

2 Entscheidungsfindung mittels Fuzzy-Methoden

Die Automatisierungstechnik übernimmt Aufgaben der Diagnose, Überwachung, Steuerung und Regelung technischer Prozesse sowie der Vorhersage und Planung. In der rechnergestützten Automatisierungstechnik werden hierzu Algorithmen auf Digitalrechnern realisiert. Letztendlich liegt diesen Aufgaben eine automatisierte Entscheidungsfindung zu Grunde. Beispielsweise ist zu bestimmen, wie ein Aktor in einem technischen Prozess zu verstellen ist, oder zu beurteilen, ob ein Fehler vorliegt. „Entscheiden“ bedeutet letztendlich eine möglichst optimale Lösung für eine Frage- oder Problemstellung zu ermitteln. Bei Planungsaufgaben müssen zunächst die Folgen der zur Verfügung stehenden Lösungsmöglichkeiten jeweils abgeschätzt und bewertet werden. Schließlich wird im Entscheidungsprozess die Lösung als optimal selektiert, welche auf Basis definierter Kriterien als beste bewertet wurde. Zur Entscheidungsfindung werden meist klassische mathematische Methoden angewandt, welche jedoch nicht immer zielführend sind, da Informationen häufig unsicher, ungenau oder subjektiv sind und das zum Teil nichtlineare Systemverhalten nicht exakt mathematisch modelliert werden kann (vgl. [KOC96]).

Das menschliche Gehirn ist häufig in der Lage, selbst komplexe Aufgaben mühelos zu lösen und über eine angemessene Handlung zur Kontrolle eines Prozesses zu entscheiden, während Methoden der konventionellen Automatisierungstechnik versagen (vgl. [CUN98]). Es liegt daher der Gedanken nahe, rechnergestützte Lösungsstrategien an den Entscheidungsprozess des Menschen anzulehnen. Zahlreiche von Ingenieuren geschaffene Innovationen des letzten Jahrhunderts sind Entwicklungen, welche sich an Vorbildern aus der Natur orientieren. Dieses Forschungs- und Entwicklungsgebiet ist in der Fachliteratur unter dem Begriff „Bionik“ zusammengefasst (Einführung beispielsweise in [NAC02]). Vor allem ist dieser Trend in Formgestaltung und Design (Maschinenbau- und Bauingenieurwesen), Material- und Strukturentwicklungen sowie der Robotik und der Gerätekonstruktion zu erkennen. Allerdings sind derartige Entwicklungen auch im Bereich der rechnergestützten Informationsverarbeitung vorhanden, wie etwa die Schwarm-Intelligenz oder künstliche Immunsysteme (siehe [KRA09]).

In manchen Anwendungsfeldern können Systeme, Anforderungen und/oder Zustände lediglich linguistisch beschrieben werden. Linguistische Terme sind mit sprachlicher Vagheit und einer offensichtlichen Unsicherheit behaftet, was

die Motivation zur Entwicklung einer unscharfen Mathematik und somit zur Fuzzy-Theorie war. Diese stellt neben den künstlich neuronalen Netzen und evolutionären Algorithmen ein Fachgebiet der „Computational Intelligence“ (einführende Übersicht in [ADA05], [KRA09] und [KRU11]) dar, welche wiederum ein Teilgebiet der „Artificial Intelligence“ (der Künstlichen Intelligenz) ist.

