

2 Zyklische Belastung

2.1 Einführung und Definitionen

Die meisten Bauteile sind einer schwingenden Belastung ausgesetzt, bei der sich die Spannung zeitlich, oft mit hohen Frequenzen, ändert. Auch die meisten Schäden treten an schwingend beanspruchten Komponenten auf, nämlich rund 90 % aller Ausfälle. Allgemein wird von zyklischer Belastung gesprochen, unabhängig von der Frequenz und auch unabhängig vom Vorzeichen der Spannung. Gemäß der Norm DIN 50 100 „*Dauerschwingversuch*“ bezeichnet man als Wechsellast eine solche, bei der sich während eines Schwingspiels das Vorzeichen ändert. Dies ist zwar oft der Fall, es kann aber auch sein, dass alle auftretenden Spannungen nur im Zug- oder nur im Druckgebiet liegen.

Bild 2.1 gibt die zu unterscheidenden Bereiche sowie die kennzeichnenden Größen eines Lastspiels wieder. Zusätzlich sind Spannungsverhältnisse angegeben, die wie folgt definiert sind:

$$\text{Spannungsverhältnis} \quad R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} \quad (2.1)$$

und

$$\text{Mittelspannungsverhältnis} \quad A = \frac{|\sigma_a|}{\sigma_m} \quad (\text{auch } M_\sigma \text{ genannt}) \quad (2.2)$$

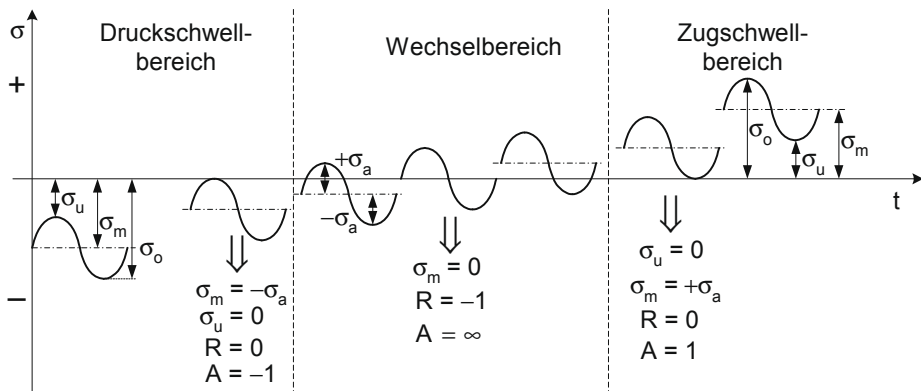


Bild 2.1 Spannungs-Zeit-Verläufe mit den kennzeichnenden Spannungswerten gemäß DIN 50 100

Man beachte die Vereinbarungen zur Bezeichnung der Ober- und Unterspannung im Bereich negativer Mittelspannungen. Zu berücksichtigen ist ebenfalls, dass R den Belastungsfall nicht eindeutig kennzeichnet, nur bei $R = -1$.

Zwar benutzt man oft das Spannungsverhältnis R zur Kennzeichnung eines Schwingvorganges, jedoch ist dies aufgrund der nicht eindeutigen Definition nicht

immer sinnvoll. Wie man den Beispielen in Bild 2.1 entnehmen kann, ist bei der gewählten Definition der R-Wert im Zug- wie im Druck-Mittelspannungsbereich bei spiegelbildlichem Schwingenspiel identisch. Das Mittelspannungsverhältnis A (auch M_σ) ist dagegen eindeutig definiert¹.

Eine weitere Definition ist nach DIN 50 100 zu beachten, die oft zu Verwirrungen führt. Als Oberspannung σ_o ist der größte Spannungswert *unabhängig vom Vorzeichen*, also der Absolutbetrag, festgelegt, als Unterspannung σ_u entsprechend der kleinste Absolutwert. Diese Vereinbarung ist im Druckbereich zu berücksichtigen, wie ebenfalls aus Bild 2.1 ersichtlich ist. Ein Schwingenspiel ist immer eindeutig gekennzeichnet durch die Mittelspannung und die Amplitude:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(\omega t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi n t) \quad (2.3)$$

ω Kreisfrequenz

n Drehzahl oder Frequenz

In Zusammenhang mit der Werkstoffschädigung bei zyklischer Belastung spricht man von *Ermüdung* des Werkstoffes:

Als Ermüdung bezeichnet man die *werkstoffschädigende Folgeerscheinung unter zyklischen Belastungen* in Form von Rissbildung und *langsamem, stabilen* Risswachstum.

