

Vorwort

In diesem Band behandeln wir die Theorie und elementare Lösungsmethoden für wichtige Grundtypen von Differentialgleichungen der Physik und stellen mathematische Grundlagen für die Quantenmechanik bereit. Zielgruppe sind Studierende und Absolventen der Physik und der Mathematik, die sich mit Methoden und Ergebnissen der mathematischen Physik vertraut machen wollen.

Für die zahlreichen hier behandelten Problemstellungen und Methoden gibt es über die Literatur verstreut gute und detaillierte Darstellungen, deren gezielte Nutzung für Studierende aber oft einen großen Aufwand bedeutet. Wir wollen mit diesem Werk eine Übersicht geben und eine Orientierungshilfe bieten, indem wir wichtige Methoden vorstellen und die leitenden Grundgedanken herausarbeiten, die Theorie aber nicht bis in die letzten Details verfolgen.

Bei der Organisation dieses Bandes ließen wir uns von folgenden Gesichtspunkten leiten: Es sollte ein Leserkreis unterschiedlicher mathematischer Vorbildung angesprochen werden. Die Möglichkeit von Quereinstiegen sollte so gut es geht geboten und erleichtert werden. Daher verbot es sich, die benötigten umfangreichen Hilfsmittel aus der Analysis an den Anfang zu stellen, was zur Folge gehabt hätte, dass die Leser erst nach mehr als 120 Seiten bei den Kernthemen angekommen wären.

Dementsprechend sind wir stufenweise vorgegangen. Die ersten drei Kapitel setzen nur Kenntnisse aus Band 1 voraus. Sie führen in die Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen ein und enthalten partielle Differentialgleichungen, die sich mit elementaren Methoden behandeln lassen. Hierbei geht es um die schwingende Saite, die Wärmeleitung in einem Draht, die stationäre Wärmeverteilung in der Kreisscheibe und nichtlineare partielle Differentialgleichungen erster Ordnung. Erst danach wird der für mehrdimensionale Differentialgleichungsprobleme benötigte mathematische Apparat in einem eigenen Kapitel bereitgestellt: Übersicht über die Lebesgue-Integration, Hilberträume, Glättung von Funktionen, Integralsätze, Fouriertransformation, schwache Lösungen und Distributionen. Da die dort entwickelten Hilfsmittel in den folgenden Kapiteln nicht gleich von Anfang an und auch nicht alle zugleich verwendet werden, empfehlen wir den Lesern, sich diese erst bei Bedarf anzueignen; die benötigten Vorkenntnisse werden jeweils zu Beginn eines Paragraphen genannt. Der Wegweiser auf der folgenden Seite kann der groben Orientierung dienen.

Bei diesem Aufbau waren Brüche nicht zu vermeiden. So werden z.B. die das Lebesgue-Integral betreffenden Beweise erst später im Rahmen einer allgemeinen Integrationstheorie nachgeholt, und für die Entwicklung nach Eigenfunktionen des Laplace-Operators in § 15 wird auf den Spektralsatz für kompakte Operatoren aus § 22 vorgegriffen.

Die meisten Beweise sind ausgeführt, um den logischen Zusammenhang der jeweiligen Theorie erkennbar zu machen und um dem Leser die Möglichkeit zu

geben, sich einschlägige Argumentations- und Arbeitsweisen anzueignen. Wo Beweise weggelassen werden, haben wir uns bemüht, den Zugang zur Literatur gezielt zu erleichtern.

Nachdem in der dritten, überarbeitenden Auflage noch die alte Rechtsschreibung der ersten Auflage von 1998 beibehalten wurde, haben wir die vorliegende Auflage auf die neue Rechtschreibung umgestellt. Inhaltlich hat sich gegenüber der dritten Auflage nichts Wesentliches geändert.

Wir danken den Herren J. Hellmich, J. Hertle, R. Honegger und B. Kümmerer dafür, dass sie uns in vielen Diskussionen zu Fragen der Quantenmechanik beraten haben. Unser ganz besonderer Dank gilt Ralph Hungerbühler für die drucktechnische Ausgestaltung der ersten drei Auflagen und die Anfertigung der Figuren. Ohne seine Unterstützung wäre dieser Band nicht zustande gekommen.

Tübingen, Mai 2014

H. Fischer, H. Kaul

Zum Gebrauch. Ein Querverweis wie z.B. § 2:6.7 (b) bezieht sich auf § 2, Abschnitt 6, Unterabschnitt 6.7, Teil (b). Innerhalb von § 2 wird die betreffende Stelle lediglich in der Form 6.7 (b) zitiert.

Literaturverweise wie z.B. auf [130] REED, M., SIMON, B.: *Methods of Modern Physics I–IV*, Band II, Theorem X.14 erfolgen nach dem Muster

[130, II] X.14 oder [REED–SIMON II] X.14.

Durch das Symbol $\boxed{\text{ÜA}}$ (Übungsaufgabe) wird dazu aufgefordert, Rechnungen, Beweisschritte oder Übungsbeispiele selbst auszuführen.

Wegweiser. Mit den Grundkenntnissen aus Band 1 direkt zugänglich sind § 6 (Fourierreihen, Separationsansätze), §§ 8, 9 (Lebesgue–Integral, Hilberträume), § 12 (Fouriertransformation), jeweils die ersten drei Abschnitte von § 16 (Wärmeleitungsgleichung) und von § 17 (Wellengleichung) sowie §§ 19, 20 (Wahrscheinlichkeit, Maß und Integral). Die Charakteristikenmethode für partielle Differentialgleichungen erster Ordnung in § 7 setzt die Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen (§ 2) voraus. Für das Schlusskapitel über mathematische Grundlagen der Quantenmechanik sind elementare Kenntnisse über das Lebesgue–Integral nützlich und die Theorie der Hilberträume (§ 9) unerlässlich; darüber hinaus sind nur wenige, zu Beginn jedes Paragraphen benannte Vorkenntnisse aus dem vorangehenden Text erforderlich.

Fehlermeldungen und Verbesserungsvorschläge von unseren Lesern nehmen wir dankbar entgegen unter helmut.kaul@uni-tuebingen.de.

Mathematik für Physiker Band 2

Gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen,
mathematische Grundlagen der Quantenmechanik

Fischer, H.; Kaul, H.

2014, XII, 740 S. 99 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-00476-7