2 Produktions- und Kostentheorie

2.1 Überblick

2.1.1 Gegenstand und Gliederungsmöglichkeiten der Produktions- und Kostentheorie

Im Rahmen der Produktions- und Kostentheorie

- werden die quantitativen Beziehungen zwischen den zur Leistungserstellung einzusetzenden Produktionsfaktormengen (Input) und den Ausbringungsmengen (Output) analysiert und die Einflüsse auf den Faktorverbrauch aufgezeigt (Produktionstheorie) (eine solche Definition ergibt sich aus den Ausführungen von Gutenberg 1983, S. 298 ff.; in ähnlicher Form z. B. Adam 1998, S. 105), und
- es wird der Zusammenhang zwischen Kosteneinflussgrößen (vor allem den Ausbringungsmengen) und der Kostenhöhe hergestellt, wobei unter Kosten die mit Preisen bewerteten (also in Geldeinheiten ausgedrückten) Faktoreinsatzmengen verstanden werden (Kostentheorie) (vgl. Adam 1998, S. 259 f).[1]

[1] Es wurden eine Reihe unterschiedlicher Kostenbegriffe geprägt, die an dieser Stelle nicht diskutiert werden sollen. Charakteristisch für die Kostentheorie ist, dass sie neben einer Erklärungskomponente (wie bei der Produktionstheorie) auch eine Entscheidungskomponente hat. Es können wirtschaftliche von unwirtschaftlichen Faktoreinsatz- und Outputmengen unterschieden werden, so dass sich Entscheidungen über Produktionsmengen, Zahl der einzusetzenden Aggregate etc. mit Hilfe der Kostentheorie unterstützen lassen.

J. Bloech et al., *Einführung in die Produktion*, Springer-Lehrbuch,
DOI 10.1007/978-3-642-31893-1_2,

Tab. 2.1 Überblick über die Einteilungsmöglichkeiten der Produktionstheorie

Kriterium	Einteilung
nach der Fertigungstiefe	- *einstufige* Produktion - *mehrstufige* Produktion

nach der Zahl der betrachteten Produktarten	- *Monoproduktion*
	- *Mehrproduktartenfertigung*
	  - *parallele* (*unabhängige/einfache/ unverbundene*) Produktion[1]
	  - *alternative* Produktion[2]
	  - *Kuppelproduktion*[3]

nach dem Input/Output-Verhältnis bei unterschiedlichen Ausbringungsmengen	- *homogene* Produktionsfunktion[4] - *inhomogene* Produktionsfunktion

nach den Faktoreinsatzbedingungen (FEB)	- *substitutionale* FEB[5]
	die substitutionalen FEB nach der Art der Faktorsubstitution einerseits in
	  - *partielle (periphere)* Faktorsubstitution[6]
	  - *totale (alternative)* Faktorsubstitution[7]
	andererseits in
	  - *begrenzte* Faktorvariation[8]
	  - *unbegrenzte* Faktorvariation
	- *limitationale* FEB[9]

nach der Zahl der möglichen Prozesse	- ein Prozess[10]
	  - *konstantes* Faktormengenverhältnis[11]
	  - *variables* Faktormengenverhältnis[12]
	- mehrere Prozesse[13]

nach der Berücksichtigung der Zeitverhältnisse[14]	- statische Produktionsfunktion - dynamische Produktionsfunktion
nach der Art der Beziehungen zwischen Input und Output	- *unmittelbare* Funktionsbeziehungen[15] - *mittelbare* Funktionsbeziehungen[16]