Dieser Begriff ist also werkstoffkundlich exakt definiert und sollte auch nur in diesem Sinne verwendet werden, und nicht etwa für allgemeine „Alterung“ eines Bauteils (wie in Zeitungsartikeln bei spektakulären Schäden manchmal üblich). Auf die Versagensmechanismen wird in Kap. 5.5 näher eingegangen.

Bei *thermischer Ermüdung* ändert sich ursächlich die Temperatur, wodurch zeitlich veränderliche Wärmespannungen auftreten, die zu Rissbildung und Risswachstum führen können. Aufgrund der geringen Frequenz der Temperaturwechsel unterscheidet sich die thermische Ermüdung von der Schwingbelastung, die häufig mit hohen Frequenzen abläuft. Im Folgenden wird nur schwingende zyklische Belastung mit hohen Lastwechseln (High Cycle Fatigue, HCF) betrachtet. Niederzyklische Ermüdung (Low Cycle Fatigue, LCF) und thermische Ermüdung siehe unter weiterführender Literatur.

2.2 Festigkeit bei schwingender Belastung

2.2.1 Wöhler-Diagramme

Unter zyklischer Belastung sind die statisch-mechanischen Kennwerte eines Materials, wie Streckgrenze oder Zugfestigkeit, gar nicht oder nur bedingt taug-

¹ In der bruchmechanischen Literatur wird das R-Verhältnis ebenfalls als $R = \sigma_u / \sigma_o$ definiert. In diesem Fall ist auch im Druckbereich σ_u die niedrigste und σ_o die höchste Spannung. Für $\sigma_o = 0$ ist dann $R = -\infty$ und für $\sigma_u = 0$ ist $R = 0$. Diese R-Definition ist somit eindeutig, siehe auch [2.1].

lich für die Festigkeitsberechnung. Es müssen zyklische Festigkeitsdaten berücksichtigt werden. Charakteristisch für die Ermüdungsfestigkeit ist die Tatsache, dass der Bruch bei Spannungen deutlich unterhalb der Zugfestigkeit R_m und auch unterhalb der Streckgrenze R_e auftritt. Bei Stählen liegt die Wechselfestigkeit σ_W (Definition siehe später) stets unterhalb der Streckgrenze.

Die erforderlichen Schwingfestigkeitsdaten werden aus Wöhler-Versuchen² gewonnen. Der Anlass der damaligen Untersuchungen waren Brüche an Eisenbahnachsen, welche eine Umlaufbiegebelastung aufweisen³. Wöhler fand, dass bei den Kohlenstoffstählen, die er untersuchte, ab ca. 10^6 Zyklen kein Bruch mehr auftritt, die dabei anliegende Amplitude also dauerschwingfest ertragen wird. Diese lag allerdings deutlich unter der Streckgrenze, so dass die Brüche zumindest phänomenologisch erklärbar wurden, wenn auch noch nicht von den Mechanismen her.

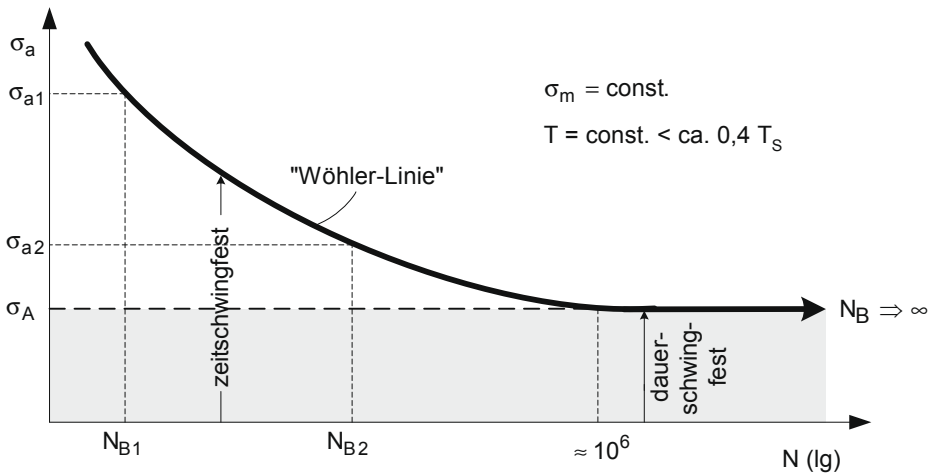


Bild 2.2 Wöhler-Diagramm mit einem ausgeprägten Dauerschwingfestigkeitsbereich beginnend ab ca. 10^6 Zyklen

