
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die Finite-Elemente-Methode im Überblick	1
1.2	Grundlagen zur Modellbildung	2
	Literatur	4
2	Motivation zur Finite-Elemente-Methode	5
2.1	Aus der ingenieurmäßigen Anschauung motivierte Verfahren	5
2.1.1	Die Matrix-Steifigkeitsmethode	6
2.1.2	Übergang zum Kontinuum	10
2.2	Integralprinzipien	16
2.3	Die Methode der gewichteten Residuen	18
2.3.1	Verfahren auf Basis des inneren Produktes	19
2.3.2	Verfahren auf Basis der schwachen Formulierung	22
2.3.3	Verfahren auf Basis der inversen Formulierung	24
2.4	Beispielprobleme	24
	Literatur	30
3	Stabelement	31
3.1	Grundlegende Beschreibung zum Zugstab	31
3.2	Das Finite Element Zugstab	34
3.2.1	Herleitung über Potenzial	37
3.2.2	Herleitung über Satz von Castigliano	38
3.2.3	Herleitung über das Prinzip der gewichteten Residuen	39
3.2.4	Herleitung über das Prinzip der virtuellen Arbeit	42
3.3	Beispielprobleme und weiterführende Aufgaben	44
3.3.1	Beispielprobleme	44
3.3.2	Weiterführende Aufgaben	49
	Literatur	49

4 Analogien zum Dehnstab	51
4.1 Grundlegende Beschreibungen zum Torsionsstab	51
4.2 Das Finite Element Torsionsstab	54
4.3 Grundlegende Beschreibungen zum Temperaturstab	56
4.4 Das Finite Element Temperaturstab	57
Literatur	59
5 Biegeelement	61
5.1 Einführende Bemerkungen	61
5.2 Grundlegende Beschreibung zum Balken	63
5.2.1 Kinematik	63
5.2.2 Gleichgewicht	68
5.2.3 Stoffgesetz	70
5.2.4 Differenzialgleichung der Biegelinie	72
5.2.5 Analytische Lösungen	73
5.3 Das Finite Element ebener Biegebalken	76
5.3.1 Herleitung über Potenzial	81
5.3.2 Herleitung über das Prinzip der gewichteten Residuen	84
5.3.3 Herleitung über das Prinzip der virtuellen Arbeit	88
5.3.4 Anmerkungen zur Ableitung der Formfunktionen	90
5.4 Das Finite Element Biegebalken mit zwei Verformungsebenen	92
5.5 Ermittlung äquivalenter Knotenlasten	94
5.6 Beispielprobleme und weiterführende Aufgaben	99
5.6.1 Beispielprobleme	99
5.6.2 Weiterführende Aufgaben	107
Literatur	109
6 Allgemeines 1D-Element	111
6.1 Überlagerung zum allgemeinen 1D-Element	111
6.1.1 Beispiel 1: Stab unter Zug und Torsion	113
6.1.2 Beispiel 2: Balken in der Ebene mit Zuganteil	115
6.2 Koordinatentransformation	116
6.2.1 Ebene Tragwerke	117
6.2.2 Allgemeine dreidimensionale Tragwerke	120
6.3 Numerische Integration eines Finiten Elementes	123
6.4 Interpolationsfunktion	125
6.5 Einheitsbereich	128
6.6 Weiterführende Aufgaben	129
Literatur	130
7 Ebene und räumliche Rahmenstrukturen	131
7.1 Aufbau der Gesamtsteifigkeitsbeziehung	131
7.2 Lösen der Systemgleichung	135