Zur Nachbildung der auf Aussagenlogik basierenden Entscheidungsfindung durch den Menschen werden in klassischen informationsverarbeitenden Systemen die Algebra und die Operationen der klassischen Logik angewandt. Diese verwenden allerdings lediglich zweiwertige Zustände, was eine grobe Vereinfachung der menschlichen Wissensverarbeitung darstellt (vgl. [CUN98]). Dennoch hat deren Anwendung in vielen Einsatzgebieten der Automatisierungstechnik aufgrund der einfachen Realisierbarkeit ihre Berechtigung, sofern dies bei dem jeweiligen System zur hinreichenden Erfüllung des geforderten Verhaltens führt. Die Grundidee einer mehrwertigen (zunächst dreiwertigen) Logik lieferte Lukasiewicz 1920 (vgl. [KRA09]). Nachdem hierzu weitere formale Ansätze von verschiedenen Stellen vorgeschlagen wurden, präsentierte letztendlich Zadeh 1965 den verallgemeinerten Ansatz einer unendlich wertigen Logik unter der Bezeichnung „Fuzzy-Theorie“ (vgl. [ZAD65]). Gegenstände, Zustände oder Ereignisse werden hierbei analog zum menschlichen Denken mit einem gewissen Grad, dem Zugehörigkeitsgrad, zu einer eindeutig definierten Klasse oder einem Oberbegriff der physischen Welt zugeordnet [WEB05]. Durch das Verknüpfen einzelner Zugehörigkeiten linguistischer Terme in einem Regelwerk wird die Nachbildung von Schlussfolgerungen ermöglicht, womit der Grundstein für eine Modellierung menschlicher Entscheidungsfindungen gelegt wird.

Nachdem zunächst erste theoretische Erörterungen zur Fuzzy-Theorie veröffentlicht wurden, folgten um 1990 konkrete Anwendungen. Insbesondere waren die Konzepte unscharfer Regelungen von Interesse, welche im Allgemeinen als „Fuzzy-Control“ (siehe [KIE02] oder [KOC96]) bekannt sind. In der Automatisierungstechnik wird die Fuzzy-Theorie als ein moderner Zweig der Regelungstechnik betrachtet: [KIE02] bezeichnet Fuzzy-Control (also die „unscharfe“ Regelung) als eine Querschnittswissenschaft, [DIT04] ordnet Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control den Methoden der gehobenen Regelungstechnik (engl.: „advanced control“) zu. Gefolgt vom Einsatz in ersten Produkten um 1980 in Japan schwand die europäische Skepsis und löste um 1990 einen Fuzzy-Boom aus, welcher versprach, die Methoden der klassischen Regelungstechnik durch Fuzzy-Control zu ersetzen. Diese Euphorie flachte jedoch schnell wieder ab, allerdings konnte die Fuzzy-Theorie in etlichen Einsatzgebieten erfolgreich an-

gewandt werden. Einen Überblick liefert [PFE02]; zudem sind Begriffe und Methoden zur Programmierung definiert (siehe [VDI3550], [DIN61131-7]).

Im Gegensatz zu klassischen Methoden des Fuzzy-Control wird die Fuzzy-Theorie in dieser Arbeit als Bewertungsmaß für ein- und mehrstufige Entscheidungsprobleme eingesetzt. Diese Methoden sind in der Fachliteratur unter den Begriffen „Fuzzy-Decision-Making“ (vgl. [BEL70], [SOU03]) und „Multistage-Fuzzy-Control“ (vgl. [KAC97]) bekannt. Im Folgenden werden zunächst ausgewählte Grundlagen der Fuzzy-Theorie erläutert und anschließend wird die Bewertung und Entscheidungsfindung bei Unschärfe beschrieben. Für die praktische Anwendung in den Leitkomponenten (Kapitel 5) steht insbesondere die Verwendung trapezförmiger Zugehörigkeitsfunktionen im Vordergrund, so dass im Folgenden hauptsächlich Grundlagen, Operationen und Methoden beschrieben werden, welche sich für diese Zugehörigkeitsfunktionen eignen. Aus Tabelle 5-1 kann zudem entnommen werden, in welcher Leitkomponente die im Folgenden vorgestellten Methoden jeweils eingesetzt werden.