Bei den Spannungsamplituden σ_{a1} und σ_{a2} tritt nach den Zyklenzahlen N_{B1} bzw. N_{B2} Bruch ein. Die dauerschwingfest ertragene Spannungsamplitude ($N_B \rightarrow \infty$) wird mit dem Index A versehen: σ_A . Im grau markierten Spannungsbereich liegt Dauerschwingfestigkeit vor.

Bild 2.2 zeigt die Abhängigkeit der Zyklenzahl (andere Bezeichnungen: Lastspiel- oder Schwingspielzahl) von der Spannungsamplitude bei konstanter Mittelspannung in einfach-logarithmischer Darstellung. Diese Schaubilder nennt man in der deutschsprachigen Literatur Wöhler-Diagramme, in der angelsächsischen *S-N diagrams* (von *Stress vs. Number of cycles*). Gemäß dem Kriterium, ob Bruch auftritt oder nicht, spricht man vom Bereich der *Zeitschwingfestigkeit* oder der *Dauerschwingfestigkeit* (um Verwechslungen mit der Zeitstandfestigkeit zu vermeiden, sollte das Infix „-schwing“ stets gebraucht werden). Zu betonen ist,

² August Wöhler, 1819-1914, dt. Ingenieur, Begründer der modernen Werkstoffprüfung

³ A. Wöhler: Versuche über die Festigkeit von Eisenbahnwagen-Achsen, Zeitschrift Bauwesen, 1860

dass mit einer Dauerschwingfestigkeit nur im Bereich tiefer physikalischer Temperaturen $< \text{ca. } 0,4 T_S$ zu rechnen ist, weil bei höheren Temperaturen durch Kriechvorgänge *in jedem Fall* die Lebensdauer endlich ist und somit immer nur eine Zeitschwingfestigkeit auftreten kann. Zur Schwingbeanspruchung und Ermüdung bei hohen Temperaturen sowie zur niederzyklischen Ermüdung (LCF – Low Cycle Fatigue) wird auf die weiterführende Literatur verwiesen.

Wird auch die Ordinate logarithmisch geteilt, so nimmt der Kurvenast im Zeitschwingfestigkeitsbereich ebenfalls annähernd eine Gerade an.

Als Dauerschwingfestigkeit σ_D bezeichnet man einen Werkstofffestigkeitskennwert, der korrekt geschrieben aus dem Wertepaar von Mittelspannung und Daueramplitude besteht:

$$\sigma_D = \sigma_m \pm \sigma_A \quad (2.4)$$

Zur Unterscheidung von beliebigen Amplituden wird die dauerschwingfest ertragene Amplitude (= Daueramplitude) nach DIN 50 100 mit dem großen Index A versehen. Die alleinige Angabe der Daueramplitude wäre unvollständig. Im oft vorkommenden Sonderfall mit $\sigma_m = 0$, wie bei der Umlaufbiegung einer Welle, heißt die Dauerschwingfestigkeit nach DIN 50 100 auch *Wechselfestigkeit*:

$$\sigma_D(\sigma_m = 0) \equiv \pm \sigma_W \quad (2.5)$$

Die Wechselfestigkeit σ_W liegt deutlich unterhalb der Streckgrenze R_e ; bei Spannungsauslägen zwischen σ_W und R_e kommt es folglich bereits zu Ermüdungsbrüchen. Auf die Ursachen wird in Kap. 5.5 näher eingegangen.

