinen ein Fließtext sowie die dazu passende algebraische Darstellung.

... und was *SMART MathTools* noch zusätzlich bietet

Die Mathematik stellt schon immer besondere Anforderungen an Software, gerade wenn es um die Darstellung mathematischer Sachverhalte geht. Hier haben sich in den letzten Jahren verschiedenste Systeme entwickelt, wie z. B. die in den modernen Textsatzprogrammen integrierten Formeleditoren oder das zunächst speziell für die Mathematik entwickelte Textsatzsystem \LaTeX .

Leider zählt die Lernumgebung der *SMART Boards* bis jetzt nicht zu diesen mathematischen Werkzeugen. Ein mathematischer Ausdruck kann darin lediglich als Handschrift gespeichert werden, das Umwandlung in maschinengesetzte Zeichen bleibt dem Fließtext vorbehalten. Die einzige Möglichkeit besteht also darin Formeln als Bilder einzufügen.

Mit dem Betriebssystem *Microsoft Windows 7* wurde ein kleines Tool eingeführt, welches hier erstmals Abhilfe schaffen kann. Der *Mathematik-Eingabebereich* ermöglicht es, eine Formel am *SMART Board* zu schreiben und diese als Grafik in die *SMART Notebook* Software einzufügen. Die Formel lässt sich danach jedoch nicht mehr editieren, muss also bei jeder Änderung neu geschrieben werden.

Diesen gravierenden Einschnitt in der Verwendbarkeit im Schulunterricht will die Firma *SMART* mit den *SMART MathTools* schließen: Die Software lässt sich als Demoversion von der Herstellerseite herunterladen. Wer das Paket dauerhaft nutzen möchte, muss zwischen 30 € und 60 € investieren. ⓘ

Eingabemöglichkeiten für Formeln

Geliefert bekommt man dafür eine Erweiterung, der als augenfälligste Neuerung ein Formeleditor im Stile von *MS Word* beigefügt wurde. Er enthält alle wichtigen Zeichen für mathematische Texte sowie einige vorgefertigte Ausdrücke. Trotzdem ist diese Lösung relativ umständlich zu bedienen und ihr Einsatz im Unterricht ist sehr zeitraubend.

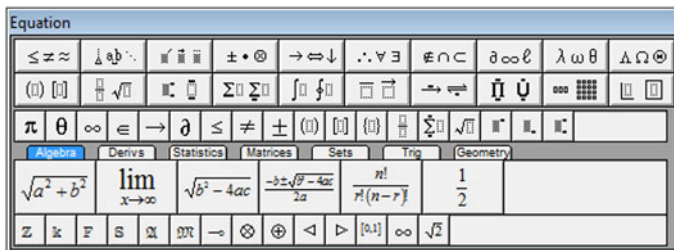


Abb. 5: Das Auswahlmenü des *SMART* Formeleditors

Um hier die Lehrenden zu unterstützen, wurde das Prinzip der Handschriftenerkennung wie bei dem oben genannten *Mathematik-Eingabebereich* weitergedacht. So lässt sich mit *MathTools* ein händisch angeschriebener Ausdruck – eine ordentliche Schreibweise und etwas Übung vorausgesetzt – per Knopfdruck in eine maschinengesetzte Formel überführen:

$$y = \frac{20x^2 + 1}{40x + 2} \longleftrightarrow y = \frac{20x^2 + 1}{40x + 2}$$

Abb. 6: Handschriftenerkennung in Formeln

***SMART MathTools* als Computeralgebrasystem**

Manch einer mag hier einwenden, dass man in den letzten 110 Jahren seit Einführung der Schulwandtafel im Mathematikunterricht ganz gut mit handgeschriebenen Formeln zurecht kam. Das wirklich innovative an der Handschriftenerkennung ist die Möglichkeit, die Formel danach weiterzuverwenden. Dazu stellen die *MathTools* einen Funktionsplotter, sowie ein einfaches CAS zur Verfügung.

Die Formel in Abbildung 6 ergab sich beispielsweise aus einem Projekt, in dem Achtklässler den Schwerpunkt einer Limodose abhängig von ihrer Füllhöhe bestimmen. Die angeschriebene Formel kann mit den neuen Werkzeugen nun auch analysiert werden (vgl. Abb. 7). Dabei müssen die Schüler nicht die komplizierte Syntax eines CAS erlernen, sondern können alle Eingaben handschriftlich machen und werden anwendungsorientiert durch das Programm geführt.

Für eine erste Analyse kann mit einer einfachen Fingerberührung der zur Funktion zugehörige Graph erstellt werden. Interessante Punkte werden dann mit dem Finger am Board markiert und in einer Tabelle ausgegeben. So werden schnell erste Erkenntnisse über den Verlauf des Graphen gewonnen. Eine genauere Untersuchung ist mit dem eingebauten CAS möglich. Es stellt über einen entsprechenden Menüpunkt den Befehl *Extrema suchen* zur Verfügung, welcher nach kurzer Zeit ein Textfeld mit den numerisch bestimmten Extremwerten – auf Wunsch auch mit Nullstellen – ausgibt. Durch die intuitiven Eingabemöglichkeiten wird das *SMART Board* zusammen mit den *SMART MathTools* hier zu einem Werkzeug, durch welches Schüler mathematische Errungenschaften nutzen können, die ihrer Altersstufe sonst vorenthalten blieben.

