

2 Leistungsmessung

2.1 Gleichstrom-Kreis

Aufgabe 2.1: Mit der in Bild 2.1 dargestellten Messanordnung soll die in den beiden Widerständen R_1 und R_2 umgesetzte Leistung P bestimmt werden. Es gelten folgende Werte: $R_1 = 470 \, \Omega - 1 \, \%$; $R_2 = 680 \, \Omega - 1 \, \%$; $I_1 = 72,5 \, \text{mA} - 2 \, \%$; $I_2 = 50 \, \text{mA} + 3 \, \%$.

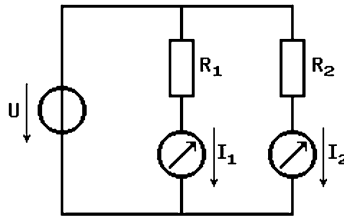


Bild 2.1

- Bestimmen Sie die Leistung P zunächst ohne Berücksichtigung der Fehler.
- Leiten sie die Gleichung für den systematischen relativen und systematischen absoluten Fehler von P ab (allgemein) und bestimmen Sie den Zahlenwert.
- Berechnen Sie den maximal möglichen Fehler von P (absolut und relativ).

Lösung:

a) $P_{\text{ges}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 \approx 4,17 \, \text{W}$

b)
$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial P}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial P}{\partial I_1} \Delta I_1 + \frac{\partial P}{\partial I_2} \Delta I_2$$

$$= I_1^2 \Delta R_1 + I_2^2 \Delta R_2 + 2 R_1 I_1 \Delta I_1 + 2 R_2 I_2 \Delta I_2 \approx 0,038 \, \text{W}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -0,9\%$$

c)
$$|\Delta P| = \left| \frac{\partial P}{\partial R_1} \right| |\Delta R_1| + \left| \frac{\partial P}{\partial R_2} \right| |\Delta R_2| + \left| \frac{\partial P}{\partial I_1} \right| |\Delta I_1| + \left| \frac{\partial P}{\partial I_2} \right| |\Delta I_2|$$

$$= I_1^2 |\Delta R_1| + I_2^2 |\Delta R_2| + 2 |R_1 I_1| |\Delta I_1| + 2 |R_2 I_2| |\Delta I_2| \approx 0,243 \, \text{W}$$

$$\left| \frac{\Delta P}{P} \right| \approx 5,90\%$$

Aufgabe 2.2: Ein Leistungsmesser hat folgende Daten:

Strompfad: $I_m = 5 \, \text{A}$ ($R_i = 120 \, \text{m}\Omega$)

Spannungspfad: $U_m = 60 \, \text{V}$ ($R_u = 400 \, \Omega$)

Sie messen mit diesem Leistungsmesser die von einem ohmschen Widerstand R aus einer Gleichspannungsquelle aufgenommene Leistung P_R .

- Welchen Wert zeigt der Leistungsmesser
 - in stromrichtiger Schaltung,
 - in spannungsrichtiger Schaltung an,
 wenn die tatsächlich in R umgesetzte Leistung $P_R = 200 \, \text{W}$ beträgt? Es liegt hierbei eine

Spannung von $U_R = 48 \text{ V}$ an?

- b) Wie groß ist in beiden Fällen der relative Fehler? Welche Schaltung würden Sie einsetzen und aus welchem Grund?

Lösung:

- a) - stromrichtige Messung

$$P_{\text{Anz}} = P_R + I_R^2 R_i = P_R + \left(\frac{P_R}{U_R} \right)^2 R_i \approx 202,08 \text{ W}$$

- spannungsrichtige Messung

$$P_{\text{Anz}} = P_R + \frac{U_R^2}{R_U} = 205,76 \text{ W}$$

- b) - stromrichtige Messung

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P_{\text{Anz}} - P_R}{P_R} = \frac{I_R^2 R_i}{P_R} = \frac{P_R R_i}{U_R^2} \approx 1,04\%$$

- spannungsrichtige Messung

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P_{\text{Anz}} - P_R}{P_R} = \frac{U_R^2}{R_U P_R} = 2,88\%$$

Die spannungsrichtige Messung ist i. a. vorzuziehen, da der Innenwiderstand R_U des Spannungspfad es meist bekannt ist und die geringe Belastung des Spannungspfad es zu vernachlässigende Temperaturfehler führt, nicht so beim Strompfad.

Aufgabe 2.3: Angezeigt werden an der Verzweigungsstelle des in Bild 2.2 dargestellten Gleichstromnetzes folgende Messwerte: $U = 100 \text{ V}$; $I_1 = 3 \text{ A}$; $I_2 = 4 \text{ A}$.