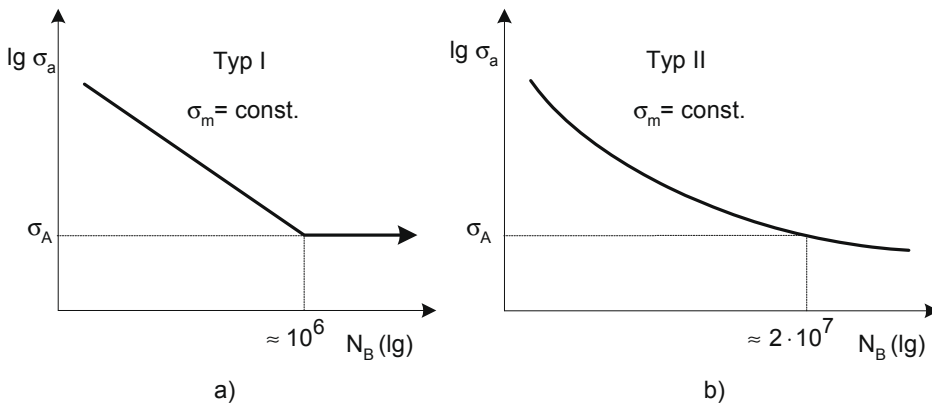


Bild 2.3 Wöhler-Diagramme

a) Typ I-Verhalten mit ausgeprägter Dauerschwingfestigkeit ab ca. 10^6 Zyklen

b) Typ II-Verhalten mit nicht ausgeprägtem Dauerniveau

Vereinbarungsgemäß wird die Dauerschwingfestigkeit ab ca. $2 \cdot 10^7$ Zyklen festgesetzt.

Die Wöhler-Kurven weisen bei niedrigen Spannungsamplituden ein mehr oder weniger ausgeprägtes Plateau auf. Grundsätzlich werden zwei Typen des Verlaufs beobachtet, **Bild 2.3**. Bei Typ I tritt bei gegebener Mittelspannung unterhalb

einer bestimmten Spannungsamplitude, die zu Bruchlastspielzahlen von etwa 10^6 führt, kein Bruch mehr auf. Bei Typ II-Verhalten wird ein Dauerniveau bei Lastspielzahlen in der Gegend von einigen 10^7 noch nicht gemessen; es liegt in der Größenordnung ab 10^8 Lastwechseln. **Bild 2.4** zeigt ein Beispiel für niedrig legierten krz.-Stahl (Typ I-Verhalten) im Vergleich mit einer kfz.-Al-Legierung (Typ II-Verhalten).

Wöhler-Diagramme vom Typ I werden beobachtet bei:

- den meisten krz.-Stählen
- vielen interstitiellen Legierungen
- vielen mehrphasigen Nichteisen-Legierungen.

Das Typ II-Verhalten ist dagegen charakteristisch für:

- reine kfz.-Metalle (Al, Cu, Ni...)
- viele kfz.-Legierungen, wie α -Messing, Al-Legierungen und austenitische Stähle.

Gemäß DIN 50 100 wird bei Typ II-Verhalten die Dauerschwingfestigkeit ab ca. $2 \cdot 10^7$ Zyklen festgelegt.

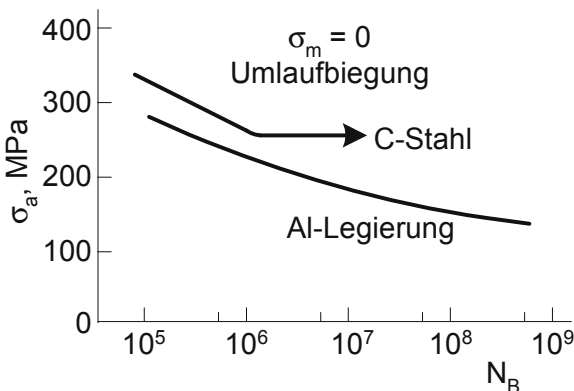


Bild 2.4 Wöhler-Kurven eines krz.-C-Stahles im Vergleich mit einer kfz.-Al-Legierung (nach [2.2])

Zu beachten ist, dass im Wöhler-Diagramm nur die Spannungsamplitude aufgetragen wird. Die Mittelspannung ist jedoch stets mit anzugeben, denn sie ist eine entscheidende Zusatzgröße. Wird sie nicht explizit ausgewiesen, so kann von $\sigma_m = 0$ ausgegangen werden.

