

# Vorwort

Das vorliegende Buch gibt eine Einführung in die Funktionalanalysis und Operatortheorie auf dem Niveau eines Master-Studiengangs. Es ist aus Vorlesungen entstanden, die der Autor mehrmals an der TU Dortmund gehalten hat. Das Buch richtet sich an Studierende der Fachrichtungen Mathematik und Physik kurz vor oder nach dem Bachelor-Examen, die bereits über Grundkenntnisse der Funktionalanalysis etwa im Umfang des Buches

[GK] Winfried Kabblo: *Grundkurs Funktionalanalysis*, Spektrum Verlag 2011

verfügen, und kann als Fortsetzung dieses Grundkurses angesehen werden. An weiteren Vorkenntnissen werden neben dem Stoff der Anfängervorlesungen einige Grundlagen der Funktionentheorie, Topologie und Maßtheorie benötigt.

Ein zentrales Thema des Buches ist die Untersuchung *linearer Gleichungen* und die Analyse der diese Gleichungen beschreibenden *linearen Operatoren*. Insbesondere fragen wir nach *Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen*, deren *Abhängigkeit von Parametern* sowie nach der Existenz von *stetigen* oder sogar *stetigen und linearen Lösungsoperatoren*. Wir studieren *partielle Differentialoperatoren* zwischen *lokal konvexen Räumen* von Funktionen oder *Distributionen* und als *selbstadjungierte Operatoren* in Hilberträumen, z. B. *Hamilton-Operatoren* der Quantenmechanik. Auf Banachräumen untersuchen wir *Fredholmoperatoren*, z. B. *singuläre Integraloperatoren*, sowie verschiedene Klassen *kompakter Operatoren*, z. B. *Integraloperatoren* mit Kernen vorgegebener Glattheit. Wichtige Methoden zur Untersuchung linearer Operatoren sind die *Prinzipien der Funktionalanalysis*, die *Fourier-Transformation*, *Abschätzungen von Sobolev-Normen*, *Dualitäts-Argumente*, *Strukturaussagen* über Banachräume und lokal konvexe Räume, die *Mittag-Leffler-Methode*, *Banachalgebra-Techniken*, insbesondere die *Gelfand-Transformation*, *Funktionalkalküle* und *Spektralzerlegungen*. Eine genauere Übersicht über die in diesem Buch behandelten Themen geben das detaillierte Inhaltsverzeichnis sowie die Einleitungen zu den drei Teilen und zu den Kapiteln des Buches.

Kapitel 1 über Frécheträume ist die Grundlage für alle weiteren Kapitel, ansonsten sind die drei Teile des Buches weitgehend unabhängig voneinander lesbar. Die Auswahl der Themen ist natürlich stark von den persönlichen Interessen des Autors beeinflusst. Auf andere wichtige Themen der Funktionalanalysis und Operatortheorie gehen wir gar nicht oder viel zu knapp ein, geben aber einige Hinweise auf weiterführende Literatur. Andererseits sind Teile des vorliegenden Buches in der bisherigen Lehrbuch-Literatur gar nicht, nur sehr selten oder in wesentlich anderer Form behandelt; dies trifft insbesondere auf die Abschnitte 5.3, 9.2–9.5, 12.1–12.6, 13.5, 14.3–14.4 und 16.7 zu.

Das Buch sollte als Begleittext zu Vorlesungen über die skizzierten Themen wie auch zum Selbststudium gut geeignet sein. Der Autor hat sich wieder sehr um eine

ausführliche und möglichst gut verständliche Darstellung bemüht. Abstrakte Theorien werden durch viele Beispiele motiviert und auf konkrete Probleme der Analysis angewendet. Zur Veranschaulichung des Stoffes dienen Abbildungen, die mit Hilfe des Programms *TeXCad32* angefertigt wurden. Anhand vieler Übungsaufgaben können Sie Ihr Verständnis des Stoffes testen, anhand anderer diesen selbstständig weiterentwickeln. Lösungen finden Sie auf der Webseite zum Buch unter [www.springer.de](http://www.springer.de).

Herrn Prof. Dr. B. Gramsch danke ich für die Anregung, dieses Buch zu schreiben. Für die kritische Durchsicht von Teilen früherer Versionen des Textes danke ich meiner Frau M. Sc. Paz Kaballo sowie den Herren Dr. P. Furlan, Dipl.-Math. M. Jaraczewski und Dr. J. Sawollek, Herrn Dr. P. Furlan insbesondere auch für sein Programm *TeXCad32*. Nicht zuletzt gilt mein Dank Herrn Dr. A. Rüdinger vom Spektrum-Verlag für die vertrauensvolle Zusammenarbeit.

Dortmund, im Juli 2013

Winfried Kaballo

Aufbaukurs Funktionalanalysis und Operatortheorie

Distributionen - lokalkonvexe Methoden -

Spektraltheorie

Kaballo, W.

2014, XI, 493 S. 30 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-37793-8