2.1 Ausgewählte Grundlagen der Fuzzy-Theorie

In diesem Abschnitt werden ausgewählte Grundlagen zur Theorie unscharfer Mengen sowie logische und arithmetische Operationen mit unscharfen Mengen beschrieben. Es werden jedoch nur die für das weitere Verständnis erforderlichen Grundlagen geschildert, für weiterführende Informationen zur Fuzzy-Theorie wird auf die Fachliteratur wie etwa [BIE97], [KRU11] und [KIE02] verwiesen.

2.1.1 Unscharfe Mengen und Zugehörigkeitsfunktionen

Während ein Element x in der klassischen Mengenlehre zu einer Menge entweder vollkommen zuzuordnen (also $\mu(x) = 1$) oder von einer Menge vollkommen auszuschließen ist (also $\mu(x) = 0$), kann es einer unscharfen Fuzzy-Menge M zu einem bestimmten Grad μ zwischen 0 und 1 zugeordnet werden (Abbildung 2-1). (vgl. [AME11])

$$0 \leq \mu(x) \leq 1 \qquad 2.1$$

Wird jedem Element x der betrachteten Grundmenge G ein solcher Zugehörigkeitsgrad zugewiesen, entsteht eine sogenannte Zugehörigkeitsfunktion. Diese repräsentiert meist einen sprachlichen Ausdruck, so dass hierfür häufig auch der

Begriff „linguistischer Wert“ verwendet wird. Die Zugehörigkeitsfunktion definiert somit die Menge von Wertepaaren einer Fuzzy-Menge: (vgl. [KIE02])

$$M = \{(x, \mu(x)) | x \in G\} \quad 2.2$$

Sofern der Grundmenge nur die Zugehörigkeitsgrade 0 und 1 zugewiesen werden, geht die Fuzzy-Menge wieder in eine klassische Menge über. Folglich stellt die Fuzzy-Mengentheorie eine Verallgemeinerung der klassischen Mengenlehre dar.

2.1.1.1 *Eigenschaften und Merkmale von Zugehörigkeitsfunktionen*

Als Zugehörigkeitsfunktionen werden meist normalisierte und konvexe Funktionen verwendet. Eine Zugehörigkeitsfunktion ist normalisiert, wenn der maximale Zugehörigkeitsgrad mindestens eines Elementes gleich eins ist: (vgl. [AME11])

$$\max(\mu(x)) = 1 \quad 2.3$$

Eine Zugehörigkeitsfunktion ist konvex, wenn sie zunächst monoton bis zu ihrem maximalen Zugehörigkeitsgrad steigt und anschließend wiederum monoton fällt (vgl. [AME11]):

$$\mu(b) \geq \min\{\mu(a), \mu(c)\} \quad \text{mit} \quad a < b < c \quad 2.4$$

Einer unscharfen Menge M können wiederum scharfe Mengen zugeordnet werden, indem die einzelnen Elemente auf eine bestimmte Eigenschaft überprüft werden. Von besonderem Interesse ist der sogenannte α -Schnitt: (vgl. [KIE02])

$$M_\alpha = \{x \in G | \mu(x) \geq \alpha\} \quad 2.5$$

Aus der Definition ergeben sich zwei wichtige scharfe Mengen einer unscharfen Menge. Zum einen ist dies der Träger (engl.: „support“) für $\alpha = 0$, bei welchem sämtliche Elemente größer null sind (vgl. [KIE02]):

$$M_{\text{support}} = \{x \in G | \mu(x) > 0\} \quad 2.6$$

und zum anderen ist dies der Kern (engl.: „core“) für $\alpha = 1$, bei welchem sämtliche Elemente gleich eins sind (vgl. [KIE02]):

$$M_{\text{core}} = \{x \in G | \mu(x) = 1\} \quad 2.7$$

Die Zuordnung dieser scharfen Teilmengen verdeutlicht exemplarisch Abbildung 2-1.

