

Inhaltsverzeichnis

- Vorwort v**
- Inhaltsverzeichnis vii**
- 1 Algebraisches Denken – eine Annäherung..... 1**
 - 1.1 Abgrenzung von Arithmetik und Algebra..... 2
 - 1.2 Blick zurück nach vorn – Geschichte der Algebra..... 3
 - 1.3 Zugänge und Wege zur Algebra..... 6
 - 1.4 Warum der Weg zur Algebra steinig sein kann – Hinweise auf Einflussfaktoren..... 8
 - 1.5 Beziehungen zwischen Arithmetik und Algebra 10
 - 1.6 Warum algebraisches Denken fördern? 15
- 2 Muster und Strukturen – wegweisend für algebraisches Denken 19**
 - 2.1 Muster und Strukturen in Bildungsstandards und Lehrplänen 20
 - 2.2 Muster und Strukturen in internationalen Standards..... 22
 - 2.3 Muster regen das Denken an 25
 - 2.4 Über Folgen nachdenken – algebraisches Denken fördern 26
 - 2.5 Formen- und Farbmuster..... 28
 - 2.6 Zahlenmuster 39
 - 2.6.1 Mathematischer Hintergrund zu Zahlenfolgen..... 40
 - 2.6.2 Aktivitäten zu Zahlenfolgen..... 42
 - 2.6.3 Zahlenfolgen operativ verändern 45
 - 2.6.4 Zahlenfolgen innerhalb anderer Aufgabenformate 48
 - 2.7 Muster und Terme – Terme und Muster..... 57
 - 2.7.1 Was siehst du? – Terme in Muster hineindeuten..... 57
 - 2.7.2 Kann man das zeichnen? – Muster aus Termen entwickeln..... 62
 - 2.7.3 Sind das jetzt ‚echte‘ Beweise? - Muster und Terme im Zusammenspiel..... 68
- 3 Lineare Gleichungen und Ungleichungen 73**
 - 3.1 Gleichungen und das Gleichheitszeichen aus Sicht der Lernenden..... 73
 - 3.2 Mathematische Begriffe und Hintergrund..... 77
 - 3.3 Strukturen in Termen und Gleichungen sehen lernen – ‚Termbausteine‘..... 81
 - 3.4 Prozesse mit Konzeptideen – Lösungsverfahren linearer Gleichungen hinterfragen 88

3.5	Gleichwertigkeit herstellen.....	96
3.6	Zahlenspiele – Terme und Gleichungen ‚wirkungslos‘ variieren.....	101
3.6.1	Terme variieren	102
3.6.2	Gleichungen variieren	104
3.7	Gleichungen erfinden	107
3.8	Gleichwertigkeit beurteilen	110
3.9	Da stimmt was nicht – Gleichungen korrigieren	116
3.10	Bemerkungen zum Thema Gleichungen.....	120
4	Eigenschaften von Rechenoperationen und Beweisstrategien ..	123
4.1	Operation und Gegenoperation.....	125
4.2	Kommutativität.....	126
4.2.1	Kommutativität der Addition	126
4.2.2	Kommutativität der Multiplikation	131
4.3	Assoziativität	136
4.4	Distributivität	141
4.5	Mit Termen spielen – Konstanz erhalten.....	153
4.6	Bemerkungen zu Eigenschaften von Operationen – Algebra als bewusste Strategienutzung	162
5	Zur Bedeutung von Variablen	165
5.1	Eine kurze Geschichte der Variablen.....	166
5.2	Grundkonzepte von Variablen.....	167
5.2.1	Die Unbekannte – auf der Suche nach Mister X.....	169
5.2.2	Die Veränderliche – was passiert, wenn?	171
5.2.3	Variable als unbestimmte, allgemeine Zahl	172
5.3	Lernumgebungen zu Variablen als Unbekannte von Anfang an.....	174
5.3.1	Verbale und andere Zahlenrätsel.....	175
5.3.2	Die Unbekannte als ‚Behälter‘	183
5.3.3	Die Bedeutung unlösbarer Rätsel.....	185
5.4	Variable variieren	189
5.5	Bemerkungen zu Variablen.....	190
6	Funktionale Beziehungen nutzen	197
6.1	Mathematische Hintergründe zu Funktionen	200
6.2	Funktionales Denken	201
6.3	Funktionale Beziehungen in verschiedenen Repräsentationen.....	203
6.4	Funktionale Beziehungen aufdecken – auf der Suche nach der Regel.....	206
6.4.1	Die Funktion entschlüsseln – rekursive	
	und explizite Vorgehensweisen	208
6.4.2	Funktionale Beziehungen notieren	211
6.4.3	Eigene Regeln aufstellen und finden lassen.....	213
6.4.4	Grafische Repräsentation linearer Funktionen	215

6.5	Algebraisches Denken und Technik – Möglichkeiten von neuen und alten Technologien	218
6.5.1	Einsatz von Taschenrechnern	218
6.5.2	Einsatz von Tabellenkalkulationsprogrammen.....	220
6.6	Bemerkungen zu funktionalen Beziehungen	224
7	Schlussbemerkungen	227
7.1	Die Bedeutung der Lehrpersonen.....	227
7.2	Algebraisches Denken – auf dem Weg zu	
	mathematischen Konzepten	231
	Exkurs: Wege zur algebraischen Syntax	237
A	Von Multiplikationstafeln zur algebraischen Symbolsprache –	
	„Grid“-Algebra	238
B	Von Größenvergleichen zur algebraischen Symbolsprache –	
	„Measure Up“-Algebra	243
Anhang	249
Literatur	253
Bildnachweis	271
Index	275

Algebra in der Grundschule

Muster und Strukturen– Gleichungen– funktionale
Beziehungen

Steinweg, A.S.

2013, IX, 278 S. 170 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-8274-2079-4