7.3	Postprocessing	136
7.4	Beispiele in der Ebene	137
7.4.1	Ebenes Tragwerk mit zwei Stäben	137
7.4.2	Ebenes Tragwerk: Balken und Stab	141
7.5	Beispiele im Dreidimensionalen	148
7.6	Weiterführende Aufgaben	157
	Literatur	158
8	Balken mit Schubanteil	159
8.1	Einführende Bemerkungen	159
8.2	Grundlegende Beschreibung zum Balken mit Schubeinfluss	163
8.2.1	Kinematik	163
8.2.2	Gleichgewicht	166
8.2.3	Stoffgesetz	166
8.2.4	Differenzialgleichungen der Biegelinie	167
8.2.5	Analytische Lösungen	168
8.3	Das Finite Element ebener Biegebalken mit Schubanteil	172
8.3.1	Herleitung über Potenzial	173
8.3.2	Herleitung über Satz von Castigliano	176
8.3.3	Herleitung über das Prinzip der gewichteten Residuen	178
8.3.4	Herleitung über das Prinzip der virtuellen Arbeit	182
8.3.5	Lineare Ansatzfunktionen für das Durchbiegungs- und Verschiebungsfeld	184
8.3.6	Höhere Ansatzfunktionen für den Balken mit Schubanteil	195
8.4	Beispielprobleme und weiterführende Aufgaben	201
8.4.1	Beispielprobleme	201
8.4.2	Weiterführende Aufgaben	210
	Literatur	212
9	Balken aus Verbundmaterial	213
9.1	Verbundwerkstoffe	213
9.2	Anisotropes Stoffverhalten	214
9.2.1	Spezielle Symmetrien	216
9.2.2	Ingenieur-Konstanten	218
9.2.3	Transformationsverhalten	220
9.2.4	Ebene Spannungszustände	222
9.3	Einführung in die Mikromechanik der Faserverbundwerkstoffe	226
9.4	Mehrschichtiger Verbund	228
9.4.1	Eine Schicht im Verbund	228
9.4.2	Der vielschichtige Verbund	231
9.5	Eine Finite-Elemente-Formulierung	232
9.5.1	Der Verbundstab	232
9.5.2	Der Verbundbalken	234

9.6 Beispielprobleme und weiterführende Aufgaben	235
Literatur	235
10 Nichtlineare Elastizität	237
10.1 Einführende Bemerkungen	237
10.2 Elementsteifigkeitsmatrix für dehnungsabhängige Elastizität	239
10.3 Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems	245
10.3.1 Direkte Iteration	245
10.3.2 Vollständiges Newton-Raphsonsches Verfahren	249
10.3.3 Modifiziertes Newton-Raphsonsches Verfahren	261
10.3.4 Konvergenzkriterien	263
10.4 Beispielprobleme und weiterführende Aufgaben	265
10.4.1 Beispielprobleme	265
10.4.2 Weiterführende Aufgaben	273
Literatur	275
11 Plastizität	277
11.1 Kontinuumsmechanische Grundlagen	277
11.1.1 Fließbedingung	278
11.1.2 Fließregel	280
11.1.3 Verfestigungsgesetz	281
11.1.4 Elasto-plastischer Stoffmodul	282
11.2 Integration der Materialgleichungen	283
11.3 Ableitung des vollständigen impliziten Backward-Euler-Algorithmus	290
11.3.1 Mathematische Ableitung	290
11.3.2 Interpretation als konvexes Optimierungsproblem	296
11.4 Ableitung des semi-impliziten Backward-Euler-Algorithmus	299
11.5 Beispielprobleme und weiterführende Aufgaben	301
11.5.1 Beispielprobleme	301
11.5.2 Weiterführende Aufgaben	315
Literatur	317
12 Stabilität (Knickung)	319
12.1 Stabilität im Stab/Balken	319
12.2 Große Verformungen	321
12.3 Steifigkeitsmatrizen bei großen Verformungen	323
12.3.1 Stab mit großen Verformungen	324
12.3.2 Balken mit großen Verformungen	325
12.4 Beispiele zum Knicken: Die vier Eulerschen Knickfälle	328
12.4.1 Analytische Lösung zu den Eulerschen Knickfällen	328
12.4.2 Finite-Elemente-Lösung	329
12.5 Weiterführende Aufgaben	330
Literatur	331

13 Dynamik	333
13.1 Grundlagen zur linearen Dynamik	333
13.2 Die Massenmatrizen	336
13.3 Modale Analyse	337
13.4 Erzwungene Schwingungen, Periodische Belastungen	339
13.5 Direkte Integrationsverfahren, Transiente Analysen	340
13.5.1 Integration nach Newmark	341
13.5.2 Zentrales Differenzenverfahren	341
13.6 Beispiele	343
13.6.1 Bereitstellung von Massen- und Steifigkeitsmatrizen	344
13.6.2 Dehnschwingungen im Zugstab	348
13.7 Weiterführende Aufgaben	364
Literatur	365
14 Spezialelemente	367
14.1 Elastische Bettung	367
14.2 Spannungssingularität	370
14.3 Unendliche Ausdehnung	375
14.4 Weiterführende Aufgaben	379
14.4.1 Biegebalken mit elastischer Bettung unter Einzelkraft	379
14.4.2 Stabelement mit quadratischen Ansatzfunktionen und außermittigem Knoten: Spannungssingularität	380
14.4.3 Unendliches Element mit linearer Interpolation der Feldgröße	380
Literatur	381
Anhang	383
Sachverzeichnis	421

Eindimensionale Finite Elemente

Ein Einstieg in die Methode

Merkel, M.; Oechsner, A.

2014, XXIII, 428 S. 212 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-642-54481-1