
Digitale Filter

Herrad Schmidt · Manfred Schwabl-Schmidt

Digitale Filter

Theorie und Praxis mit
AVR-Mikrocontrollern



Springer Vieweg

Herrad Schmidt
Institut für Wirtschaftsinformatik
Universität Siegen
Siegen, Deutschland

Manfred Schwabl-Schmidt
Böllenborn, Deutschland

ISBN 978-3-658-03522-8
DOI 10.1007/978-3-658-03523-5

ISBN 978-3-658-03523-5 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2014

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
www.springer-vieweg.de

Vorwort

Die Keimzelle des vorliegenden Buches diene einem eher einfachen Zweck. Ein digitales Filter sollte als ein Programmierungsbeispiel für ein Buch über die Softwareentwicklung mit AVR-Mikrocontrollern dienen. Vom Namen her (digital!) war mit ziemlicher Sicherheit zu erwarten, dass dieses Unterfangen problemlos über die Bühne gehen würde. Doch weit gefehlt!

Zwar gab es einige Anwendungsbeispiele mit digitalen Filtern des Herstellers der Mikrocontroller, die auch etwas „Theorie“ enthielten, doch waren diese größtenteils unverständlich. Selbst der Zweck solcher Filter, der vom Namen her eigentlich auf der Hand liegt, wurde eher etwas verdunkelt statt erhellt. Es musste also ein genaueres Studium digitaler Filter absolviert werden, um nicht der Gefahr zu erliegen, dem Leser Unfug zu präsentieren.

Es stellte sich schnell heraus, dass Veröffentlichungen, die dazu gedacht sind, dem Leser einen schnellen Zugang zur Welt der digitalen Filter zu ermöglichen, nicht dazu geeignet waren, wesentliche Erhellungen in das Dunkel zu bringen, das die Theorie der digitalen Filter immer noch darstellte. Welche Bedeutung könnte wohl den starken Sprüngen (Unstetigkeiten) zukommen, die so viele Phasenantworten zeigten. Und weshalb ist die Gruppenlaufzeit eines digitalen Filters, im Wesentlichen definiert als die Ableitung der Phasenantwort, mit der Anzahl der Abtastintervalle als Einheit versehen, ganz abgesehen davon, dass natürlich nicht alle digitalen Filter durch Abtasten eines analogen Signals gewonnen werden, diese Einheit also mindestens nicht universell verwendbar ist. Fragen über Fragen!

Nach längerer Diskussion wurde daher beschlossen, den Stier direkt bei den Hörnern zu packen und das Problem von der anderen Seite her anzugehen. Es sollte versucht werden, durch den Einsatz der den digitalen Filtern übergeordneten Theorie der digitalen Signalverarbeitung (DSP) die offenen Fragen zu klären und die theoretischen Defizite zu beseitigen. Das ist mit einigen kleineren Abstrichen auch gelungen.

Die digitale Signalverarbeitung ist jedoch ein Feld, auf dem sich Rosse vielerlei Provenienz tummeln. Es ist ein Grenzgebiet von Nachrichtentechnik, Elektrotechnik, etwas Physik und natürlich Mathematik. Unglücklicherweise ist es eine altmodische, rechen- und formelorientierte Mathematik, welche die beiden zentralen Objekte der DSP, die Mengen der Signale und Systeme, mit großer Naivität behandelt. Die Welt der modernen Mathematik hat hier noch keinen Einzug gehalten.