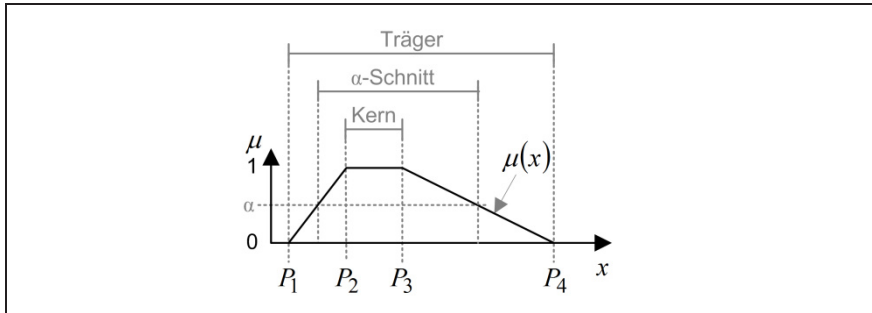


Abbildung 2-1: Merkmale einer Zugehörigkeitsfunktion: Träger, Schnitt und Kern.

Ein weiteres Merkmal einer Zugehörigkeitsfunktion ist der Schwerpunkt (engl.: „center of gravity“), der wie folgt definiert ist (vgl. [AME11]):

$$x_{CoG}(\mu(x)) = \frac{\int \mu(x) \cdot x \cdot dx}{\int \mu(x) \cdot dx} \quad 2.8$$

Die Schwerpunktmethode findet insbesondere in der Defuzzifizierung beim klassischen Fuzzy-Control ihre Anwendung, wo aus der unscharfen Berechnung wieder auf eine scharfe Größe geschlossen wird. Von besonderer Bedeutung ist die Charakterisierung des Wertebereiches, in welchem die Zugehörigkeitsfunktion den maximalen Zugehörigkeitsgrad hat. Dieses Plateau kann zudem durch die Merkmale des mittleren Maximums (engl.: „mean of maximum“; Gleichung 2.9), des geringsten Elements (engl.: „smallest maximum“; Gleichung 2.10) und des höchsten Elementes (engl.: „largest maximum“; Gleichung 2.11) charakterisiert werden. Eine exemplarische Darstellung der Zusammenhänge zeigt Abbildung 2-2. (vgl. [KRA09] und [TWF11])

$$x_{MoM}(\mu(x)) = \frac{\sum \left\{ x \mid \max_x(\mu(x)) \right\}}{\left| \left\{ x \mid \max_x(\mu(x)) \right\} \right|} \quad 2.9$$

$$x_{SoM}(\mu(x)) = \inf_x \left\{ x \mid \max_x(\mu(x)) \right\} \quad 2.10$$

$$x_{LoM}(\mu(x)) = \sup_x \left\{ x \mid \max_x(\mu(x)) \right\} \quad 2.11$$

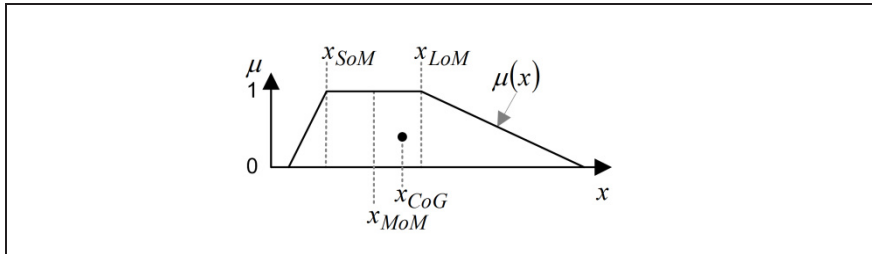


Abbildung 2-2: Merkmale einer Zugehörigkeitsfunktion: Schwerpunkt (CoG), kleinstes Maximum (SoM), mittleres Maximum (MoM) und größtes Maximum (LoM).