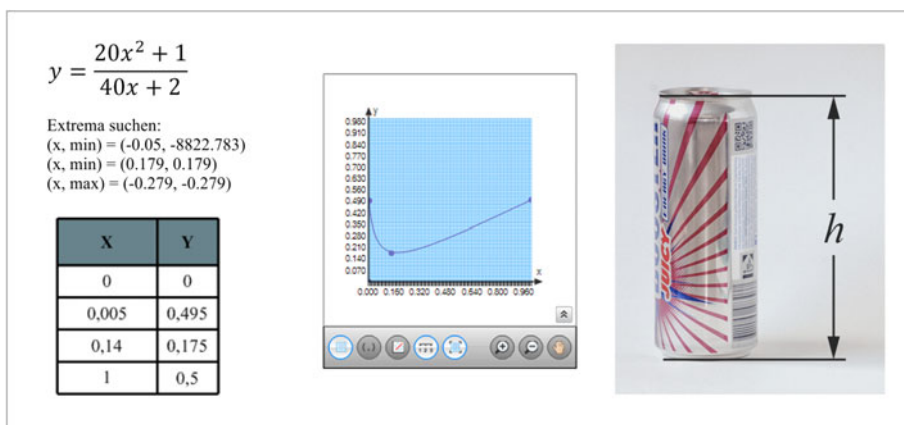


Abb. 7: Die Modellierung des Getränkedosenproblems am *SMART Board*

Dynamische Geometrie am interaktiven Whiteboard

Auch für den Geometrieunterricht wurden Anwendungen mit in das Paket genommen, welche auf den Wunschzetteln praktizierender Lehrkräfte standen. Es lassen sich Anklänge zu bekannten DGS finden. Beispielsweise eine automatische Formenerkennung. Ob es sinnvoll ist, dass ein mit der Hand »geschmiertes« Dreieck durch die Software zu einem makellosen Repräsentanten der geometrischen Form wird, ist insofern strittig, als zu befürchten ist, dass ganze Schülergenerationen dies auch in ihren Unterrichtsaufzeichnungen versuchen.

Unabhängig von der Art der Erstellung einer Figur fehlt in der Basisversion der *SMART Notebook* Software die für den Geometrieunterricht wichtige Möglichkeit zur dynamischen Variation geometrischer Objekte. Verwöhnt von den führenden Geometrieprogrammen forderten viele Anwender auch in dieser Lernumgebung ein DGS. Umgesetzt wird diese Forderung, indem bei der Arbeit mit den *SMART MathTools* die Eckpunkte aller Figuren variabel bleiben. Auf Wunsch werden zusätzlich auch die Innenwinkel und die Seitenlängen von Figuren angezeigt.

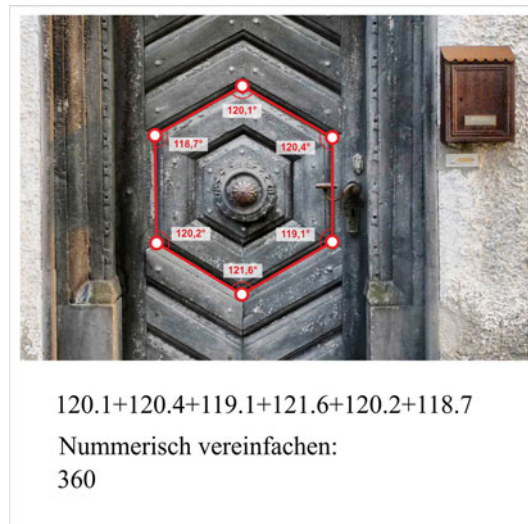


Abb. 8: Dynamische Figuren zum Entdecken des Innenwinkelsatzes

Im Unterrichtsbeispiel von Abbildung 8 galt es, den Innenwinkelsatz für Sechsecke an einem Bild zu entdecken. Dazu wurde, eingekleidet in eine Geschichte, ein Sechseck gezeichnet und an die in der Fotografie vorhandenen Sechsecke angepasst. Die Innenwinkel wurden notiert und im Kopf bzw. durch die *MathTools* addiert. Hier besticht das Programm durch seine auch für junge Schüler einfache Handhabung ebenfalls.

Nicht ganz so universell einsetzbar, jedoch sehr nützlich beim Einführen von Bruchteilen und Brüchen ist die Formunterteilung aus dem *SMART MathTools*-Paket. Diese ermöglicht es, Kreise und Rechtecke in bis zu zwölf kongruente Teile zu zerlegen (Abb. 9). Hierzu stehen, im Gegensatz zum Zerteilen von Papierkreisen oder Rechtecken, die Formen in beliebiger Anzahl augenblicklich zur Verfügung.

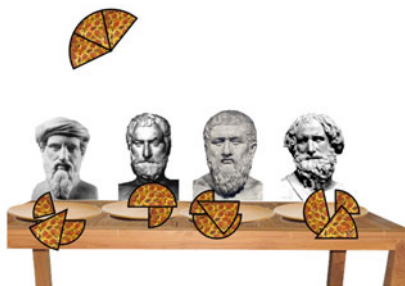


Abb. 9: Das Verteilen von Pizzastücken an vier hungrige Philosophen

Doch kein Wunderwerkzeug – Schwächen der *SMART MathTools*

Gerade im Unterrichtseinsatz werden immer neue Anforderungen an eine Software gestellt. So haben auch die *SMART MathTools* Schwächen, die man vor einem Einsatz im Unterricht kennen sollte.

Zunächst sei da die Entwicklung des CAS genannt. Ergebnisse werden nahezu ausschließlich numerisch berechnet. Da sind Innenwinkelsummen von $180,1^\circ$ keine Seltenheit. Auch angebliche Maxima, die in der Nähe von Polstellen einer Funktion gefunden werden, kommen vor. Exakte Ergebnisse auf der symbolischen Ebene, wie sie bei Berechnungen in höheren Jahrgangsstufen oft nötig oder gewünscht sind, können so nicht erzielt werden. Auch die Geschwindigkeit der Berechnungen lässt manchmal deutlich zu wünschen übrig; die Berechnung komplizierterer Ausdrücke dauert teilweise länger als eine Minute. Hier empfiehlt es sich vor dem Einsatz dieses CAS die wahrscheinlich vorkommenden Funktionentypen einmal zu testen.

Auch das DGS lässt im Vergleich zu reinen Programmen dieser Gattung noch einige Wünsche offen. So fehlt z. B. die für DGS typische Zugmodusinvarianz: Ein Dreieck bleibt zwar dynamisch, sein konstruierter Umkreis wandert beim Bewegen allerdings nicht mit.

Schülermeinungen zur Mathematik am interaktiven Whiteboard

Ein jedes Werkzeug, so innovativ es auch sein mag, muss sich in der Praxis auch an der Schülermeinung messen lassen. Im Falle von interaktiven Whiteboards wurden 73 Schülerinnen und Schüler der sechsten und siebten Jahrgangsstufe einer Realschule befragt, die derartige Boards statt einer herkömmlichen Tafel im Klassenzimmer haben. Die Schülerinnen und Schüler wurden dabei unter anderem gefragt, ob sie den Geometrie- bzw. Algebraunterricht am Whiteboard dem an einer analogen Tafel vorziehen (vgl. Abb. 10, Skalierung: $-2 \hat{=}$ »ich stimme überhaupt nicht zu«, $+2 \hat{=}$ »ich stimme voll und ganz zu«). In den Ergebnissen der Umfrage lassen sich starke emotionale Effekte ablesen, die durch das interaktive Whiteboard ausgelöst werden. Diese sind sowohl im Geometrie- als auch im Algebraunterricht zu finden, wenn auch bei ersterem deutlich stärker.