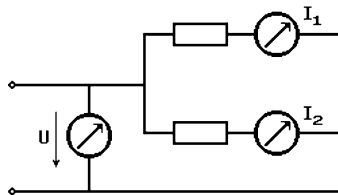


Bild 2.2

Folgende Messgeräte sind dabei eingesetzt:

Voltmeter: Endausschlag $U_e = 300 \text{ V}$, Klasse 2,5

Amperemeter: Endausschlag $I_e = 5 \text{ A}$, Klasse 2,5

- a) Ermitteln Sie

- die Gesamtleistung P_{ges} und
- den gesamten Belastungswiderstand R_{ges} des Netzes.

- b) Berechnen Sie den maximal möglichen Fehler (relativ und absolut)

- der Gesamtleistung und
- des gesamten Belastungswiderstandes.

Lösung:

$$a) \quad P_{\text{ges}} = U(I_1 + I_2) = 700 \text{ W}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{U}{I_1 + I_2} = \frac{100}{7} \Omega \approx 14,28 \Omega$$

b) - relativer Fehler der Leistungsmessung

$$U_e = 300 \text{ V}; f_U = \left| \frac{\Delta U}{U_e} \right| = 2,5\%$$

$$I_e = 5 \text{ A}; f_I = \left| \frac{\Delta I_a}{I_e} \right| = 2,5\%$$

$$\left| \frac{\Delta P_{\text{ges}}}{P_{\text{ges}}} \right| = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I_1 + \Delta I_2}{I_1 + I_2} \right| = \left| \frac{U_e}{U} \right| \left| \frac{\Delta U}{U_e} \right| + \left| \frac{1}{I_1 + I_2} \right| \left\{ |I_{1e}| \left| \frac{\Delta I}{I_{1e}} \right| + |I_{2e}| \left| \frac{\Delta I}{I_{2e}} \right| \right\}$$

$$I_{1e} = I_{2e} = I_e \text{ (gleicher Endausschlag)}$$

$$f_{1e} = \left| \frac{\Delta I}{I_{2e}} \right| = f_{2e} = \left| \frac{\Delta I}{I_{2e}} \right| = f_I \text{ (gleiche Garantiefehlergrenze)}$$

$$\left| \frac{\Delta P_{\text{ges}}}{P_{\text{ges}}} \right| = \left| \frac{U_e}{U} \right| f_U + 2 \left| \frac{I_e}{I_1 + I_2} \right| f_I \approx 11,07\%$$

- absoluter Fehler von P_{ges}

$$|\Delta P_{\text{ges}}| = \left| \frac{U_e}{U} \right| |P_{\text{ges}}| f_U + 2 \left| \frac{I_e}{I_1 + I_2} \right| |P_{\text{ges}}| f_I = U_e(I_1 + I_2) f_U + \approx 77,5 \text{ W}$$

- relativer Fehler des Gesamtwiderstandes R_{ges}

$$\left| \frac{\Delta R_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} \right| = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I_1 + \Delta I_2}{I_1 + I_2} \right| = \left| \frac{U_e}{U} \right| f_U + 2 \left| \frac{I_e}{I_1 + I_2} \right| f_I \approx 11,07\%$$

- absoluter Fehler von R_{ges}

$$\begin{aligned} |\Delta R_{\text{ges}}| &= \left| \frac{U_e}{U} \right| R_a f_U + 2 \left| \frac{I_e}{I_1 + I_2} \right| R_{\text{ges}} f_I = \frac{U_e}{U} \frac{U}{I_1 + I_2} f_U + 2 \frac{I_e}{I_1 + I_2} \frac{U}{I_1 + I_2} f_I \\ &= \frac{U_e}{I_1 + I_2} f_U + 2 \frac{U I_e}{(I_1 + I_2)^2} f_I \approx 1,58 \Omega \end{aligned}$$

Aufgabe 2.4: An einer ohmschen Last wurden bei Gleichstromspeisung Messungen mit folgenden relativen Fehlern durchgeführt:

$$f_U = \frac{\Delta U}{U} = -1,32\%; f_I = \frac{\Delta I}{I} = 2,4\%; \frac{\Delta R}{R} = -3,72\%$$

a) Bestimmen Sie den relativen systematischen Fehler der in der Last umgesetzten Leistung über die Ansätze:

$$P = U \cdot I, \quad P = \frac{U^2}{R} \quad \text{und} \quad P = I^2 \cdot R.$$

b) Bestimmen Sie den maximal möglichen relativen Fehler für die obigen Ansätze.