2.2.2 Dauerschwingfestigkeitsschaubilder

In technischen Konstruktionen besteht die Belastung an den Bauteilen oft aus einer konstanten Spannung, die der Mittelspannung entspricht, und einer überlagerten, zeitlich veränderlichen Spannung. Der Einfluss der Mittelspannung ist prinzipiell in **Bild 2.5** dargestellt. Gegenüber der reinen Wechselbelastung mit $\sigma_m = 0$ wird die Wöhler-Kurve mit steigender Zug-Mittelspannung ($\sigma_m > 0$) zu geringeren ertragbaren Spannungsamplituden verschoben. Bei Druck-Mittelspannungen ($\sigma_m < 0$) werden dagegen höhere Spannungsamplituden ausgehalten.

ten. Oberflächenfehler, wie Riefen oder Kerben, wirken sich im Druck-Mittelspannungsgebiet weniger kritisch als Rissstarter aus. Die Lage der Grenzlastspielzahl, ab der ein Dauerschwingfestigkeitsniveau auftritt, bleibt in etwa gleich bei ca. 10^6 Zyklen für Typ I-Verhalten.

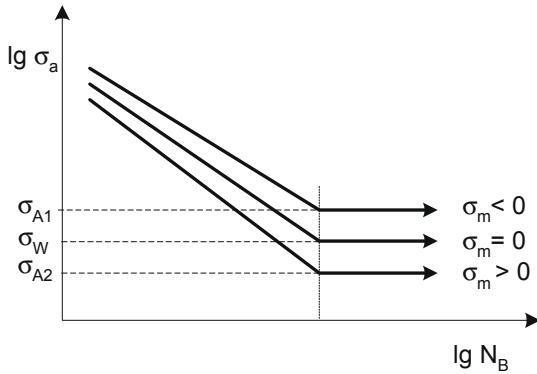


Bild 2.5 Prinzipieller Einfluss der Mittelspannung auf die dauerfest ertragbare Spannungsamplitude

Für $\sigma_m = 0$ ist die Dauerschwingfestigkeit identisch mit der Amplitude und wird als Wechselfestigkeit σ_W bezeichnet.

Die Kombinationen aus Mittelspannung und Daueramplitude werden in Dauerschwingfestigkeitsdiagrammen abgelesen. Es existieren zwei Darstellungsformen, die beide dieselben Informationen beinhalten: das Schaubild nach Smith, welches in der deutschsprachigen Literatur meist verwendet wird, und das nach Haigh, das erheblich einfacher aufgebaut ist als das Smith-Diagramm. Im Folgenden werden beide Diagrammtypen gegenübergestellt. Zunächst werden nur Zug-Mittelspannungen betrachtet.

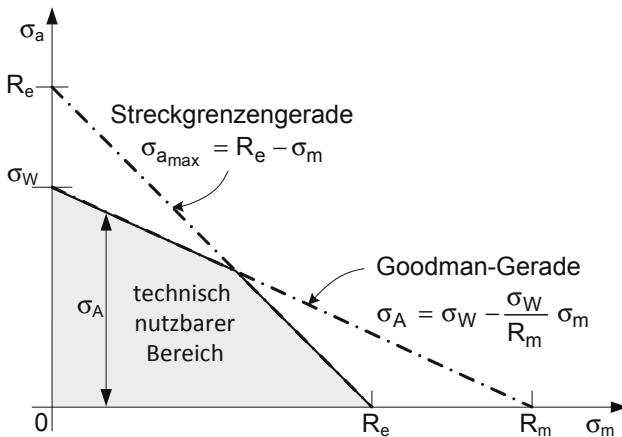


Bild 2.6 Dauerschwingfestigkeitsdiagramm nach Haigh für Zug-Mittelspannungen

Bild 2.6 zeigt ein Dauerschwingfestigkeitsdiagramm nach Haigh (Erstveröffentlichung 1915), bei dem die Daueramplitude (als Absolutbetrag) gegen die Mittelspannung aufgetragen wird, was dem Sinn dieser Schaubilder entspricht. Zunächst werden die Streckgrenze (R_e) und die Zugfestigkeit (R_m) aus Zugversuchen eingetragen. Als Weiteres muss in Wöhler-Versuchen die Wechselfestigkeit

σ_W bei $\sigma_m = 0$ ermittelt werden. Dazu sind für einen Werkstoff pro Charge ca. 7 bis 10 Proben bei unterschiedlichen Amplituden zu verwenden, um diesen Wert möglichst genau zu erfassen.