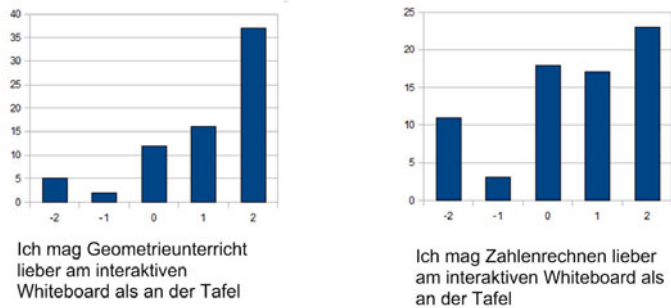


Abb. 10: Motivationssteigerung durch das interaktive Whiteboard ($n = 73$)

Ähnlich sieht das Bild aus, wenn die Bereitschaft zur Mitarbeit im Mathematikunterricht erfasst wird. Die Schüler geben in beiden Teilgebieten an, dass sie gerne vermehrt am Whiteboard arbeiten möchten (Abb. 11).

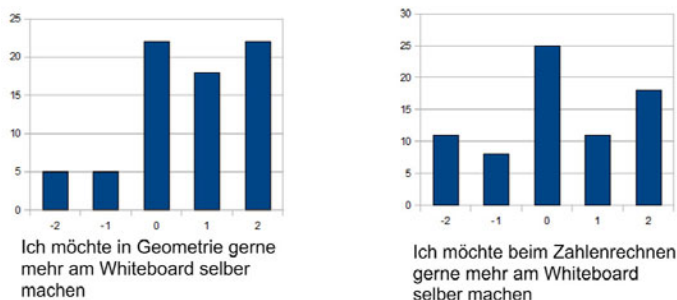


Abb. 11: Motivationssteigerung durch das interaktive Whiteboard ($n = 73$)

Anders sehen die Ergebnisse allerdings aus, wenn untersucht wird, ob die neue Technologie den Schülern beim Lernen hilft. In keinem Gebiet konnte eine von den Schülern gefühlte Lernerleichterung verzeichnet werden. Bei algebraischen Fragestellungen war gar eine leicht gegenläufige Tendenz zu erkennen (Abb. 12).

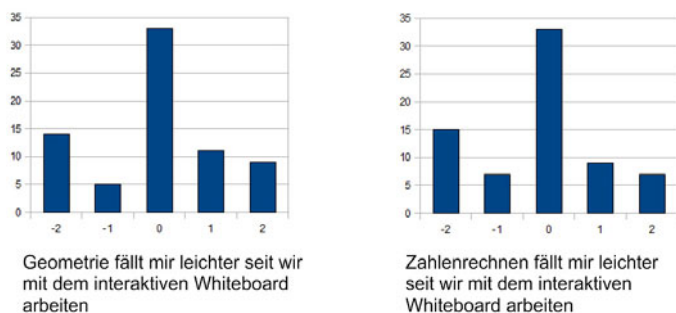


Abb. 12: Lernerleichterung durch das interaktive Whiteboard ($n = 73$)

Diese widersprüchlichen Ergebnisse fordern eine weitergehende Interpretation. So konnten anhand der Daten zwei Einflussgrößen auf die Lernerleichterung ausgemacht werden. Zunächst galt hierbei die Aufmerksamkeit der ›Interaktivität‹ des Whiteboardeinsatzes. Wurde das Board lediglich als Ersatz für die Tafel oder einen Tageslichtprojektor eingesetzt, sahen die Schüler in der umständlichen Bedienung des Whiteboards eine Beeinträchtigung, die sich nachteilig auf die Lernerleichterung auswirkte.

Einen noch stärkeren Einfluss auf die Lernerleichterung hatten technische Probleme mit den Whiteboards. Aufgrund der Klassensituation (eine Klasse hatte regelmäßig Probleme mit ihrem Board, zwei andere wenige bis keine) war hier die Situation einer Vergleichsstudie geschaffen. Die getrennte Auswertung ergab tatsächlich, dass Schüler, deren Board keine technischen Probleme bereitete, sich im Lernen durch das interaktive Whiteboard unterstützt sahen.

Der reflektierte, kreative und technisch störungsfreie Einsatz ist also Grundvoraussetzungen für das gewinnbringende Arbeiten am interaktiven Whiteboard im Mathematikunterricht.

Das bringt die Zukunft

Dem Einsatz des interaktiven Whiteboards scheint – allein aufgrund der großen Verbreitung an Schulen – kein praktizierender Lehrer zukünftig aus dem Weg gehen zu können. Dass dieser Einsatz gewinnbringend sein kann, konnten die oben stehenden Beispiele zeigen. Jedoch ist die dafür nötige Software gerade erst den Kinderschuhen entstiegen. Vielen neuen Möglichkeiten stehen noch gravierende Einschränkungen

– vor allem im mathematischen Bereich – gegenüber. Die Entwicklung oder Anpassung leistungsfähiger DGS und CAS für diese neue Technologie ist als notwendige Voraussetzung für ihren gewinnbringenden Einsatz zu sehen. Dass hier allerdings auf eine baldige Besserung gehofft werden kann, zeigt schon die rasante Entwicklung der mathematischen Werkzeuge am Whiteboard in den letzten Jahren.

Literatur

MILLER, D.; GLOVER, D. (2006): Interactive whiteboard evaluation for the secondary national strategy. Developing the use of interactive whiteboards in mathematics. Keele University.

HABERKAMP, D. (2008): Produzieren und Präsentieren mit DGS und einem interaktiven Whiteboard. In: Der Mathematikunterricht, Seelze 54.6, S. 38–43.

EDER, J.; REITER, A.; PFANN, C. (2008): activeboard@school – Multimediale Schul- tafeln im Unterricht an der Praxisvolksschule der kirchlichen Pädagogischen Hochschule Wien/ Krems, Campus Wien-Strebersdorf. Innsbruck: Studienverlag.