2.1.1.2 Parametrische Zugehörigkeitsfunktionen

Parametrische Zugehörigkeitsfunktionen ermöglichen die analytische Beschreibung einer Fuzzy-Menge (vgl. [KOC96]). Für Optimierungsverfahren ist oftmals die Differenzierbarkeit der Zugehörigkeitsfunktion von Interesse (vgl. [AME11]). Es existieren viele Vorschläge für konvexe, normalisierte und differenzierbare Zugehörigkeitsfunktionen, wobei die jeweils anzuwendende Funktion vom Anwendungsfall abhängig ist und keine universelle Empfehlung gegeben werden kann. Exemplarisch sei hierzu auf die in [KOC96] und [TWF11] vorgeschlagenen Funktionen verwiesen. Für einige Aufgabenstellungen, wie auch für den weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit, ist die Beschreibung durch stückweise lineare Funktionen ausreichend und sinnvoll.

Die Zugehörigkeitsfunktion wird dann in Abhängigkeit von vier Parametern definiert, womit sich die Hauptformen von Zugehörigkeitsfunktionen beschreiben lassen (Abbildung 2-3). Für den weiteren Verlauf wird ein Parametervektor $\underline{P}$ eingeführt, wobei das Unterstreichen der Variable kennzeichnet, dass die betrachtete Größe P durch eine stückweise lineare (trapezförmige) Zugehörigkeitsfunktion μ_P beschreiben wird:

$$\underline{P} := [P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4]^T \quad 2.12$$

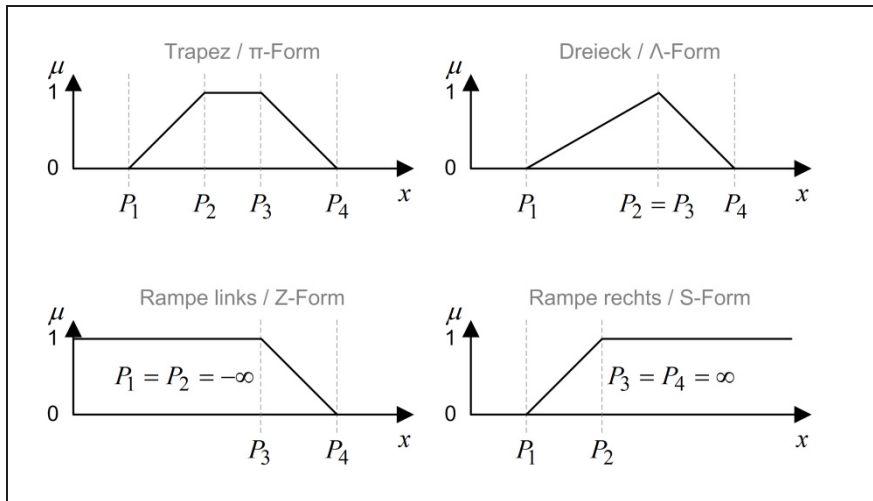


Abbildung 2-3: Grundformen von konvexen Zugehörigkeitsfunktionen (in Anlehnung an [KOC96]).

Für die trapezförmige Zugehörigkeitsfunktion gilt:

$$\mu_P(x) = f_{trap}(\underline{P}, x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq P_1 \vee x \geq P_4 \\ \frac{x - P_1}{P_2 - P_1} & \text{für } P_1 < x < P_2 \\ 1 & \text{für } P_2 \leq x \leq P_3 \\ \frac{P_4 - x}{P_4 - P_3} & \text{für } P_3 < x < P_4 \end{cases} \quad 2.13$$

Andere, in Fuzzy-Anwendungen häufig angewandte Zugehörigkeitsfunktionen, sind vor allem die Sigmoid- und die Gaußfunktion. Für weiterführende Hinweise sei auf die entsprechende Fachliteratur [BIE97], [KIE02], [KOC96] und [TWF11] verwiesen.

2.1.2 Logische Operationen auf Fuzzy-Mengen

Ein Hauptanwendungsbiet der Fuzzy-Theorie ist die unscharfe Logik, welche letztlich auch die Grundlage für das klassische Fuzzy-Control darstellt. Hierbei werden Operationen auf unscharfe Mengen angewandt, wodurch wiederum neue unscharfe Mengen entstehen. Prinzipiell wird zwischen der Negation, der UND-Operation und der ODER-Operation unterschieden.