Lösung:

$$\text{a) } P = UI \rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = f_U + f_I = 1,08\%$$

$$P = \frac{U^2}{R} \rightarrow \frac{\Delta P}{P} = 2 \frac{\Delta U}{U} - \frac{\Delta R}{R} = 2f_U - f_R = 1,08\%$$

$$P = I^2 R \rightarrow \frac{\Delta P}{P} = 2 \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta R}{R} = 2f_I + f_R = 1,08\%$$

$$\text{b) } P = UI \rightarrow \left| \frac{\Delta P}{P} \right| = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right| = |f_U| + |f_I| = 3,72\%$$

$$P = \frac{U^2}{R} \rightarrow \left| \frac{\Delta P}{P} \right| = 2 \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta R}{R} \right| = 2|f_U| + |f_R| = 6,36\%$$

$$P = I^2 R \rightarrow \left| \frac{\Delta P}{P} \right| = 2 \left| \frac{\Delta I}{I} \right| + \left| \frac{\Delta R}{R} \right| = 2|f_I| + |f_R| = 8,52\%$$

2.2 Wechselstrom-Kreis

Aufgabe 2.5: Der Leistungsfaktor der Schaltung nach Bild 2.3 ist $\cos \varphi = 2/3$. Die Frequenz ist $f = 50 \text{ Hz}$.

Amperemeter: Anzeigewert $I = 10 \text{ A (AC)}$

Voltmeter: Anzeigewert $U = 220 \text{ V (AC)}$

Berechnen Sie

- die Wirkleistung P und Blindleistung Q ,
- den Widerstand R und die Kapazität C .

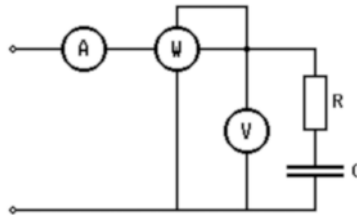


Bild 2.3

Lösung:

$$\text{a) } P = UI \cos \varphi \approx 1466,67 \text{ W}; \quad Q = UI \sin \varphi = UI \frac{\sqrt{5}}{3} \approx 1639,78 \text{ var}$$

$$\text{b) } R = \frac{P_W}{I^2} = \frac{U}{I} \cos \varphi \approx 14,67 \Omega$$

$$C = \frac{I^2}{2\pi f Q} = \frac{I}{2\pi f U \sin \varphi} \approx 94,1 \mu\text{F}$$

Aufgabe 2.6: Gegeben ist die in Bild 2.4 dargestellte Messschaltung. Es werden folgende Echteffektivwert-anzeigende Messgeräte eingesetzt:

Amperemeter: Endausschlag $I_0 = 5 \text{ A}$, Klasse 1,5

Voltmeter: Endausschlag $U_0 = 300 \text{ V}$, Klasse 2,0

Wattmeter: Endausschlag $\alpha_0 = 100$ Skalenteile (Skt.) bei $I_W = 5 \text{ A}$, $U_W = 200 \text{ V}$ und $\cos \varphi = 1$, Klasse 2,5.

Die Innenwiderstände der Messgeräte sind als ideal anzusehen. Anzeigt werden folgende Werte: $I = 2 \text{ A}$; $U = 250 \text{ V}$; $\alpha = 40$ Skt.

Es sind folgende Größen und ihre Fehlergrenzen (maximal möglicher relativer Fehler) zu ermitteln:

- Scheinleistung S ,
- Wirkleistung P ,
- Blindleistung Q und
- $\cos \varphi$.

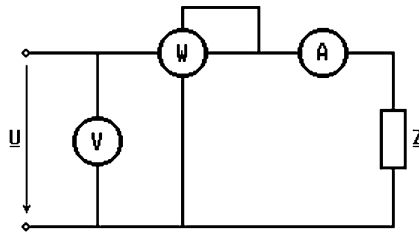


Bild 2.4

Lösung:

a) $S = UI = 500 \text{ VA}$

$$|f_S| = \left| \frac{\Delta S}{S} \right| = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right| = \left| \frac{U_0}{U} \right| |f_U| + \left| \frac{I_0}{I} \right| |f_I| = 6,75\%$$

b) $P = UI \cos \varphi = U_W I_W \frac{\alpha}{\alpha_0} = 400 \text{ W}$

$$|f_P| = \left| \frac{\Delta P}{P} \right| = \left| \frac{P_0}{P} \right| |f_P| = 6,25\%$$

c) $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 300 \text{ var}$

$$|f_Q| = \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = \left(\left(\frac{S}{Q} \right)^2 |f_S| + \left(\frac{P}{Q} \right)^2 |f_P| \right) \approx 29,86\%$$

d) $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{U_W I_W \alpha}{UI \alpha_0} = \frac{4}{5}$

$$|f_{\cos \varphi}| = \left| \frac{\Delta \cos \varphi}{\cos \varphi} \right| = \left| \frac{\Delta P}{P} \right| + \left| \frac{\Delta S}{S} \right| = |f_P| + |f_S| = 13\%$$