Links

Website der Herstellerfirma *SMART*:

<http://www.SMARTtech.com/de>

Website *GeoGebra* (kostenlos, OpenSource):

<http://www.geogebra.org>

Website *EUKLID DynaGeo*:

<http://www.dynageo.de>

Abbildungsverzeichnis: ◦ Abb. 1: erstellt mit/aus *SMART Notebook & SMART MathTools*
◦ Abb. 2: erstellt mit/aus *SMART MathTools* ◦ Abb. 3–9: erstellt mit/aus *SMART Notebook & SMART MathTools*; Hintergrundfotos: die Herausgeber ◦ Abb. 10–12: erstellt mit *MS EXCEL* ◦

Algodo am interaktiven Whiteboard und am Tablet-PC

Zusammenfassung: Die Software *Algodo*, ein physikalischer Baukasten mit dem geometrische Grundfiguren erzeugt und in abspielbaren Szenen physikalischen Einflüssen ausgesetzt werden können, eignet sich aufgrund ihrer intuitiven Bedienbarkeit über Gestensteuerung besonders für die Anwendung am interaktiven Whiteboard oder am Tablet-PC. Anhand verschiedener Beispiele werden in diesem Beitrag die Bedienung der Software und einige Einsatzmöglichkeiten für den Mathematikunterricht erläutert.

Was ist *Algodo*?

- ❏ *Algodo* ist eine lizenzfreie Software für Rechner mit Windows und Mac OS, die allerdings auf Tablet-PCs und auf interaktiven Whiteboards dank ihrer intuitiven Bedienbarkeit besondere Vorzüge zeigt. Mit Hilfe eines *Sketch*-Tools und verschiedener Gesten kann der Nutzer nämlich mit wenigen Fingerbewegungen geometrische Objekte in eine zweidimensionale virtuelle Welt ›zeichnen‹. Die Objekte lassen sich dann verschieben, drehen und skalieren und auch das Löschen, Zerschneiden und Duplizieren der Objekte funktioniert per Gestensteuerung. Eine automatische Figurenerkennung ermöglicht es, mit einfachen Finger- oder Mauseaktionen geometrische Grundobjekte wie Rechtecke, Dreiecke, Kreise und Ebenen zu erzeugen und diese Figuren miteinander oder mit dem Hinter- bzw. Untergrund zu verbinden.

Allein diese Funktionen von *Algodo* können im Mathematikunterricht beim Verfolgen verschiedenster Ziele helfen, etwa wenn es darum geht, den Grundgedanken des Messens durch den Aspekt »Messen durch Auslegen« zu erfassen, wenn komplexe geometrische Figuren in die zugehörigen Grundfiguren zerlegt werden sollen (vgl. Leitidee »Raum und Form«), wenn präformale Beweise in der Geometrie angebahnt oder gefunden werden sollen – die Einsatzmöglichkeiten sind vielfältig. Was in frühen Phasen des Unterrichts mit Schere und Papier erarbeitet wird, kann mit *Algodo* auf eine nächste, abstraktere Ebene gehoben werden (vgl. Aufgaben 1–3).

Doch *Algodo* kann mehr: Die wirklichen Stärken der Software liegen eigentlich im Bereich der physikalischen Simulation. Neben üblichen Formatierungen können den Figuren auch physikalische Eigenschaften wie Gewicht, Elastizität und Brechkraft zugewiesen werden. Es gibt Federn, Seile, Motoren, Triebwerke und Lichtquellen. Die Software kann Gravitation und Luftreibung berücksichtigen – und bei Tablet-PCs dabei sogar den Schwerkräftsensor auslesen. Ein Kreis wird so schnell zum Rad, ein Quader mit zwei Kreisen gleichsam zum »Auto«, das – versehen mit einem Motor – selbständig eine schiefe Ebene hinauffahren kann. Und alles mit ein paar wenigen Maus-, Finger- oder Stiftgesten.

Für diese physikalischen Abläufe kann das Programm in einen interaktiv-dynamischen Modus geschaltet werden, in dem die Gegenstände unter dem Einfluss der Schwerkraft nach unten fallen und aneinander stoßen, Lichtstrahlen gebrochen werden, Wasserpartikel hin und her schwappen und Federn ihre Kräfte entfalten. Trotz der physikalischen Schwerpunktsetzung bietet auch diese Betriebsart von *Algodoo* interessante Anknüpfungspunkte für den Mathematikunterricht, da physikalische Eigenschaften der virtuellen Objekte – etwa Geschwindigkeit, Impuls oder Höhenenergie – als Graphen über einer Zeitachse ausgegeben werden können. *Algodoo* kann dann beispielsweise zum Ausgangspunkt für Kurvendiskussionen, zur Überprüfung mathematischer Modellierungen oder zur Veranschaulichung von Anwendungsbezügen im Mathematikunterricht dienen (vgl. Aufgaben 4–7).

Im vorliegenden Artikel werden beide Aspekte der Software – der eher statische und der eher physikalische – nach einer kurzen Einführung in die Bedienungsweise des Programms anhand von Aufgabenbeispielen beleuchtet.

Erstes Arbeiten mit Algodoo

Das wichtigste Werkzeug im Werkzeugkasten der Software *Algodoo* ist das *Sketch*-Werkzeug. Mit ihm alleine lassen sich bereits die grundlegenden Objekte erstellen und die wichtigsten Operationen durchführen.