(1 Unter Parallelproduktion wird die sich gegenseitig nicht beeinflussende Produktion mehrerer Produktarten in einem Unternehmen verstanden. 2 Alternative Produktion liegt vor, wenn mehrere Produktarten um begrenzte Kapazitäten z. B. eines Universalaggregates konkurrieren. 3 Kuppelproduktion liegt vor, wenn bei einem Produktionsprozess zwingend mehrere Produktarten gleichzeitig entstehen. 4 Eine homogene Produktionsfunktion zeichnet sich dadurch aus, dass zwischen der proportionalen Erhöhung der Inputmengen und der daraus resultierenden Outputmengensteigerung ein spezielles Verhältnis besteht (vgl. Abschn. 2.2.3). 5 Im Falle substitutionaler FEB lässt sich eine gegebene Produktionsmenge durch mehrere alternative, *effiziente* Kombinationen von Faktoreinsatzmengen erstellen. 6 Die Faktoreinsatzmengenverhältnisse lassen sich bei der partiellen Faktorsubstitution zwar verändern, doch kann kein Produktionsfaktor völlig durch andere Faktoren substituiert werden. 7 Bei totaler Faktorsubstitution kann – für eine gegebene Ausbringungsmenge – der betrachtete Faktor vollständig durch eine Änderung der übrigen Faktoreinsatzmengen ersetzt werden. 8 Ein Produktionsfaktor lässt sich im Falle der begrenzten Substitution durch andere Faktoren substituieren, doch kann seine Einsatzmenge für eine gegebene Ausbringungsmenge einen bestimmten Wert nicht unterschreiten. 9 Bei limitationalen FEB gibt es für jede Outputmenge (bis auf Sonderfälle) nur eine begrenzte Zahl wirtschaftlicher Kombinationen der Faktoreinsatzmengen (vgl. Abschn. 2.3). 10 Steht *ein* Kombinationsprozess zur Verfügung, kann jede Outputmenge nur durch *eine* wirtschaftliche Einsatzmengenkombination hergestellt werden. 11 Bei konstantem Faktoreinsatzmengenverhältnis erfolgt eine Outputmengenerhöhung entlang eines *Prozessstrahles*; das Faktoreinsatzmengenverhältnis ist für jede Outputmenge gleich. 12 In diesem Fall steht für jede Outputmenge ebenfalls nur eine wirtschaftliche Faktormengenkombination zur Verfügung. Das Faktormengenverhältnis ändert sich jedoch für verschiedene Ausbringungsmengen, was durch eine nichtlineare Prozesskurve ausgedrückt werden kann. 13 Stehen mehrere Prozesse zur Verfügung, kann die Ausbringungsmenge entlang verschiedener Prozesskurven (bei konstantem Einsatzverhältnis Nullpunktgeraden) erhöht werden. Durch Bildung von Linearkombinationen der Punkte gleicher Ausbringungsmengen auf den Prozesskurven entstehen *Isooutputlinien*, die für den Fall unendlich vieler Prozesse zu *Isoquanten* (siehe Abschn. 2.3) werden. 14 Die in diesem Teil angesprochenen Produktionsfunktionen beziehen die Zeitverhältnisse (Nichtberücksichtigung der Produktionsdauer, dynamische Betrachtung komplexer Fertigungsverhältnisse etc.) auf unterschiedliche Weise in die Betrachtung ein. 15 Unmittelbare Funktionsbeziehungen liegen vor, wenn die Produktionsfunktion einen direkten Zusammenhang zwischen Inputmengen und Outputmengen abbildet. 16 Bei mittelbaren Funktionsbeziehungen wird der Zusammenhang zwischen Input und Output erst über Umwege (z. B. die Einbeziehung von Produktionsbedingungen mit Hilfe von *Verbrauchsfunktionen*, siehe Abschn. 2.4.2) erklärt.)

Im Mittelpunkt der hier dargestellten Produktionstheorie steht die Ermittlung von Produktionsfunktionen, die den funktionalen Zusammenhang zwischen dem quantitativen Einsatz von Produktionsfaktoren $r_1, r_2, \ldots, r_n$ und den Ausbringungsmengen $x_1, x_2, \ldots, x_s$ der Produktarten $1, \ldots, s$ beschreiben sollen. Oft wird eine derartige Produktionsfunktion für *ein* bestimmtes Produkt aufgestellt und hat somit folgendes Aussehen:[2]

$$x = f(r_1, r_2, \ldots, r_n)$$

x: Ausbringungsmenge des betrachteten Produktes
r_i: Einsatzmenge des Produktionsfaktors i

