

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	1
	Literatur	4
<b>2</b>	<b>Was ist ein Beweis?</b>	7
2.1	Begriffsklärung	7
2.2	Einzelne Aspekte im Fokus	8
2.2.1	Produkt- und Prozesscharakter	8
2.2.2	Formale Strenge	9
2.2.3	Wahrheit und Gültigkeit	10
2.2.4	Art des Arguments	10
2.2.5	Semantik und Syntaktik	11
2.3	Die kommunikative Bedeutung von Beweisen	12
2.4	Die Funktionen von Beweisen	13
2.4.1	Zwei Hauptfunktionen von Beweisen	13
2.4.2	Fünf Funktionen von Beweisen in der Übersicht	14
2.4.3	Ergänzende Funktionen	14
2.5	Verschiedene Typen von Beweisen	15
2.5.1	Unterschiedliche Beweise aus der Sicht des Faches	15
2.5.2	Pragmatisches und intellektuelles Beweisen	16
2.5.3	Drei Beweistypen nach Wittmann und Müller (1988)	17
2.5.4	Genetisches Beweisen	20
2.5.5	Weitere Ansätze	20
2.5.6	Konkretisierung an einem Beispiel	21
	Literatur	24
<b>3</b>	<b>Argumentieren, Begründen und Beweisen</b>	27
3.1	Argumentationsbegriff	27
3.2	Zum Verhältnis von Argumentieren, Begründen und Beweisen	29
3.3	Argumentieren, Begründen und Beweisen im Spiegel der Bildungsstandards	31
3.4	Argumentieren, Begründen und Beweisen im Spiegel der großen Leistungsmessungsstudien	33

3.4.1	Argumentieren, Begründen und Beweisen in der TIMSS-Konzeption .....	34
3.4.2	Argumentieren, Begründen und Beweisen in der PISA-Konzeption .....	34
3.5	Schematisierung der Argumentstruktur .....	35
3.5.1	Prämissen und Konklusion .....	36
3.5.2	Teile und Struktur eines Arguments .....	38
3.6	Begründungsarten .....	41
3.6.1	Induktion und Deduktion .....	41
3.6.2	Abduktion .....	43
3.6.3	Weitere Begründungsarten .....	44
3.6.4	Konkretisierung an einem Beispiel .....	45
3.7	Zusammenfassung .....	48
	Literatur .....	51
<b>4</b>	<b>Begründen und Beweisen – vielschichtige kognitive Prozesse .....</b>	<b>55</b>
4.1	Sozialer Rahmen des Diskurses .....	55
4.2	Ausgangslage und Zielsetzung des Prozesses .....	56
4.2.1	Fehlende Gewissheit als Ausgangslage .....	56
4.2.2	Zielsetzung des Beweisens .....	57
4.2.3	Schließen: Die Verbindung zwischen Ausgangslage und Zielsetzung .....	59
4.3	Beweisen – eine Folge von Einzelaktivitäten .....	60
4.3.1	Drei unterschiedliche Aktivitäten .....	60
4.3.2	Beweisen in sieben Schritten .....	61
4.4	Formulieren und Kommunizieren .....	62
4.4.1	Begriffsbestimmung .....	62
4.4.2	Formulieren aus Sicht der aktuellen Bildungsstandards .....	62
4.4.3	Formulieren mit Alltagsbegriffen und wissenschaftlichen Begriffen ...	63
4.4.4	Mathematische Fachsprache und formale Sprache .....	65
4.4.5	Konkretisierung an einem Beispiel .....	67
4.5	Formen der Gewissheit .....	69
4.6	Ein Prozessmodell des schulischen Beweisens .....	71
	Literatur .....	75
<b>5</b>	<b>Begründen und Beweisen lernen und lehren .....</b>	<b>79</b>
5.1	Beweisen lernen .....	79
5.1.1	Beweiskompetenz .....	79
5.1.2	Motivationale und emotionale Aspekte der Beweiskompetenz ...	81
5.1.3	Befunde zur Beweiskompetenz von Schülerinnen und Schülern ...	82
5.2	Was ist so schwierig am Beweisen? .....	84
5.2.1	Schwierigkeiten auf der Individualebene .....	84
5.2.2	Schwierigkeiten auf der Klassenebene .....	86

---

5.3	Beweisen lehren .....	87
5.3.1	Beweisen lernen: Anregung und Unterstützung .....	87
5.3.2	Didaktische Modelle zum Lehren von Beweisen .....	94
5.4	Beweisaufgaben und Beweisprobleme .....	101
	Literatur .....	102
<b>6</b>	<b>Beweisen – ein Beispiel</b> .....	107
6.1	Kontext .....	107
6.2	Unterstützung während Phasen selbstständiger Arbeit .....	108
6.2.1	Trennen von Voraussetzung und Behauptung .....	108
6.2.2	Eine erste unvollständige Lösungsidee .....	109
6.2.3	Klärung auf inhaltlich-semantischer bzw. begrifflicher Ebene ....	111
6.2.4	Variation der Voraussetzungen .....	112
6.2.5	Von einem Argument zum nächsten .....	113
6.2.6	Beinahe vollständiger formal-deduktiver Ansatz .....	116
6.3	Präsentation und Diskussion der Lösungen .....	118
6.3.1	Experimenteller und operativer Beweis .....	118
6.3.2	Formal-deduktiver Beweis .....	120
6.3.3	Vergleich der beiden Lösungen .....	123
6.3.4	Reflexion eines Fehlers .....	123
6.3.5	Weiterführung .....	124
6.4	Fazit und Ausblick .....	124
	Literatur .....	126

Mathematisches Argumentieren, Begründen und  
Beweisen

Grundlagen, Befunde und Konzepte

Brunner, E.

2014, XII, 126 S. 40 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-41863-1