Formenerkennung

Formenerkennung ist aus Programmen zur dynamischen Geometrie (z. B. *Cinderella* oder *GeoGebra*) bereits bekannt und für Zeichnungen per Fingereingabe am interaktiven Whiteboard oder am Tablet-PC ein wichtiges Feature. Eine Freihandskizze mit dem Finger (oder mit der Maus am PC) wird dabei als geometrische Grundfigur (z. B. Kreis, Dreieck, Rechteck oder Ebene) erkannt und automatisch in diese umgewandelt (vgl. Abb. 1: Freihandskizze als geschlossene Kurve zeichnen, dann einen Augenblick warten)

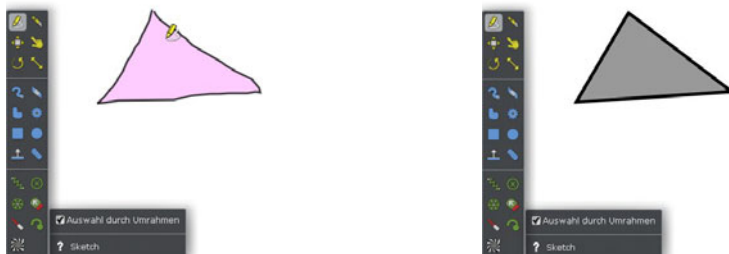


Abb. 1: Formenerkennung mit *Algodoo*

Verschieben und Drehen

Markierte Objekte lassen sich ganz einfach mit dem Finger verschieben, eine Rotation der Figur ist mit einer Zwei-Finger-Geste (z. B. mit Daumen und Zeigefinger) möglich (Abb. 2). Am PC: Drücken der *linken Maustaste* zum Verschieben, drücken der *rechten Maustaste* für die Rotation der Figur.

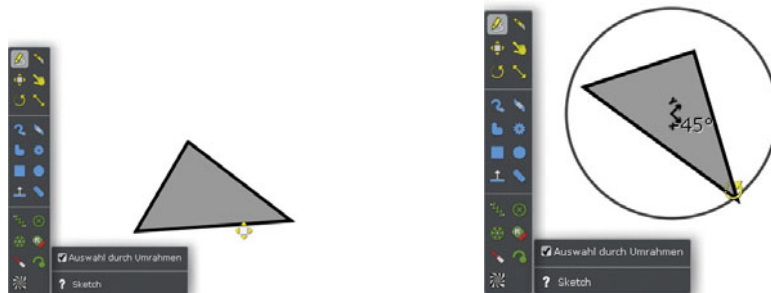


Abb. 2: Objekte verschieben und drehen mit *Algodoo*

Skalieren und Löschen

Ebenfalls mit einer Zwei-Finger-Geste können markierte Objekte gestreckt oder gestaucht werden. Am PC muss dazu das *Skalieren*-Werkzeug verwendet werden. Einfaches Durchstreichen eines Objekts mit dem Finger bzw. mit der Maus ermöglicht das Löschen der Figur (Abb. 3).

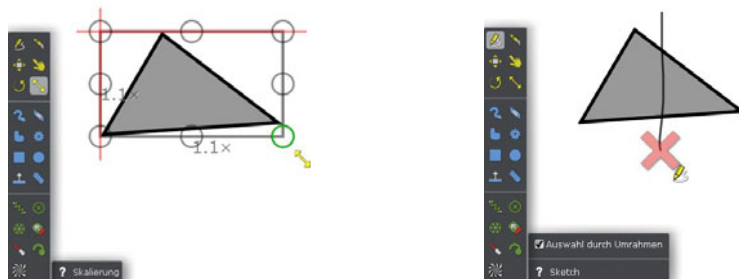


Abb. 3: Objekte skalieren und löschen mit *Algodoo*

Zerschneiden

Mit einer L-förmigen Geste lässt sich eine markierte Figur zerschneiden – es entstehen zwei Figuren, mit denen anschließend unabhängig operiert werden kann (Abb. 4).

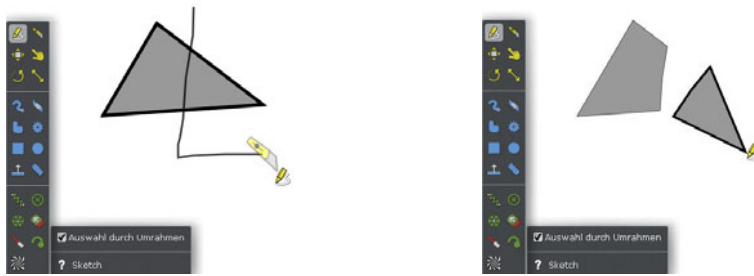



Abb. 4: Objekte zerschneiden mit *Algodo*

Für jede der beschriebenen Aktionen steht im *Algodo*-Werkzeugkasten auch ein eigenes Werkzeug zur Verfügung (s. Abb. 1–4, linke Menüleiste). Diese Werkzeuge kommen vor allem dann zum Einsatz, wenn zusätzliche Anforderungen notwendig werden, wie z. B. ein geradliniger Schnitt mit dem *Cutter*-Werkzeug (vgl. Aufgaben 2 und 3). Für eine tiefergehende Einführung findet man auf der Website von *Algodo* zahlreiche Online-Tutorials. Dort wird auch eine Austauschplattform *Algobox*  angeboten, auf der man *Algodo*-Dateien herunterladen und bewerten, sowie eigene Dateien zur Verfügung stellen kann.

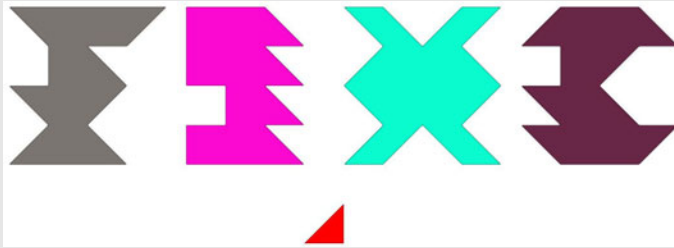
Beispiel: Puzzlen mit *Algodo*

Diese einfachen Möglichkeiten zur Erzeugung und Manipulation geometrischer Objekte genügen bereits, um die Software z. B. im Rahmen von Puzzle-Spielen zu nutzen. Aus mathematikdidaktischer Sicht können dabei Grundideen des Messens (z. B. Messen durch Vergleichen oder Messen durch Auslegen, vgl. WEIGAND 2009, S. 159ff) angebahnt, aber auch Ideen für Zerlegungsbeweise, z. B. für den Satz des Pythagoras, gefunden und erforscht werden (vgl. RUPPERT 2013). Im Idealfall sollen die Aufgaben natürlich in den entsprechenden *Algodo*-Dateien (z. B. am Tablet-PC) bearbeitet werden (s. Materialeite). Steht nur ein interaktives Whiteboard zur Verfügung, bietet es sich an, parallel zur Arbeit am Whiteboard entsprechendes Bastelmaterial bereit zu stellen.

Aufgabe 1 – Flächeninhalte vergleichen I

Lege die vier abgebildeten Figuren mit dem kleinen Dreieck aus. Wie oft passt das Dreieck jeweils in die Figur? Ordne die Figuren der Größe nach.