Blohm et al. bezeichnen derartige Produktionsfunktionen als outputorientiert, da sie Aufschluss darüber geben, wie sich die Outputmengen bei Veränderung der Inputgrößen entwickeln. Inputorientierte Produktionsfunktionen $r_\mathrm{i} = g\,(x_1, x_2, \ldots, x_s)$ beantworten dagegen die Frage, welche Menge eines Einsatzgutes i zur Erstellung der Outputmengen $x_1, x_2, \ldots, x_s$ benötigt wird (vgl. Blohm et al. 2008, S. 59).

Im Rahmen der Produktionstheorie sind eine Reihe von Einteilungskriterien denkbar (vgl. z. B. Ellinger und Haupt 1996). In Tab. 2.1 wird ein Überblick über einige dieser Kategorien gegeben. Die Gliederung des Kap. 2 hält sich jedoch nicht streng an diese Einteilungen. Vielmehr wird versucht, die im Rahmen einer Einführung relevanten Tatbestände

- am Beispiel von Produktions- und Kostenfunktionen mit ertragsgesetzlichem Verlauf,
- durch die Erläuterung limitationaler Faktoreinsatzverhältnisse,
- am Beispiel der Produktionsfunktion vom Typ B und
- durch eine Kurzbeschreibung weiterer Produktionsfunktionen[3]

darzustellen.

Im Rahmen der Kostentheorie werden hier Kostenfunktionen bestimmt, die die Beziehungen zwischen den Kosteneinflussgrößen und der Kostenhöhe ausdrücken.

Kostenfunktionen stellen die funktionale Beziehung zwischen den zum Einsatz kommenden Produktionsfaktoren und den daraus resultierenden Kosten

$$K(r_1, r_2, \ldots, r_n) = r_1 \cdot q_1 + r_2 \cdot q_2 + \ldots + r_n \cdot q_n$$

[2] Derartige Produktionsfunktionen lassen sich auch in impliziter Form, z. B. für die Monoproduktion als $F\,(r_1, r_2, \ldots, r_n, x) = 0$, aufstellen.

[3] In diesem Zusammenhang soll nochmals auf das didaktische Konzept des vorliegenden Buches hingewiesen werden. Es wird beabsichtigt, einen Überblick über grundlegende Produktionstatbestände zu geben und einige ausgewählte Bereiche ausführlicher zu beschreiben. Auf andere Konzepte zur Darstellung der Produktions- und Kostentheorie (z. B. auf Basis der Input-Output-Analyse) wird folglich nicht im Detail eingegangen (vgl. hierzu z. B. Dyckhoff 1994, 2003; Schweitzer und Küpper 1997, S. 41 ff.; Steven 1998).

Zur Erläuterung der in Tab. 2.1 angesprochenen Kriterien werden Begriffe benutzt, die in den folgenden Abschnitten teilweise noch ausführlich behandelt werden. Zum Zwecke einer problemlosen Suche über das Sachverzeichnis wurden die Begriffe, die dort zu finden sind, in der Tabelle oder der Erläuterung *kursiv* gesetzt.

r_i : Faktoreinsatzmenge des Faktors i
q_i : Preis des Faktors i

und (nach Umwandlung dieser Funktion) die Beziehung zwischen der Ausbringungsmenge x und den von ihr verursachten Kosten $K(x)$ dar (die ausführliche Herleitung des Übergangs von der Funktion $K(r_1, r_2, \ldots, r_n)$ zu $K(x)$ erfolgt in Abschn. 2.2.2).

Bei den Kostenfunktionen lassen sich neben der Einteilung nach den Produktionsfunktionen, auf deren Grundlage sie erstellt wurden, z. B.

- Funktionen auf der Basis konstanter Faktorpreise und
- Funktionen auf der Basis variabler (z. B. mengenabhängiger) Faktorpreise

sowie

- (isolierte) Modelle, die ausschließlich den Produktionsbereich beschreiben, und
- bereichsübergreifende Modelle, die neben dem Produktionsbereich auch weitere Unternehmensbereiche einbeziehen (vgl. z. B. Förstner und Henn 1970)

unterscheiden.

