

# Inhaltsverzeichnis

|                              |           |
|------------------------------|-----------|
| <b>Abbildungsverzeichnis</b> | <b>XI</b> |
|------------------------------|-----------|

|  |          |
|--|----------|
| <b>I Balancieren mit Differentialgleichungen: Der Segway</b> | <b>1</b> |
|--|----------|

Jörg Härterich, Martin Mönnigmann, Aeneas Rooch, Moritz Schulze Darup

|                      |          |
|----------------------|----------|
| <b>1 Die Aufgabe</b> | <b>3</b> |
|----------------------|----------|

|  |   |
|--|---|
| 1.1 Steckbrief . . . . .                       | 3 |
| 1.2 Ausführliche Projektbeschreibung . . . . . | 3 |
| 1.3 Mathematische Inhalte . . . . .            | 4 |

|                                |          |
|--------------------------------|----------|
| <b>2 Die Schritte zum Ziel</b> | <b>5</b> |
|--------------------------------|----------|

|  |   |
|--|---|
| 2.1 Ein einfaches Modell aufstellen . . . . .                    | 5 |
| 2.2 Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben . . . . . | 5 |
| 2.3 Zwischenbilanz . . . . .                                     | 8 |
| 2.4 Regelung durch Zustandsrückführung . . . . .                 | 8 |

|                       |           |
|-----------------------|-----------|
| <b>3 Die Lösungen</b> | <b>11</b> |
|-----------------------|-----------|

|   |    |
|---|----|
| 3.1 Ein einfaches Modell aufstellen (Aufgaben 2.1) . . . . .          | 11 |
| 3.2 Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben (Aufgaben 2.2) | 12 |
| 3.2.1 Aufstellen der Bewegungsgleichung . . . . .                     | 12 |
| 3.2.2 Linearisieren der Bewegungsgleichung . . . . .                  | 14 |
| 3.2.3 Lösen der Bewegungsgleichung . . . . .                          | 17 |
| 3.3 Zwischenbilanz (Aufgaben 2.3) . . . . .                           | 21 |
| 3.4 Regelung durch Zustandsrückführung (Aufgaben 2.4) . . . . .       | 26 |
| 3.4.1 Eingang abhängig vom Zustand . . . . .                          | 26 |
| 3.4.2 Bestimmung einer Reglermatrix . . . . .                         | 27 |
| 3.4.3 Die Lösung der neuen Bewegungsgleichungen . . . . .             | 28 |
| 3.5 Exkurs: Anwendung der Zustandsrückführung . . . . .               | 29 |

|                         |           |
|-------------------------|-----------|
| <b>4 Das Experiment</b> | <b>35</b> |
|-------------------------|-----------|

|  |    |
|--|----|
| 4.1 Der Versuchsstand . . . . .                                | 35 |
| 4.2 Implementierung und Auswertung des Regelgesetzes . . . . . | 36 |
| 4.3 Experimentieren mit dem inversen Pendel . . . . .          | 40 |
| 4.4 Vom inversen Pendel zum Segway . . . . .                   | 42 |

|                                  |           |
|----------------------------------|-----------|
| <b>5 Exemplarischer Zeitplan</b> | <b>47</b> |
|----------------------------------|-----------|

**II Cool bleiben: Design eines Rippenkühlers 51**

Jörg Härterich, Aeneas Rooch

|   |           |
|---|-----------|
| <b>6 Die Aufgabe</b>  | <b>53</b> |
| 6.1 Steckbrief . . . . .  | 53        |
| 6.2 Ausführliche Projektbeschreibung . . . . .                        | 53        |
| 6.3 Mathematische Inhalte . . . . .                                   | 54        |
| <b>7 Die Schritte zum Ziel</b>  | <b>55</b> |
| 7.1 Wärmetransport . . . . .  | 55        |
| 7.2 Verstehen, wie Wärme fließt . . . . .                             | 55        |
| 7.3 Warmup: Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung . . . . .        | 56        |
| 7.4 Der Temperaturverlauf in Kühlrippen . . . . .                     | 57        |
| 7.5 Den Wirkungsgrad optimieren . . . . .                             | 61        |
| 7.6 Die Anzahl der Rippen optimieren . . . . .                        | 62        |
| <b>8 Die Lösungen</b>   | <b>65</b> |
| 8.1 Wärmetransport . . . . .  | 65        |
| 8.2 Verstehen, wie Wärme fließt . . . . .                             | 66        |
| 8.3 Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung . . . . .                | 67        |
| 8.3.1 Aufstellen der Wärmeleitungsgleichung . . . . .                 | 67        |
| 8.4 Der Temperaturverlauf in Kühlrippen . . . . .                     | 72        |
| 8.4.1 Wärmeübergang durch Differentialgleichung beschreiben . . . . . | 72        |
| 8.4.2 Rechteckiges Rippenprofil . . . . .                             | 74        |
| 8.4.3 Parabolisches Rippenprofil . . . . .                            | 77        |
| 8.4.4 Dreieckiges Rippenprofil . . . . .                              | 79        |
| 8.4.5 Diskussion der Annahmen . . . . .                               | 82        |
| 8.5 Den Wirkungsgrad optimieren . . . . .                             | 83        |
| 8.5.1 Eine einzelne Rippe optimieren . . . . .                        | 83        |
| 8.5.2 Maximaler Wärmefluss . . . . .                                  | 85        |
| 8.6 Die Anzahl der Rippen optimieren . . . . .                        | 87        |
| <b>9 Exemplarischer Zeitplan</b>                                      | <b>95</b> |