2.1.2.1 Negation

Analog zur klassischen Logik wird das Komplement einer unscharfen Menge durch Negation berechnet. Beschreibt die Funktion $\mu(x)$ die Zugehörigkeitsgrade einzelner Elemente zur Menge M , so wird durch $\neg\mu(x)$ die komplementäre Menge definiert, welche die Ausgeschlossenheit bzw. die Nicht-Zugehörigkeit der Elemente in M charakterisiert. (vgl. [KIE02])

$$\neg\mu(x) = 1 - \mu(x) \quad 2.14$$

2.1.2.2 UND-Operation

Im Gegensatz zur Negation ist die Anwendung verknüpfender UND- bzw. ODER-Operationen von Fuzzy-Mengen nicht eindeutig definiert. Verallgemeinert wird zur Repräsentation eines UND-Operators die sogenannte T-Norm eingeführt, wobei die Zugehörigkeitsgrade der Operanden und des Ergebnisses im Wertebereich zwischen 0 und 1 liegen müssen. Folgende Notation wird eingeführt:

$$\bigcap_{i=1}^n \mu_i(x) = \mu_1(x) \cap \mu_2(x) \cap \dots \cap \mu_n(x) \quad 2.15$$

Von besonderem Interesse sind die Realisierungen der T-Normen durch die Minimumoperation (Gleichung 2.16) und das algebraische Produkt (Gleichung 2.17). In der Fachliteratur (z. B. [BIE97] oder [KIE02]) existieren zahlreiche weitere Realisierungsvorschläge.

$$\bigwedge_{i=1}^n \mu_i(x) = \min\{\mu_1(x), \mu_2(x), \dots, \mu_n(x)\} \quad 2.16$$

$$\prod_{i=1}^n \mu_i(x) = \mu_1(x) \cdot \mu_2(x) \cdot \dots \cdot \mu_n(x) \quad 2.17$$

2.1.2.3 ODER-Operation

Zur Repräsentation eines ODER-Operators wird die sogenannte S-Norm (auch T-Co-Norm) eingeführt, wobei die Zugehörigkeitsgrade der Operanden und des

Ergebnisses ebenfalls im Wertebereich zwischen 0 und 1 liegen müssen. Folgende Notation wird definiert:

$$\bigcup_{i=1}^n \mu_i(x) = \mu_1(x) \cup \mu_2(x) \cup \dots \cup \mu_n(x) \quad 2.18$$

Von besonderem Interesse sind die Realisierungen der S-Normen durch die Maximumoperation (Gleichung 2.19) und die algebraische Summe (Gleichung 2.20). Alternative Vorschläge sind ebenfalls der Fachliteratur (z. B. [BIE97] oder [KIE02]) zu entnehmen. Abbildung 2-4 zeigt exemplarisch den Einfluss der Operatoren auf die sich ergebende Zugehörigkeitsfunktion.

$$\bigvee_{i=1}^n \mu_i(x) = \max\{\mu_1(x), \mu_2(x), \dots, \mu_n(x)\} \quad 2.19$$

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n \mu_i(x) &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_i(x)) \\ &= 1 - \left((1 - \mu_1(x)) \cdot (1 - \mu_2(x)) \cdot (1 - \mu_3(x)) \cdot \dots \cdot (1 - \mu_n(x)) \right) \end{aligned} \quad 2.20$$