Im Rahmen der nachfolgenden Abschnitte wird auf der Basis konstanter Faktorpreise auf Modelle eingegangen, die nur den Produktionsbereich beschreiben.

2.1.2 Historische Entwicklung der betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie

Die Produktionstheorie entstand aus dem Bedürfnis heraus, die mengenmäßigen Beziehungen zwischen Faktoreinsatz und Ausbringungsmenge in systematischer Weise zu erklären. Damit wollte man sich von der reinen „Trial and Error"-Vorgehensweise[4] hin zu einer „planbaren" Optimierung der Erträge bzw. Faktoreinsätze bewegen. Naturgemäß war zum Zeitpunkt des Entstehens der Produktionstheorie im 18. Jahrhundert die Landwirtschaft Gegenstand der Betrachtungen. Für diesen Bereich war das Verhältnis von Bodenertrag zu aufgewandtem Arbeitseinsatz (Pflügen, Säen, Düngen etc.) von Interesse. Seiner Zeit weit voraus war Antonio Serra (Serra 1803, S. 23 ff.), der bereits 1613 in Neapel eine Studie veröffentlichte, die aussagte, dass die Erträge im Gewerbe höher seien als in der Landwirtschaft. Insbesondere würden sich die Erträge beim Einsatz zusätzlicher Mittel im Gewerbe immer weiter erhöhen, was in der Landwirtschaft nicht der Fall sei. Der Einsatz von Arbeit im Gewerbe wäre immer gewinnbringend und das Wachstum nicht, wie z. B. durch die Bodengröße im Ackerbau, begrenzt. Daher solle das Gewerbe bevorzugt gefördert werden (Wittmann 1987, S. 277 f.).

[4] „Trial and Error" bedeutet „Versuch und Fehler" und charakterisiert eine eher unsystematische Vorgehensweise.

Die erste systematische Herleitung einer Produktionsfunktion für die Landwirtschaft erfolgte durch Anne Robert Jacques Turgot (Turgot 1844, S. 418 ff.), der 1727–1781 lebte und Finanzminister unter Ludwig XVI war (Witte 1988, S. 460; Ellinger und Haupt 1996, S. 4).

Eine wichtige Erkenntnis Turgots zum Verhältnis von Bodenerträgen zu Faktoreinsätzen wird im folgenden Zitat deutlich: „Die Saat, auf einen natürlich fruchtbaren Boden ohne irgendwelche Vorbereitungen geworfen, wäre ein fast vollkommen verlorener Faktoraufwand. Wenn man den Boden nur einmal pflügt, wäre der Ertrag höher, ein zweites und ein drittes Mal Pflügen könnten ihn nicht nur verdoppeln und verdreifachen, sondern ihn vervierfachen oder verzehnfachen, so dass er sich in einer viel größeren Proportion erhöht, als der Aufwand zunimmt, und das bis zu einem bestimmten Punkt, wo die Produktquantität, verglichen mit dem Aufwand, am größten wird. Wenn man jenseits dieses Punktes den Faktoraufwand weiter erhöht, so vergrößern sich noch die Erträge, aber weniger und immer weniger, bis eine weitere Erhöhung nichts mehr einbringt, denn die Fruchtbarkeit des Bodens ist ausgeschöpft, und keine Kunst kann das ändern.“ (Turgot 1844, S. 419 f., zitiert nach Wittmann 1987, S. 275).

Hieraus lässt sich das „Gesetz erst zunehmender und dann abnehmender Ertragszuwächse“ ableiten, welches Gegenstand der Produktionsfunktion vom Typ A (Ertragsgesetz) ist und im folgenden Kapitel eingehend diskutiert wird. Die einige Jahrzehnte nach Turgot tätigen englischen Klassiker gingen von abnehmenden Ertragszuwächsen eines zunehmend eingesetzten Faktors auf einer konstanten Bodenfläche aus. Dabei dürften empirische Beobachtungen den Aussagen von z. B. Ricardo, Malthus und West zugrunde gelegen haben (Wittmann 1987, S. 272 f., zu neoklassischen Verläufen und darauf basierenden Betrachtungen siehe Steven 1998, S. 37 ff.).