Hinweis: Nutze die Möglichkeit, Kopien des Dreiecks zu erstellen (*doppeltes An-tippen des Objekts* → *Duplikat erstellen*; am PC: *rechte Maustaste* → *Duplikat erstellen*)



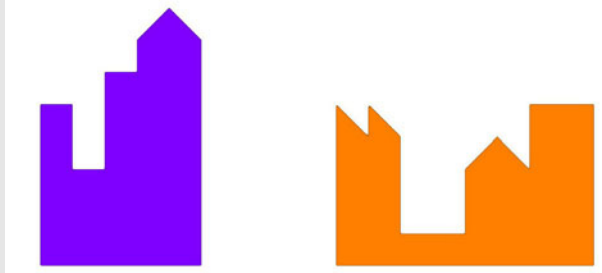
Für diese Aufgabe könnte man ebensogut eine dynamische Geometriesoftware oder gängige Whiteboardsoftware nutzen. In den nächsten beiden Aufgaben kommt jedoch, mit der Verwendung des *Cutter*-Werkzeugs, der Vorteil von *Algodo* erst richtig zum Tragen. Für beide Aufgaben wird das *Cutter*-Werkzeug dazu benutzt, Flächen zu zerlegen, um diese auf andere Weise wieder zusammenzusetzen. Dem Flächenvergleich liegt dabei die Idee der Zerlegungsgleichheit zugrunde (vgl. Weigand, S. 174ff). Zudem kann in Aufgabe 3 durch die Betrachtung geeigneter Variationen der Aufgabenstellung für den Satz des Pythagoras sowohl das Beweisbedürfnis bei den Schülern geweckt, als auch eine Beweisidee induziert werden. Liefert das Umlegen der vorgegebenen Dreiecke am rechtwinkligen Dreieck eine Beweisidee für die wohlbekannte Flächengleichheit, führt die Anwendung der Zerlegungs-idee auf die analoge Situation bei einem spitz- oder stumpfwinkligen Dreieck auf die Erkenntnis, dass die Rechtwinkligkeit des betrachteten Dreiecks eine notwendige Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Flächengleichheit ist.

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind die folgenden Hinweise hilfreich:

- ▷ Ein gerader Schnitt gelingt am Whiteboard oder am Tablet-PC, indem man während der Verwendung des *Cutter*-Werkzeugs den Button [Straight] zusätzlich gedrückt hält (am PC: [Umschalt]-Taste gedrückt halten)
- ▷ Zur besseren Orientierung kann auch ein Kästchen-Raster eingeblendet werden (Button siehe Abb. 5 unten rechts).

Aufgabe 2 – Flächeninhalte vergleichen II

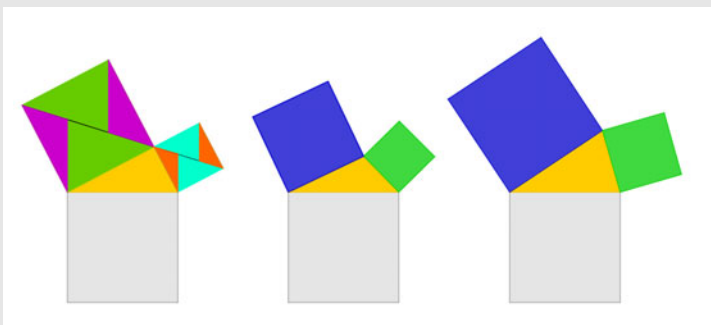
Zeige: Die beiden Gebäudequerschnitte haben den gleichen Flächeninhalt.
Benutze das *Verschieben*-, das *Drehen*-, das *Spiegeln*- und das *Cutter*-Werkzeug.
Wie bist du vorgegangen? Begründe genau!



Aufgabe 3 – Satz des Pythagoras

Abgebildet siehst du ein rechtwinkliges Dreieck und Quadrate über den Katheten und der Hypotenuse. Die Quadrate über den Katheten wurden durch gerade Schnitte in Dreiecke zerlegt.

- Erkläre genau, wie bei der Zerlegung vorgegangen wurde.
- Zeige durch Drehen und Verschieben der Dreiecke: Die Fläche der beiden kleinen Quadrate ist zusammen genau so groß, wie die Fläche des großen Quadrats.
- Zerlege für die beiden Figuren in der Mitte und rechts die kleinen Quadrate auf die gleiche Weise und lege nun das große Quadrat aus. Was stellst du fest? Welche Voraussetzung muss wohl erfüllt sein, damit die Flächengleichheit aus b) gilt?



Beispiel: Ballspielen mit *Algodo*

Neben der rein geometrischen Nutzung der Software, die unabhängig vom Simulationsmodus möglich ist, können auch die bereitgestellten physikalischen Optionen für den Mathematikunterricht genutzt werden – z. B. zum Untersuchen von und zum Argumentieren an Bewegungsdiagrammen. Beim Vergleich von Weg- und Geschwindigkeitsdiagrammen sind die Schüler insbesondere gefordert, »die Ableitung [...] als lokale Änderungsrate [zu] deuten« (KMK 2012, S. 25, Leitidee »Funktionaler Zusammenhang«). Dazu müssen sie »Tangentensteigungen an Funktionsgraphen bestimmen« und »Änderungsraten berechnen und deuten« (KMK 2012, S. 22, Leitidee »Messen«).

Mit *Algodo* können im Simulationsmodus zu jedem Objekt Bewegungsgraphen erzeugt werden. Die Belegung der Achsen lässt dem Nutzer dabei viele Freiheiten und es können auch mehrere Graphen in einem Diagramm erzeugt werden. Dies erlaubt z. B. die Gegenüberstellung verschiedener Geschwindigkeitskomponenten einer Bewegung, wie dies etwa bei der Betrachtung einer Wurfbewegung erforderlich ist (vgl. Aufgabenbeispiele 6 und 7).



Abb. 5: Bewegungsgraphen erzeugen und untersuchen mit *Algodo*

In Abbildung 5 ist ein Basketball zu sehen. Durch doppeltes Antippen (Am PC: Klick mit der rechten Maustaste) erscheint ein Menü (Abb. 5, links), in dem verschiedene Methoden und Attribute auf das Objekt angewendet werden können.