Eigentlich müssten hier die Techniken und Methoden der Funktionalanalysis zur Anwendung kommen, denn es wird mit unendlichen Reihen von Signalen gearbeitet, es werden Grenzprozesse durchgeführt, die Stetigkeit verlangen, usw. Es wird jedoch nicht einmal eine präzise Definition eines Systems gegeben, weshalb beispielsweise das (möglicherweise gar nicht existierende) inverse System dann auch nur auf graphischem Wege eingeführt werden kann. Es kommt noch hinzu, dass Signale und Systeme komplexe Zahlen als Werte haben und auf diese Weise die DSP sogar mit der Funktionentheorie in Berührung kommt. Leider werden die sich hier ergebenden Möglichkeiten wenig genutzt. Warum wird die allwichtige Frequenzantwort eines Systems nicht als das eigenständige Objekt studiert, das sie ist, nämlich eine glatte Kurve in der komplexen Ebene? Der sofortige Übergang zu Amplitude und Phase, d. h. vom Zweidimensionalen zum Eindimensionalen, ist mit einem bedauerlichen Informationsverlust verbunden (in der Einleitung wird das am Beispiel der Projektion des vierdimensionalen Würfels anschaulich gemacht).

Allerdings geriet so das ursprüngliche Ziel, ein Programmierbeispiel eines digitalen Filters zu entwickeln, total aus dem Blick. Weil im Laufe der Beschäftigung mit DSP und speziell digitalen Filtern eine ziemliche Menge an Material zusammengetragen werden konnte, wurde der Beschluss gefasst, dieses Material in ein Buch über digitale Filter zu überführen.

Ob die Intention der Autoren, ein Buch über digitale Filter zu schreiben, das theoretische und praktische Aspekte in einer lesbaren Gestalt darstellt, gelungen ist, kann natürlich nur der Leser entscheiden. Jedenfalls wurde darauf gesehen, dass selbst noch wichtige Kleinigkeiten ausführlich erläutert werden, wenn es erforderlich schien auch mit einer Skizze oder Graphik. Die Verständlichkeit war eines der Hauptanliegen bei der Erstellung des Manuskripts, das nachfolgende Zitat gilt daher hier nicht!

Zur Frage der Verständlichkeit – Man will nicht nur verstanden werden, wenn man schreibt, sondern ebenso gewiß auch nicht verstanden werden. Es ist noch ganz und gar kein Einwand gegen ein Buch, wenn irgend jemand es unverständlich findet: vielleicht gehörte eben dies zur Absicht seines Schreibers – er *wollte* nicht von „irgend jemand“ verstanden werden. Jeder vornehmere Geist und Geschmack wählt sich, wenn er sich mitteilen will, auch seine Zuhörer; indem er sie wählt, zieht er zugleich gegen „die anderen“ seine Schranken.

Friedrich Nietzsche
Die Fröhliche Wissenschaft (381)

Auf den Einsatz eines Programmes wie Matlab wurde bewusst verzichtet, die Autoren gingen den eher umgekehrten Weg, auch einige numerische Methoden und Algorithmen vorzustellen, die zur Analyse und Synthese eines digitalen Filters eingesetzt werden können.

Hoffentlich bereitet dem Leser die Lektüre des Buches einiges Vergnügen. Schon dafür wäre die in das Buch investierte Arbeit nicht vergebens gewesen.

Herrad Schmidt
Manfred Schwabl-Schmidt

Böllenborn, im Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Zum Inhalt	1
1.2	Zur Methodik	3
1.3	Besonderheiten	4
2	Polarkoordinaten in der komplexen Ebene	7
3	Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung	19
3.1	Signale	20
3.1.1	Elementare Signale	23
3.1.2	Bildung neuer Signale durch Argumenttransformationen	26
3.1.3	Ein Beispiel zur Berechnung von Faltungen	29
3.1.4	Das Replizieren finiter Signale mit Faltungen	31
3.1.5	Komplexe Signale	34
3.1.6	Konvergenz von Signalfolgen	36
3.2	Systeme	43
3.2.1	Systeme, die linear und stetig sind	48
3.2.2	Systeme, die linear, stetig und shift-invariant sind	57
3.2.3	Der Median als Beispiel eines nicht-LSI-Systems	67
3.2.4	Die Einheitsimpulsantwort von LSI-Systemen	70
3.2.5	Die Frequenzantwort von LSI-Systemen	78
3.2.6	Frequenzantwort und diskrete Fourier-Transformation	96
3.3	Fenster	100
3.3.1	Die Faltung 2π -periodischer Funktionen	100
3.3.2	Die multiplikative Fensteroperation und die Fensterfunktion	102
3.3.3	Das Rechteckfenster und das Gibbssche Phänomen	105
3.3.4	Das Dämpfen der Restwelligkeit mit Sigma-Faktoren	110
3.3.5	Das von Hann-Fenster	113
3.4	Die Bedeutung der Phase von LSI-Systemen	118
3.5	Frequenzen und Abtasten	130
3.6	Die Konstruktion von LSI-Systemen über Fourier-Entwicklungen	141