Eine bedeutsame Weiterentwicklung erfuhr die Produktionstheorie durch die Arbeiten des aus Ostfriesland stammenden und in Tellow in Mecklenburg ansässigen Gutsbesitzers Johann Heinrich von Thünen (1783–1850) (Bloech et al. 1987, S. 112 f.). Durch das systematische und akribische Sammeln von Aufwands- (Hacken, Pflügen, Mähen, Kartoffelauflesen, Löcherbohren zwecks Mäusefang) und Ertragsgrößen (Ernteergebnisse) gewann er Grundlagen für Produktivitätsanalysen. Ein Beispiel aus von Thünens Werk (1826) verdeutlicht seine Arbeitsweise: „Gesetzt, das ganze auf einem Ackerstück von 100 Quadratruten gewachsene Quantum Kartoffeln betrage 100 Berliner Scheffel. Gesetzt ferner, es werden davon geerntet:

Wenn zum Auflesen angestellt werden:	Alsdann ist der Mehrertrag durch die zuletzt angestellte Person:
4 Personen 80,0 Scheffel	
5 Personen 86,6 Scheffel	6,6 Scheffel
6 Personen 91,0 Scheffel	4,4 Scheffel
7 Personen 94,0 Scheffel	3,0 Scheffel
8 Personen 96,0 Scheffel	2,0 Scheffel
9 Personen 97,3 Scheffel	1,3 Scheffel
10 Personen 98,2 Scheffel	0,9 Scheffel
11 Personen 98,8 Scheffel	0,6 Scheffel
12 Personen 99,2 Scheffel	0,4 Scheffel“

(zitiert nach Wittmann 1987, S. 279 f.).

Es wird deutlich, dass die Beobachtungen eher die Annahme neoklassischer Verläufe der Produktionsfunktion stützen, da abnehmende Ertragszuwächse festgestellt wurden. Von Thünen arbeitete damit ansatzweise das Marginalprinzip heraus. Hiernach darf der Ertragszuwachs durch die zuletzt eingesetzte Faktoreinheit nicht geringer sein als die Kosten für diese letzte Faktoreinheit. Hier entsprechen diesen Größen einem Arbeiter (Faktoreinheit) und dessen Lohn (Faktorkosten).

Zur gleichen Zeit entwickelte der deutsche Chemiker Justus von Liebig sein „Gesetz des Minimums“ (von Liebig 1862). Dieses besagt, dass der Pflanzenertrag von dem Nährstoff abhängt, der im Boden relativ im Minimum vorhanden ist. Damit verbunden ist die Überlegung, dass andere Faktoren den Minimumfaktor nicht in beliebigem Maße ersetzen (substituieren) können, womit eine (teilweise) Limitationalität (vgl. Abschn. 2.1.1) vorläge (Wittmann 1987, S. 282 ff.).[5] Dieses „Gesetz“ hat auch in anderen Feldern Bedeutung und kann als Engpassorientierung interpretiert werden, die insbesondere in der Fertigungssteuerung eine Rolle spielt (siehe auch Abschn. 6.5.5).

Alfred Mitscherlich zeigte, dass der Pflanzenertrag von allen Wachstumsfaktoren gleichzeitig abhängt (Mitscherlich 1956). Demnach ergeben sich bei sukzessiver Steigerung eines Faktors und Konstanz der übrigen Faktoren abnehmende Ertragszuwächse, d. h. streng konkave partielle Produktionsfunktionen. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die Faktoren (teilweise) gegenseitig substituieren können (Wittmann 1987, S. 285).