Man müsste nun für verschiedene Mittelspannungen jeweils die Daueramplitude experimentell bestimmen, was einen enormen Proben- und Zeitaufwand bedeutete. Eine simple Regel nach Goodman hat sich jedoch als zweckmäßig erwiesen, wonach die Wechselfestigkeit σ_W mit der Zugfestigkeit durch eine Gerade, die *Goodman-Gerade*, verbunden wird. Diese folgt somit der Gleichung:

$$\sigma_A = \sigma_W - \frac{\sigma_W}{R_m} \sigma_m = \sigma_W \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) \quad (2.6)$$

Es hat sich herausgestellt, dass diese Form der Interpolation konservativ ist, die tatsächlichen Daueramplituden also leicht oberhalb der Goodman-Geraden liegen.

Grundsätzlich darf die Oberspannung die Streckgrenze nicht überschreiten, weil sonst makroskopische plastische Verformung aufträte. Es ist also ein Streckgrenzenkriterium folgender Art zu formulieren:

$$\sigma_m + \sigma_{a_{\max}} \leq R_e \quad (2.7 \text{ a})$$

oder als Streckgrenzengerade im σ_m - σ_a -Diagramm:

$$\sigma_{a_{\max}} = R_e - \sigma_m \quad (2.7 \text{ b})$$

Der technisch nutzbare Amplitudenbereich wird also von zwei Geraden begrenzt: der Goodman-Geraden und der Streckgrenzengeraden.

Auf diese einfache Art und Weise werden für ein Dauerschwingfestigkeitsschaubild lediglich die Wechselfestigkeit sowie die ohnehin immer vorliegenden Zugversuchsdaten benötigt.

Die Dauerschwingfestigkeit in Abhängigkeit von der Mittelspannung errechnet sich mit Hilfe der Goodman-Interpolation zu:

$$\sigma_D(\sigma_m) = \sigma_m \pm \sigma_A = \sigma_m \pm \sigma_W \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) \quad (2.8)$$

Das häufig verwendete Smith-Diagramm (Erstveröffentlichung 1910) mit denselben schematisch angenommenen Werten wie in Bild 2.6 zeigt **Bild 2.7**. Als Variable wird auf der Abszisse selbstverständlich auch die Mittelspannung aufgetragen, auf der Ordinate allerdings die Ober- und Unterspannungswertepaare. Zunächst werden wiederum die Streckgrenze und die Zugfestigkeit auf beiden Achsen sowie die Wechselfestigkeit als $\pm\sigma_W$ auf der Ordinate eingetragen. Gemäß der Goodman-Regel werden dann die beiden σ_W -Werte mit der Zugfestigkeit verbunden. Innerhalb des sich daraus ergebenden Dreiecks lägen die dauerschwingfest ertragbaren σ_o - σ_u -Wertepaare. Als Hilfslinie zeichnet man meist

noch eine Gerade unter 45° ein, welche das Dreieck nach dem Strahlensatz halbiert, so dass die $\pm\sigma_A$ -Werte sofort abgelesen werden können (siehe eingetragenes Beispiel in Bild 2.7).

Da die Streckgrenze der maximal erlaubte Oberspannungswert ist, wird das Diagramm im nächsten Schritt bei R_e abgeschnitten (Strecke AB in Bild 2.7). Dadurch liegen im Bereich der horizontalen Begrenzungslinie zwischen den Punkten A und B die Dauer-Unterspannungswerte σ_U nicht mehr auf der gestrichelten Linie, sondern auf einer Geraden zwischen B und C (wiederum nach dem Strahlensatz). Somit wird der technisch nutzbare Bereich von den Punkten $+\sigma_W$, A, B, C, $-\sigma_W$ aufgespannt. Meist findet man in der Literatur die Verbindungslinien zwischen $\pm\sigma_W$ und R_m leicht ballig gezeichnet, was daran liegt, dass die Goodman-Gerade eine konservative Abschätzung darstellt.

