

Vorwort

Dieses Lehrbuch behandelt thematisch geordnete Anwendungen und Aufgaben mit kompletten Lösungen zur mehrdimensionalen Integrationstheorie, Fourier-Analyse und Funktionentheorie sowie zu ebenen Potentialproblemen aus der Elektrostatik und Strömungsmechanik. Einleitungen zu Beginn jeder Lektion fassen dabei die theoretischen Grundlagen zum eigenständigen Bearbeiten der Aufgaben zusammen, und zahlreiche Skizzen dienen dem anschaulichen Verständnis des Stoffes.

Die hier behandelten Anwendungsthemen waren nicht nur für die historische Entwicklung der klassischen Analysis von Bedeutung, sondern sind zeitlos und somit auch heute für das tiefere Verständnis der Theorie hilfreich. Darüber hinaus waren viele von diesen Anwendungen eine wichtige Triebkraft zur Weiterentwicklung der mathematischen Grundlagen, insbesondere in der höheren Analysis.

Dieses Buch ist somit für Leser geschrieben, die sich von reizvollen Anwendungsthemen inspirieren lassen möchten, besonders für Studierende und Lehrende der mathematischen und naturwissenschaftlichen Disziplinen.

Wir betrachten beispielsweise das Unschärfeprinzip von Heisenberg für den harmonischen Oszillator in der Quantenmechanik als Anwendung fundamentaler Sätze der Fourier-Analyse. Die Funktionentheorie hat ebenfalls wichtige Beziehungen zur Fourier-Analyse und beschäftigt sich mit den Eigenschaften komplex differenzierbarer Funktionen. Dadurch werden im Komplexen analytische Beziehungen zwischen Funktionen sichtbar, die im Reellen scheinbar ohne Zusammenhang nebeneinander stehen. Deutlich sehen wir dies beim Studium spezieller Funktionen wie der Gammafunktion und der Riemannschen Zetafunktion für Probleme der analytischen Zahlentheorie. Darüber hinaus verwenden wir das funktionentheoretische Verpflanzungsprinzip zur Lösung ebener Potential- und Strömungsprobleme sowie für das Studium zweier Modelle der hyperbolischen Geometrie in der Ebene.

In diesem Buch wird dem Leser auch die Bedeutung der an Problemlösungen orientierten historischen Entwicklung der Mathematik verdeutlicht, etwa bei der Entwicklung der Differential- und Integralrechnung. Die konkreten Problemstellungen aus Mathematik, Physik und Technik haben die abstrakten mathematischen Grundlagen entscheidend vorangetrieben. Aus demselben Grund ist es auch heute für Stu-

dierende von Vorteil, dem Geist der ursprünglichen Pionierarbeiten wieder nachzuspüren, um gebietsübergreifende Zusammenhänge besser zu verstehen.

Bei der Auswahl der Aufgaben haben wir gelegentlich in größeren Abständen ein und dasselbe Thema in verschiedenen Variationen mehrfach aufgegriffen und dabei mit einem entsprechend ausgebauten mathematischen Apparat weiter vertieft. Wir präsentieren hier kein weiteres Standardlehrbuch zu den Grundvorlesungen Analysis, da es hiervon bereits genug hervorragende Werke gibt. Wir nennen vor allem die Lehrbücher zur Analysis von Meyberg und Vachenauer [31, 32], von Walter [40, 41], Heuser [18, 19], Königsberger [26, 27], Otto Forster [13, 14, 15], und zur Funktionentheorie die Werke von Jänich [24], Fischer, Lieb [11] und Remmert [34, 35]. Sehr empfehlenswert sind auch die mathematisch etwas anspruchsvollen Bücher von Triebel [39] und Rudin [37]. Wir können daher in den Einleitungen zu den Lektionen 1-5 und bei der Einführung in die Funktionentheorie in Lektion 8 die bekannten Lehrsätze ohne Beweise zusammenstellen. Stattdessen behandeln wir die Fourier-Analysis in den Lektionen 6 und 7 sowie die Anwendungsthemen zur Funktionentheorie in Lektion 9 ausführlicher.

Mit diesem Buch möchten wir die Rolle der klassischen Analysis nicht als Hilfswissenschaft für Ingenieure und Naturwissenschaftler beleuchten, sondern als eigenständige Kunst und Geisteswissenschaft, deren Inspirationsquelle allerdings in ihren Anwendungen liegt.

Wir danken unseren Kollegen, die uns wichtige Ratschläge und Unterstützung für die Entstehung dieses Buches gegeben haben, insbesondere Herrn Professor Hans-Christoph Grunau für zahlreiche Anregungen und wertvolle Materialien zur Funktionentheorie. Vor allem möchten wir den Professoren Lutz Tobiska und Gerald Warnecke ganz herzlich danken.

Nicht zuletzt danken wir dem Lektorat des Springer Spektrum Verlags, namentlich Frau Ulrike Schmickler-Hirzebruch sowie Frau Barbara Gerlach.

Magdeburg, 4. Oktober 2013

Matthias Kunik und Piotr Skrzypacz

Höhere Analysis durch Anwendungen lernen
Für Studierende der Mathematik, Physik und
Ingenieurwissenschaften

Kunik, M.; Skrzypacz, P.

2014, X, 397 S. 93 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-02265-5