Hier findet man auch den Menüpunkt *Graph anzeigen*. Beim Antippen erscheint ein Grafikfenster (Abb. 5, rechts), in dessen Menü die Belegung der Achsen festgelegt werden kann.

Das Abspielen der Szene erfolgt durch Antippen des *Play*-Buttons – von diesem Zeitpunkt an werden auch die gewählten Graphen in Echtzeit gezeichnet. Im gleichen Menü kann vorher auch festgelegt werden, ob beim Abspielen der Szene die Gravitation oder die Luftreibung berücksichtigt werden sollen (bei der Anwendung am Tablet-PC kann hier zusätzlich der Lagesensor des Tablets angesprochen werden). Das Antippen des *Pause*-Symbols hält die Szene an und friert die Graphen ein.

Die Graphen selbst können anschließend mit dem Finger bzw. mit der Maus abgefahren werden. Dabei erscheinen Details über die genauen Funktionswerte, Steigungen des Graphen und Integralwerte an der entsprechenden Stelle. In Abbildung 5 etwa wurde die Höhe des Balls in Abhängigkeit von der Zeit aufgezeichnet. Der Ball befindet sich unter dem Einfluss der Schwerkraft und unterliegt Reibungsverlusten beim Pellen. Der so entstandene Graph kann Ausgangspunkt verschiedener Untersuchungen sein (vgl. Aufgabe 4).

Die folgenden drei Aufgaben zum Fallen und Werfen eines Balls lassen sich z. B. im Vorfeld zur Modellierungsaufgabe eines Korbwurfs beim Basketball (vgl. WEIGAND, S. 179 in diesem Band) dazu verwenden, bei den Schülern ein Gefühl für die einflussnehmenden Größen, insbesondere für die Möglichkeit zur unabhängigen Betrachtung der Bewegungen in x - und y -Richtung zu erzeugen. Aus mathematischer Sicht geht es dabei vor allem um die Beschreibung und Interpretation der dargestellten funktionalen Zusammenhänge, die Untersuchung des Graphen und seiner Ableitungsfunktion, sowie die Rückübertragung der mathematischen Ergebnisse auf das zugrundeliegende physikalische Phänomen. Anhand dieser Aufgaben können also Prozesskompetenzen des »Modellierens« und »Argumentierens« im Rahmen der Leitideen »Funktionaler Zusammenhang« und »Daten (und Zufall)« vermittelt werden (vgl. z. B. KMK 2004, 2012). In Aufgabe 4 geht es dabei zunächst darum, einen vorgegebenen (aus dem Physikunterricht bekannten) formelmäßigen Zusammenhang im zugehörigen Diagramm wiederzuerkennen und dem Graphen darüber hinausgehende Informationen zu entnehmen. Die Aufgabe 5 erfordert das Arbeiten innerhalb eines vorgegebenen (bekannten) mathematischen Modells. Die Ergebnisse werden anschließend in der Simulation überprüft (Validierung). In Aufgabe 6 wird – dem üblichen physikalischen Lehrweg folgend – der waagrechte Wurf als Spezialfall des schiefen Wurfs dazu verwendet, das Bewusstsein für die Unabhängigkeit der Flugbewegungen in x - und y -Richtung zu schärfen. Dies geschieht auf der mathematischen Ebene durch die Betrachtung der entsprechender Geschwindigkeits-Diagramme.

Aufgabe 4 – freier Fall

Öffne die Datei `wurf.phz`. Zu sehen ist ein »Basketball«, sowie ein Grafikenster, das beim Abspielen der Szene die Höhe des Balls in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.

- a) Wenn du die Szene abspielst (*Play-Button*), wird der Fall des Balls unter dem Einfluss der Schwerkraft simuliert. Lasse den Ball etwa viermal prellen und halte die Simulation dann wieder an.
- b) Aus der Physik ist bekannt, dass sich die Höhe h beim reibungsfreien Fall in Abhängigkeit von der Zeit t mit der folgenden Formel bestimmen lässt:

$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0$$

Die Konstante g ist dabei die Erdbeschleunigung, h_0 ist die Ausgangshöhe. Bestimme mit Hilfe des Diagramms die von der Simulation verwendete Erdbeschleunigung.

- c) Setze das Grafikenster und die Simulation zurück (*Leere Graphen* bzw. Pfeil *zurück*). Lasse den Ball nun etwa zehn Mal prellen. Wie in der Realität nimmt die maximal erreichte Höhe nach jedem Pellen etwas ab. Zeige, dass die Maxima näherungsweise auf einer Exponentialfunktion liegen. Lässt sich dieser Zusammenhang physikalisch interpretieren?

In der Datei `wurf.phz` kann neben dem freien Fall auch der senkrechte Wurf eines Balls simuliert werden. Dazu kann man am Tablet-PC und an interaktiven Whiteboards mit Multitouch-Unterstützung den Ball festhalten während man die Simulation startet und ihn anschließend senkrecht nach oben werfen. Für Single-Touch Boards oder am PC kann die Datei `wurf_single.phz` verwendet werden – hier startet man erst die Simulation und wirft dann den Ball. Entsprechendes gilt für die Simulationsdateien zu den Aufgaben 6 und 7.

Aufgabe 5 – senkrechter Wurf

Wird ein Ball aus der Höhe h_0 mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geworfen, ergeben sich die Flughöhe h und die Geschwindigkeit v des Balls zum Zeitpunkt t mittels folgender Formeln:

$$\begin{aligned}h(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0 \\v(t) &= -gt + v_0\end{aligned}$$

- a) Öffne die Datei `wurf.phz` (bzw. `wurf_single.phz`) und wirf den Ball (möglichst) senkrecht nach oben. Bestimme aus dem Graphen den Betrag der Geschwindigkeit mit der du den Ball losgeworfen hast.
- b) Mit welcher Geschwindigkeit muss man (ausgehend von 2 m Höhe) werfen, um eine Wurfhöhe von 20 m zu erreichen? Berechne zuerst und versuche dann den Ball in der Simulation möglichst genau 20 m hoch zu werfen.
- c) Im Eigenschaftsmenü des Balls kann man Anfangsgeschwindigkeiten einstellen. Stelle den Wert für *Geschwindigkeit*(Y) auf den in b) berechneten Wert ein und starte dann die Simulation. Werden die 20 m Höhe erreicht? Lies aus dem Graphen ab.