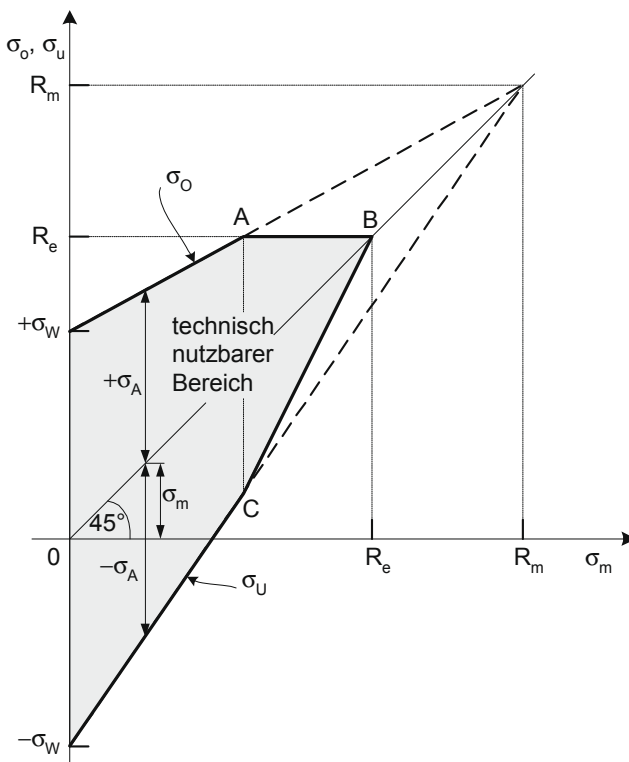


Bild 2.7 Dauerschwingfestigkeitsdiagramm nach Smith für Zug-Mittelspannungen

Die Tatsache, dass die Methode nach Goodman konservativ ist, veranlasste zu präziseren Interpolationsregeln. Einem Vorschlag von Gerber zufolge sollen die Daueramplitudenwerte auf einer Parabel liegen:

$$\sigma_A = \sigma_W \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 \right] \quad (2.9)$$

Im Vergleich zur Goodman-Regel hat Gerber lediglich den Term σ_m/R_m quadriert. Im Haigh-Diagramm, **Bild 2.8**, ist der Unterschied schematisch dargestellt. Der schraffiert eingezeichnete Bereich könnte zusätzlich technisch genutzt werden. In manchen Fällen stellte sich heraus, dass die Gerber-Interpolation etwas zu optimistisch die Daueramplituden vorhersagt. Deshalb benutzt man – auch der Einfachheit wegen – meist die Goodman-Regel.

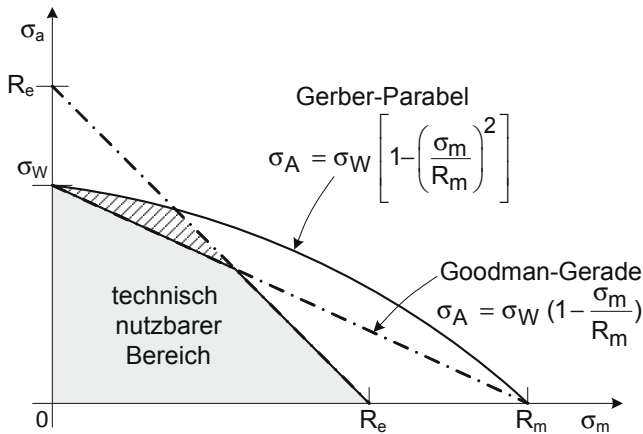


Bild 2.8 Haigh-Diagramm mit dem technisch nutzbaren Feld dauerfest ertragbarer Spannungsamplituden nach der Goodman-Regel (grauer Bereich) sowie nach der Gerber-Regel (grauer + schraffierter Bereich)

Im Folgenden werden die beiden Dauerschwingfestigkeitsschaubilder vollständig für Zug- und Druck-Mittelspannungen vorgestellt, beginnend wiederum mit dem übersichtlicheren Haigh-Diagramm, **Bild 2.9**. Eine Verlängerung der Goodman-Geraden in den Druck-Mittelspannungsbereich hinein ist nicht zulässig. Eine Druckfestigkeit σ_{dB} existiert ohnehin nur bei spröden Werkstoffen, bei duktilen nicht. Vielmehr müssen entlang der fett eingezeichneten Linie, die ebenfalls als