Für den industriellen Bereich und insbesondere bei der praktischen Produktionsplanung (siehe auch die Kap. 3–6) werden i. d. R. Leontief-Produktionsfunktionen angenommen. Diese wurden von dem Harvard-Professor und Nobelpreisträger von 1973 Wassily Wassilowitsch Leontief im Rahmen seiner volkswirtschaftlichen Input-Output-Analyse er-

[5] Für alle Studenten, die Schwierigkeiten mit dem Studium haben, folgender Trost: Von Liebig, nach dem die Universität Gießen benannt wurde, galt in der Schule als „hoffnungslos nutzlos“ und verließ diese ohne Abitur. Dank seiner Spezialbegabung erhielt er eine direkte Universitätszulassung und wurde im Alter von 19 Jahren Privatassistent von Prof. Kastner. Er erfand den Mineraldünger und galt als „Scharfrichter“ der Chemie.

arbeitet (Leontief 1955, S. 39–49). In diesen Produktionsfunktionen wird davon ausgegangen, dass sich alle Faktorverbräuche r_i ($i = 1, \dots, n$) direkt proportional zur Ausbringungsmenge x verhalten. Somit benötigt jede zusätzliche Produkteinheit den gleichen zusätzlichen Faktormengeneinsatz. Diese Limitationalität wird durch den Produktionskoeffizienten $a_i = x/r_i$ verdeutlicht, wobei der kleinste Koeffizient die Ausbringungsmenge bestimmt (Witte 1988, S. 460; Hesse und Linde 1976b, S. 39 ff.).

Neben den bisher skizzierten Produktionsfunktionen, die die Faktoreinsatzmengen direkt zu den Ausbringungsmengen in Beziehung setzen, wurden solche Funktionen erarbeitet, die technische und organisatorische Parameter in die Betrachtung einbeziehen. Diese Entwicklung ist vor allem auf die zunehmende Industrialisierung und die Technisierung der Fertigung zurückzuführen. Auf diese Weise wurde versucht, die Fertigungssituation besser abzubilden.

Besonders hervorzuheben sind hier die von Erich Gutenberg entwickelten Verbrauchsfunktionen für Aggregate (Gutenberg 1983). Der Faktorverbrauch wird in Abhängigkeit von der Leistung des Aggregats gemessen, wobei die weiteren technischen Daten der Maschine als konstant angenommen werden. Die Ausbringungsmenge kann sowohl durch Variation der Betriebsdauer als auch durch Einstellung unterschiedlicher Leistungsgrade gesteuert werden. Dieser auch als Produktionsfunktion vom Typ B bezeichnete Funktionstyp wird eingehend in Abschn. 2.4 diskutiert.

Auf weitere Typen von Produktionsfunktionen wird in Abschn. 2.5 kurz eingegangen.

2.2 Produktions- und Kostenfunktionen mit ertragsgesetzlichem Verlauf

2.2.1 Produktionsfunktion vom Typ A mit einem variablen Faktor

Obwohl das Ertragsgesetz für den landwirtschaftlichen Bereich entwickelt wurde, eignet es sich prinzipiell auch zur Analyse von Fragestellungen in anderen Bereichen. Da die Komponenten des Gesamtbetriebes jedoch nur in stark aggregierter Form betrachtet werden können, lassen sich mit Hilfe des Ertragsgesetzes nur globale Zusammenhänge verdeutlichen. Dabei ist es möglich, die Kombination *mehrerer* Einsatzfaktoren mit Hilfe dieser Produktionsfunktion vom Typ A abzubilden. Um die Wirkung des Einsatzes *einer* Faktorart auf die Outputmenge (Ertrag) bestimmen zu können, wird zunächst nur dieser Einsatz als variabel angenommen, die Einsätze aller übrigen Faktorarten werden konstant gehalten. Damit kann die allgemeine Produktionsfunktion

$$x = f(r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_n)$$

unter Zusammenfassung aller Einsatzfaktormengen mit Ausnahme des zu variierenden Faktors i in einem Vektor c wie folgt formuliert werden:

$$x = f(r_i, c); \quad c = (r_1, \dots, r_{i-1}, r_{i+1}, \dots, r_n).$$

Ertragsgesetzliche Verläufe der Produktionsfunktion setzen folgende Bedingungen voraus (vgl. auch Blohm et al. 2008, S. 70):

a) Es wird in einem einstufigen Fertigungsprozess eine Produktart hergestellt.
b) Die Einsatzmenge des betrachteten Faktors ist variierbar und beliebig teilbar.
c) Die Einsatzmengen der übrigen Faktoren lassen sich konstant halten.
d) Die Substituierbarkeit der Einsatzfaktoren ist begrenzt („nicht vollständig").
e) Die Qualität der Produktionsfaktoren und des Outputs ist konstant.
f) Die Produktionstechnik, -zeit und -intensität werden nicht verändert.

Das folgende Beispiel mag die Anwendungsvoraussetzungen und den Verlauf der Produktionsfunktion verdeutlichen:

Auf einer gegebenen Ackerfläche wird Weizen angebaut (Prämisse a). Variierbare Einsatzfaktoren sind die Mengen an aufgewendetem Saatgut und Dünger sowie der Arbeitseinsatz für diverse Tätigkeiten wie Pflügen, Ernten etc. bei einer als gegeben angenommenen Ausstattung mit landwirtschaftlichen Maschinen. Für ein bestimmtes Niveau $r_j > 0$ (für alle $j \neq \mathrm{i}$) aller Faktoreinsatzmengen mit Ausnahme der Mengen eines Faktors i (z. B. Saatgut) wird nun der Einfluss von Variationen dieses Faktors auf die Erntemenge untersucht (Prämissen b, c). Die begrenzte Substituierbarkeit der variierbaren Faktoren ergibt sich aus der Tatsache, dass z. B. trotz eines sehr hohen Einsatzes an Saatgut der Ertrag eine bestimmte Menge nicht überschreiten kann, wenn nicht auch der Arbeitseinsatz bei der Ernte erhöht wird. Das bedeutet auch, dass das Niveau der konstant gehaltenen Faktoreinsatzmengen größer als Null sein muss (ohne Arbeitseinsatz keine Ernte – Prämisse d). Die übrigen Prämissen bedeuten bezogen auf das Beispiel, dass von gleicher Qualität bei Saatgut, Düngemittel etc. sowie Weizen (Prämisse e) und konstanten Produktionsbedingungen (Wetter, Saat- und Erntezeit usw. – Prämisse f) ausgegangen wird.

Das Ertragsgesetz sagt aus, dass die sukzessive Vergrößerung der Einsatzmenge eines Produktionsfaktors bei konstantem Einsatz der anderen Produktionsfaktoren zunächst zu steigenden, dann zu sinkenden und schließlich zu negativen Ertragszuwächsen führt. Da ein eindeutiger, *funktionaler* Zusammenhang zwischen der Faktoreinsatzmenge r_i und der Ausbringungsmenge x unterstellt wird, führt jede gegebene Einsatzmenge $r_{i,\mathrm{a}}$ unter den vorliegenden Prämissen zu genau einer Outputmenge x_{a}. Somit ist die Fläche unterhalb der Gesamtertragskurve $x(r_i,c)$ nicht Bestandteil der Produktionsfunktion.[6]

Die Abb. 2.1 zeigt die charakteristischen vier Phasen des ertragsgesetzlichen Verlaufs für die Gesamtertragskurve x, die Durchschnittsertragsfunktion e und die Grenzertragskurve x' sowie deren Ableitung x''.

[6] Lücke (1979, Sp. 1625) erklärt Punkte unterhalb der Gesamtertragskurve x damit, „dass verwendete Faktoren nicht gemäß der ertragsgesetzlichen Wirksamkeit eingesetzt werden". Ähnlich lassen sich die Darstellungen in den meisten Quellen zu diesem Thema deuten. Allerdings impliziert diese Sichtweise die Annahme anderer Modellprämissen.