Aufgabe 6 – waagrecht Wurf

Öffne die Datei `waagrecht_wurf.phz` (bzw. `waagrecht_wurf_single.phz`) und wirf den Ball (möglichst) waagrecht nach rechts. Im Grafikfenster werden die x -Komponente und die y -Komponente der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit angezeigt.

- a) Beschreibe die Graphen dieser beiden Funktionen.
- b) Kannst du für die Abhängigkeit der x -Komponente von der Zeit eine Funktionsgleichung angeben?
- c) Vergleiche den Graph der y -Komponente mit den Graph aus Aufgabe 5.

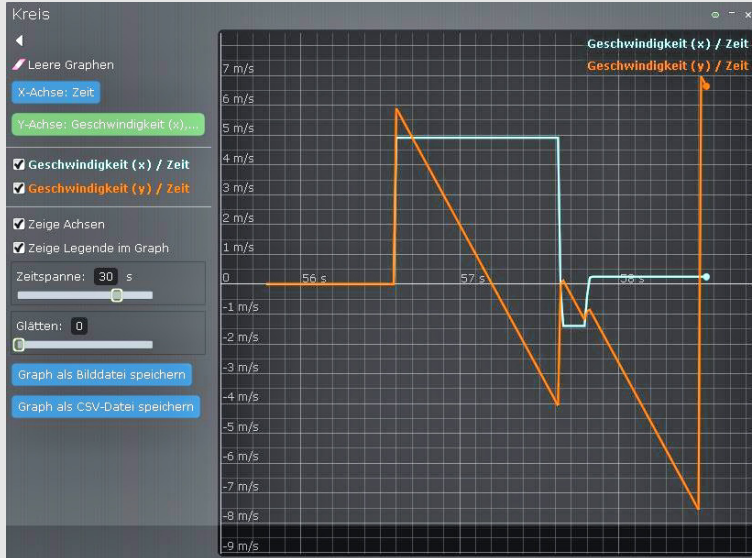
In der Datei `korbwurf.phz` bzw. `korbwurf_single.phz` können am interaktiven Whiteboard oder am Tablet-PC Korbwürfe simuliert werden (vgl. Abb. 6). Die zugehörigen Bewegungsdaten stehen anschließend direkt für eine Analyse der Wurfbewegung zur Verfügung. Die Simulation kann damit als Werkzeug zur Überprüfung (Validierung) eines mathematischen Modells zum Basketballwurf, z. B. aus WEIGAND (S. 179 in diesem Band) genutzt werden.



Abb. 6: Simulation eines Basketballwurfs mit *Algodo*

Aufgabe 7 – Wurf auf den Korb

Bei einem erfolgreichen Korbwurf ergab sich das folgende Diagramm für die von x - und y -Komponente der Ballgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit.



- Interpretiere das Diagramm.
- Bestimme aus dem Diagramm den Betrag der Abwurfgeschwindigkeit und den Abwurfwinkel.
- Öffne nun die Datei `korbwurf.phz` (bzw. „`korbwurf_single.phz`“). Wirf selbst auf den Korb und halte das Diagramm eines erfolgreichen Korbwurfs fest. Vergleiche mit dem hier abgebildeten Diagramm. Welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede stellst du fest?
- Berechne den Betrag der Abwurfgeschwindigkeit und den Abwurfwinkel für den Wurf aus c). Sammelt die Ergebnisse in der Klasse und entwickelt daraus eine Empfehlung für einen erfolgreichen Korbwurf.
- Im Eigenschaftsmenü des Balls kann man den Betrag der Abwurfgeschwindigkeit (= Schnelligkeit) und den Abwurfwinkel einstellen. Stelle die Werte ein, die du in deiner mathematischen Modellierung errechnet hast und starte die Simulation. Trifft der Ball den Korb?

Weitere Ideen

- ▷ Die Geometrie beim Billardspielen (für einen tieferen Einblick vgl. TABACHNIKOV 2005) – Simulationen und Betrachtungen mit *Algodoo*
- ▷ Die Simulation eines Hochhauseinsturzes mit *Algodoo* (vgl. RUPPERT & RUPPERT 2013)
- ▷ Kreisbewegungen untersuchen mit *Algodoo* (vgl. ZANG 2012, S. 44f)
- ▷ Geometrische Optik mit *Algodoo* (vgl. ZANG 2012, S. 52ff)

Literatur

KULTUSMINISTERKONFERENZ KMK (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Wolters Kluwer: München.

KULTUSMINISTERKONFERENZ KMK (2012): Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Online verfügbar unter:
<http://www.kmk.org/bildung-schule/>

RUPPERT, M. (2013): Flächen vergleichen mit Algodoo – Beweisideen sammeln am interaktiven Whiteboard. In: *mathematik lehren*, Nr. 178, Friedrich-Verlag, S. 16–23.

RUPPERT, I. & RUPPERT, M. (2013): Lehren lernen – Die Arbeit am Schülerlabor als Schülerprojekt. Erscheint in: *Der Mathematikunterricht*.

TABACHNIKOV, S. (2005): *Geometry and Billiards*, Oxford University Press.

WEIGAND, H.-G. (Hrsg.) (2009): *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

ZANG, M. (2012): *Der Simulationsbaukasten Algodoo – Beschreibung und Beispiele*. Zulassungsarbeit zum 1. Staatsexamen an der Universität Würzburg, unveröffentlichtes Manuskript. Online verfügbar unter:
http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/Zula_Algodoo.pdf

Materialien & Links

Algodoo-Dateien zu den Aufgaben dieses Artikels:
<http://timu.dmuw.de/buch/01>

Website *Algodoo*:
<http://www.algodoo.com/download/>

Anleitungen und Online-Videos zu *Algodoo*:
<http://www.algodoo.com/learn-it/>

Up- und Download-Portal *Algobox* mit Dateibewertung:
<http://www.algodoo.com/algobox/>

Abbildungsverzeichnis: ◦ Abb. 1-6: erstellt mit/aus *Algodoo* ◦

Technologien im Mathematikunterricht

Eine Sammlung von Trends und Ideen

Ruppert, M.; Wörler, J. (Hrsg.)

2013, XII, 269 S. 190 Abb., 159 Abb. in Farbe.,

Softcover

ISBN: 978-3-658-03007-0