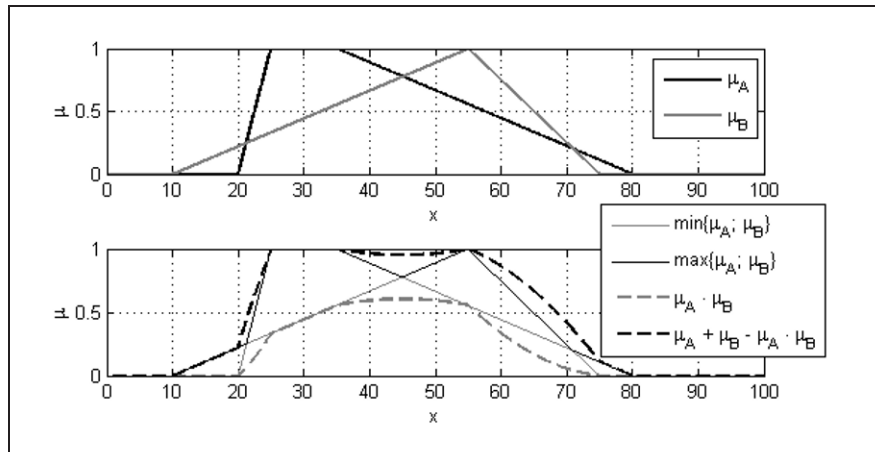


Abbildung 2-4: UND- sowie ODER-Operationen auf Fuzzy-Mengen.

2.1.3 Arithmetische Operationen auf Fuzzy-Mengen

Eine Zugehörigkeitsfunktion repräsentiert eine linguistische Variable, bei welcher es sich um eine unscharfe Quantität in Form einer unscharfen Zahl (Λ -Form, Abbildung 2-3) oder eines unscharfen Intervalls (Π -Form, Abbildung 2-3) handeln kann. Eine Fuzzy-Zahl stellt ein Sonderfall des Fuzzy-Intervalls dar, da der Träger lediglich aus einem Element besteht. Zur Verallgemeinerung werden daher im Folgenden ausschließlich Fuzzy-Intervalle betrachtet. Nach dieser Definition liegt der Gedanke nahe, nicht nur logische, sondern auch arithmetische Operationen auf unscharfen Mengen anzuwenden. Um eine unscharfe Quantität als Fuzzy-Intervall zu betrachten, muss die Zugehörigkeitsfunktion konvex, normalisiert und stückweise stetig sein. Es ist hierzu eine Arithmetik erforderlich, welche (analog zu den logischen Operatoren) aus Operanden in Form von Zugehörigkeitsfunktionen ein Ergebnis liefert, welches wiederum eine Zugehörigkeitsfunktion ist.

2.1.3.1 Exakte Methoden mit unscharfen Quantitäten

Für eine „exakte“ Berechnung arithmetischer Operationen kann das von Zadeh vorgeschlagene Erweiterungsprinzip angewandt werden (ausführliche Beschreibung in [ZAD75]). Hierbei wird für Elemente z der Ergebnismenge jeweils ein Zugehörigkeitsgrad entsprechend einer Zuordnungsvorschrift berechnet, welche auf der vorgesehenen arithmetischen Operation f basiert: (vgl. [BIE97])

$$\mu_A(z) = \sup_{z=f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \{\min\{\mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), \dots, \mu_{An}(x_n)\}\} \quad 2.21$$

In Tabelle 2-1 sind exemplarisch die sich dadurch ergebenden Methoden für die arithmetischen Grundrechenarten dargestellt. In der Realisierung dieser Arithmetik ist die Anzahl der auszuführenden Operationen von der Größe der betrachteten Grundmenge abhängig. Dies bringt für die praktische Realisierung Nachteile mit sich, da in manchen Anwendungen die tatsächlich erforderliche Grundmenge nur schwer im Vorfeld geschätzt werden kann. Die Berechnung der Ergebniszugehörigkeitsfunktionen erfolgt daher nur punktweise und kann daher einen enormen Rechenbedarf nach sich ziehen. (vgl. [BIE97])

Entwicklung fuzzybasierter Leitkomponenten für das
Klimamanagement in der präventiven Konservierung

Arnold, C.

2013, XXII, 209 S. 100 Abb., 20 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-658-03154-1