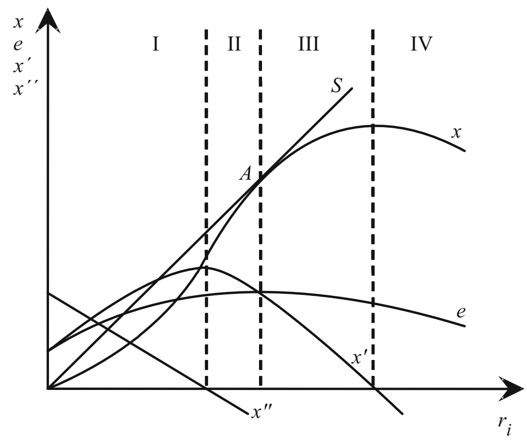

Abb. 2.1 Die vier Phasen der Produktionsfunktion vom Typ A

Im Folgenden werden die einzelnen Funktionsverläufe der Abb. 2.1 näher erläutert:

- Die *Gesamtertragskurve* $x(r_i,c)$ zeigt die Wirkung einer sukzessiven Erhöhung der Einsatzmenge des Faktors r_i auf den Ertrag x bei Konstanz der übrigen Einsatzmengen. Die Funktion steigt bis zu ihrem Wendepunkt (Ende der Phase I) progressiv, in den Phasen II und III dagegen degressiv, d. h. es sind weitere Ertragssteigerungen durch einen zusätzlichen Faktoreinsatz möglich. Das Ertragsmaximum legt den Beginn der Phase IV fest, in der die Ertragsfunktion fällt. Hier ist eine Produktion nicht mehr sinnvoll (ineffizient), da mit einem größeren Faktoreinsatz ein geringerer Ertrag erzielt wird bzw. der gleiche Ertrag mit einem geringeren Faktoreinsatz erzielt werden könnte.
- Die *Grenzproduktivität*[7] $x' = \partial x/\partial r_i$ gibt die Steigung der Gesamtertragskurve $x(r_i,\mathrm{c})$ an jeder Stelle an. Veränderungen der Einsatzmenge um Δr_i und daraus resultierende Outputänderungen Δx lassen sich mit Hilfe des Differenzenquotienten $\Delta x/\Delta r_i$ ausdrücken. Wird für die Inputveränderung eine Grenzwertbildung $\Delta r_i \to 0$ vorgenommen, so erhält man den Grenzertrag (das Grenzprodukt).
- Der *Grenzertrag* $\mathrm{d}x = \partial x/\partial r_i \cdot \mathrm{d}r_i$ zeigt die Outputänderung dx bei einer infinitesimal kleinen Veränderung der Faktoreinsatzmenge dr_i an. Mathematisch ist der Grenzertrag das Differential der Ertragsfunktion.[8] Wird $\mathrm{d}r_i = 1$ gesetzt, so entsprechen sich Grenzproduktivität und Grenzertrag, so dass die Begriffe häufig nicht scharf voneinander getrennt werden. Die Grenzertragskurve nimmt bei derjenigen Faktoreinsatzmenge ihr Maximum an, bei der die Gesamtertragskurve ihren Wendepunkt aufweist, und fällt danach. In Phase IV wird sie negativ.

[7] Grundsätzlich können für die Produktionsfunktion $x(r_1, \ldots, r_n)$ partielle Grenzproduktivitäten $\partial x/\partial r_1, \ldots, \partial x/\partial r_n$ berechnet werden. Da hier nur der Faktor i als variabel angenommen wurde, wird lediglich eine Grenzproduktivität $\partial x/\partial r_i$ betrachtet.

[8] Bei mehreren variablen Faktoren ergibt sich das totale Grenzprodukt als Summe der partiellen Grenzprodukte: $dx = \partial x/\partial r_1 \cdot dr_1 + \ldots + \partial x/\partial r_n \cdot dr_n$.

http://www.springer.com/978-3-642-31892-4

Einführung in die Produktion
Bloech, J.; Bogaschewsky, R.; Buscher, U.; Daub, A.;
Götze, U.; Roland, F.
2014, XXIII, 383 S. 103 Abb., Softcover
ISBN: 978-3-642-31892-4