3.7	Die z -Transformation	150
3.7.1	Vorbereitungen	150
3.7.2	Definition	154
3.7.3	Eigenschaften	155
3.7.4	Beispiele	158
3.7.5	Die Bestimmung der Umkehrung	160
3.8	Die Systemfunktion	168
3.9	Pole	173
3.10	Die Berechnung von Amplituden- und Phasengang für LSI-Systeme mit rationaler Systemfunktion	177
3.11	Kausale Systeme	179
3.12	Stabile Systeme	187
3.13	Die Verknüpfung von Systemen	191
3.13.1	Das Hintereinanderschalten von Systemen	192
3.13.2	Das Parallelschalten von Systemen	207
3.13.3	Verknüpfte Systeme mit Rückkoppelung	208
3.13.4	Die Korrektur von Systemeigenschaften mit Allpässen	213
3.13.5	Signale und LSI-Systeme als isomorphe Algebren	216
4	Die Konstruktion digitaler Filter	223
4.1	Systemfunktion und Differenzengleichung	223
4.2	Nullstellen und Pole	224
4.3	Anleihen aus der analogen Welt	227
4.3.1	Ein Butterworth-Tiefpass zweiten Grades	228
4.3.2	Eine Bessel-Bandsperre vierten Grades	233
4.4	Kerbfilter	238
4.5	Hochpässe	251
4.6	Gruppenlaufzeit und Verschiebungsfunktion	264
4.7	Filter mit stückweise linearem Phasengang	266
4.8	Filter mit Wunschfrequenzgängen	277
4.8.1	Ein idealer Tiefpass	278
4.8.2	Eine logarithmische Wunschfunktion	287
4.8.3	Die RIAA-Entzerrerkurve als Wunschfunktion	290
4.9	Konstruktion eines Filters aus einer Einheitsimpulsantwort (die Padé-Methode)	298
5	Die Realisierung digitaler Filter mit AVR-Mikrocontrollern	305
5.1	Die numerische Berechnung des gefilterten Signals	306
5.2	Die Implementierung eines Hochpasses	313
5.3	Die Implementierung eines Filters mit RIAA-Kennlinie	328

6	Numerische Verfahren zur Filterkonstruktion	335
6.1	Das Integrationsverfahren nach Romberg	335
6.2	Der QD-Algorithmus zur Nullstellenbestimmung	339
6.3	Die Padésche Tafel	348
6.4	Partialbruchzerlegung	352
6.5	Der Einsatz von Fixkommaarithmetik	357
Anhang		367
A.1	Entwicklungskoeffizienten und Tabellen	367
A.1.1	Die Koeffizienten der Entwicklung von $\prod_{\nu=1}^n \Phi_{r_\nu, \phi_\nu}$	367
A.1.2	Die Berechnung der Fourier-Entwicklung des Wellenzuges w	368
A.1.3	Tabelle der Sigma-Faktoren in Fixkommaformaten	371
A.2	Formelsammlung	375
A.3	Bezeichnungen	376
Literatur		383
Sachverzeichnis		385

Digitale Filter

Theorie und Praxis mit AVR-Mikrocontrollern

Schmidt, H.; Schwabl-Schmidt, M.

2014, IX, 391 S. 237 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-03522-8