**III Mit Trigonometrie schaukelfrei ans Ziel: Kransteuerung 97**

Jörg Härterich, Martin Mönnigmann, Aeneas Rooch

|   |           |
|---|-----------|
| <b>10 Die Aufgabe</b>                           | <b>99</b> |
| 10.1 Steckbrief . . . . .                       | 99        |
| 10.2 Ausführliche Projektbeschreibung . . . . . | 99        |
| 10.3 Mathematische Inhalte . . . . .            | 100       |

|  |            |
|--|------------|
| <b>11 Die Schritte zum Ziel</b>  | <b>101</b> |
| 11.1 Modellierung  | 101        |
| 11.2 Linearisierung der Bewegungsgleichungen                                     | 103        |
| 11.3 Der vorsichtige Kranführer: cosinusförmige Beschleunigung                   | 104        |
| 11.4 Der sportliche Kranführer: Rechteck-Beschleunigung                          | 110        |
| 11.5 Abschließender Vergleich  | 114        |
| <b>12 Die Lösungen</b>   | <b>115</b> |
| 12.1 Die Bewegungsgleichung (Aufgaben 11.1)                                      | 115        |
| 12.2 Von der nichtlinearen zur linearen Differentialgleichung<br>(Aufgaben 11.2) | 117        |
| 12.2.1 Vergleich des nichtlinearen Modells mit der linearisierten<br>Form        | 118        |
| 12.3 Lösung für eine cosinusförmige Beschleunigung (Aufgaben 11.3)               | 121        |
| 12.3.1 Aufstellen der Differentialgleichung                                      | 121        |
| 12.3.2 Lösen der Differentialgleichung   | 123        |
| 12.3.3 Die Dauer der Beschleunigungsphase  | 125        |
| 12.3.4 Die maximale Beschleunigung   | 127        |
| 12.3.5 Konkrete Sonderfälle  | 129        |
| 12.3.6 Zahlenbeispiele   | 131        |
| 12.4 Lösung für eine Rechteck-Beschleunigung (Aufgaben 11.4)                     | 137        |
| 12.4.1 Die Beschleunigungsphase  | 137        |
| 12.4.2 Die Bremsphase  | 140        |
| 12.4.3 Die Symmetriebedingung  | 141        |
| 12.4.4 Die Bewegung in der Fahrtphase  | 142        |
| 12.4.5 Zahlenbeispiele   | 145        |
| 12.5 Abschließender Vergleich  | 148        |
| 12.6 Unter der Lupe: Optimalsteuerung  | 148        |
| <b>13 Exemplarischer Zeitplan</b>  | <b>151</b> |
| <b>IV Immer mit der Ruhe: Schwingungstilgung</b>                                 | <b>153</b> |
| Jörg Härterich, Philipp Junker, Aeneas Rooch                                     |            |
| <b>14 Die Aufgabe</b>  | <b>155</b> |
| 14.1 Steckbrief  | 155        |
| 14.2 Ausführliche Projektbeschreibung  | 155        |
| 14.3 Mathematische Inhalte   | 158        |
| <b>15 Die Schritte zum Ziel</b>  | <b>159</b> |
| 15.1 Verstehen, wie sich die Masse bewegt  | 159        |
| 15.2 Realistischer modellieren mit Dämpfung                                      | 160        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 15.3      | Werkzeug: Lineare Differentialgleichungssysteme lösen . . . . .    | 164        |
| 15.4      | Das Praxisproblem lösen . . . . .                                  | 165        |
| <b>16</b> | <b>Die Lösungen</b>  | <b>167</b> |
| 16.1      | Verstehen, wie sich die Masse bewegt (Aufgaben 15.1) . . . . .     | 167        |
| 16.1.1    | Lösung der Bewegungsgleichung . . . . .                            | 167        |
| 16.1.2    | Bewegungsgleichung bei Anregung . . . . .                          | 168        |
| 16.1.3    | Begriffe klären . . . . .  | 174        |
| 16.1.4    | Vermessen des Versuchsaufbaus . . . . .                            | 174        |
| 16.2      | Realistischere Modellierung mit Dämpfung (Aufgaben 15.2) . . . . . | 175        |
| 16.2.1    | Dämpfungskraft . . . . .   | 175        |
| 16.2.2    | Bewegungsgleichung mit Dämpfung . . . . .                          | 175        |
| 16.2.3    | Bewegungsgleichung mit Dämpfung bei Anregung . . . . .             | 177        |
| 16.3      | Lineare Differentialgleichungssysteme (Aufgaben 15.3) . . . . .    | 183        |
| 16.4      | Das Praxisproblem (Aufgaben 15.4) . . . . .                        | 192        |
| 16.4.1    | Korrektur der ersten Masse . . . . .                               | 192        |
| 16.4.2    | Aufstellen des homogenen DGL-Systems . . . . .                     | 192        |
| 16.4.3    | Bestimmen der Eigenfrequenzen . . . . .                            | 194        |
| 16.4.4    | Lösen des inhomogenen DGL-Systems . . . . .                        | 202        |
| 16.4.5    | Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL . . . . .                    | 205        |
| <b>17</b> | <b>Das Experiment</b>  | <b>209</b> |
| 17.1      | Experimenteller Aufbau . . . . .                                   | 209        |
| 17.1.1    | Ziele und Anforderungen . . . . .                                  | 209        |
| 17.1.2    | Aufbau und Fertigung . . . . .                                     | 210        |
| 17.2      | Durchführung . . . . .   | 217        |
| <b>18</b> | <b>Exemplarischer Zeitplan</b>                                     | <b>221</b> |

Das Mathe-Praxis-Buch

Wie Ingenieure Mathematik anwenden - Projekte für die  
Bachelor-Phase

Härterich, J.; Rooch, A.

2014, XII, 222 S. 43 Abb., 20 Abb. in Farbe., Softcover

ISBN: 978-3-642-38305-2