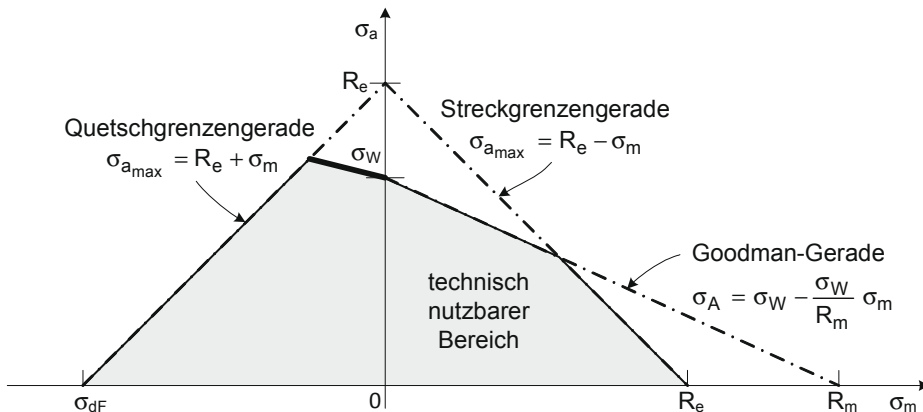


Bild 2.9 Dauerschwingfestigkeitsdiagramm nach Haigh für Zug- und Druck-Mittelspannungen ($R_e = -\sigma_{dF}$ angenommen)

Im fett eingezeichneten Bereich müssen die Dauerschwingfestigkeiten experimentell ermittelt werden, weil hierfür eine Extrapolationsmethode nicht existiert.

Geradenabschnitt angenommen ist, die Daueramplitudenwerte experimentell bestimmt werden. Auf alle Fälle müssen diese mit abnehmender Mittelspannung ansteigen, denn gemäß Bild 2.5 werden für $\sigma_m < 0$ höhere Amplituden dauerschwingfest ertragen. In dem betreffenden Bereich werden jedoch nur wenige – etwa zwei bis drei – Mittelspannungshorizonte benötigt, denn im Druckbereich gilt selbstverständlich analog zum Zugbereich das Quetschgrenzenkriterium (alle Werte sind vorzeichengerecht einzusetzen):

$$\sigma_m - \sigma_{a_{\max}} \geq \sigma_{dF} \quad (2.10 \text{ a})$$

oder als Quetschgrenzengerade im σ_m - σ_a -Diagramm:

$$\sigma_{a_{\max}} = -\sigma_{dF} + \sigma_m = R_e + \sigma_m \quad (2.10 \text{ b})$$

Die Streck- und die Quetschgrenze werden als betragsmäßig gleich groß angenommen. Würde man deutlich in den Druckfließbereich mit der Belastung vordringen, so käme es zum Beulen der Probe. Zwischen der Ordinate und der Quetschgrenzengeraden befindet sich nur ein relativ schmaler σ_m -Bereich, welcher durch Daueramplituden aus Wöhler-Versuchen abzudecken ist.

Bild 2.10 gibt das entsprechende Schaubild nach Smith wieder. Hierbei sind folgende Besonderheiten im Bereich der Druck-Mittelspannungen zu beachten:

- Die Grenzlinien für die Ober- und Unterspannung (in Bild 2.10 fett gezeichnet) *divergieren* in Bezug auf die 45°-Hilfslinie zunächst leicht, weil – wie schon erläutert – mit abnehmender Mittelspannung höhere Daueramplituden ertragen werden.
- Analog zum Zug-Mittelspannungsgebiet wird der technische Einsatzbereich durch die Quetschgrenze σ_{dF} vorgegeben.
- Gemäß der Definition für die Ober- und Unterspannung nach Bild 2.1 (DIN 50 100) im Bereich negativer Mittelspannungen sind die Grenzlinien für σ_o und σ_u gegenüber dem Zugbereich verdreht (erstere liegt unterhalb, letztere oberhalb der 45°-Linie).

2.3 Einflussgrößen auf die Dauerschwingfestigkeit

Die verschiedenen Einflussgrößen auf die Schwingfestigkeit werden meist in ihrer Auswirkung auf die Dauerschwingfestigkeit betrachtet. Sie lassen sich wie folgt einteilen:

- werkstoffbedingte Einflussgrößen
- geometrische und konstruktive Einflussgrößen
- beanspruchungsbedingte Einflussgrößen.

Werkstoffmechanik

Bauteile sicher beurteilen und Werkstoffe richtig einsetzen

Bürgel, R.; Richard, H.A.; Riemer, A.

2014, XVII, 235 S. 151 Abb., Hardcover

ISBN: 978-3-658-03934-9