Aufgabe 2.7: Gegeben ist das Netzwerk nach Bild 2.5, das nur an den Klemmen 1,2 und 0 zugänglich und auftrennbar ist. Gegeben sind $U_1 = 100 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $L_1 = L_2 = \frac{1}{\pi} \text{ H}$, $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ und $C_1 = \frac{100}{\pi} \mu\text{F}$.

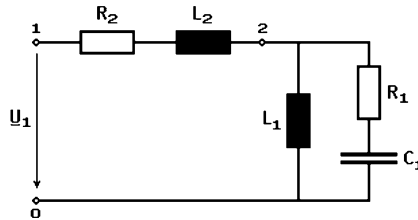


Bild 2.5

- Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm.
- Skizzieren Sie eine Schaltung zur Messung der in R_1 umgesetzten Leistung, wobei das Wattmeter ideal ist (Widerstand des Spannungspfad $R_U \rightarrow \infty$; Widerstand des Strompfades $R_I = 0$).
- Bestimmen Sie die Wirk-, Blind- und Scheinleistung P , Q , und S des gesamten Netzwerks.
- Wie groß ist die in R_1 umgesetzte Leistung P ?

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } Z_1 &= j\omega L_1 \parallel \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) = \frac{j\omega L_1 \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right)}{R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = (1+j) 100 \Omega \\
 Z_2 &= R_2 + j\omega L_2 = (1+j) 100 \Omega ; \quad Z_g = Z_1 + Z_2 = (1+j) 200 \Omega \\
 I_{\text{ges}} = I_2 &= \frac{U_1}{Z_g} = (1-j) 0,25 \text{ A} \\
 U_2 = Z_2 I_2 &= 50 \text{ V} = U_{R2} + U_{L2} ; \quad U_3 = Z_1 I_2 = 50 \text{ V} = U_{R1} + U_{C1} = U_{L1} \\
 I_1 &= \frac{U_3}{j\omega L_1} = -j0,5 \text{ A} \\
 I_{R1} &= \frac{U_3}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{50 \text{ V}}{100 \Omega - j100 \Omega} = (1+j) 0,25 \text{ A} \\
 U_{R1} &= R_1 I_{R1} = (1+j) 25 \text{ V} ; \quad U_{R2} = R_2 I_2 = (1-j) 25 \text{ V} \\
 U_{C1} &= \frac{I_{R1}}{j\omega C_1} = (1-j) 25 \text{ V} ; \quad U_{L2} = j\omega L_2 I_2 = (1+j) 25 \text{ V}
 \end{aligned}$$

Zeigerdiagramm siehe Bild 2.6

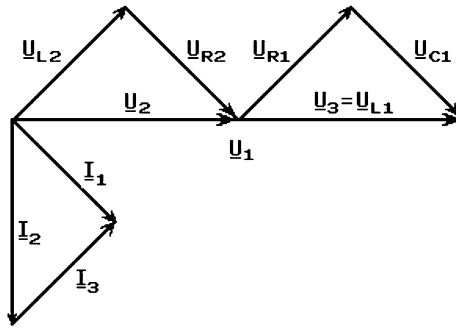


Bild 2.6

b)

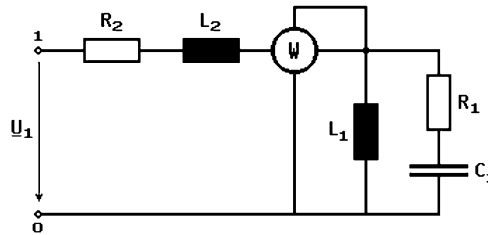


Bild 2.7

- c) $S = \underline{U}_1 \underline{I}_2 = (1 - j) 25 \text{ VA}$
 $P = \text{Re}(S) = 25 \text{ W}$
 $Q = \text{Im}(S) = -25 \text{ var}$
 $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 25 \sqrt{2} \text{ VA} \approx 35,36 \text{ VA}$
- d) $P_{R1} = |\underline{U}_{R1}| |\underline{I}_{R1}| = R_1 |\underline{I}_{R1}|^2 = 12,5 \text{ W}$

Aufgabe 2.8: Aus einer gleichzeitigen Messung der Leistung P , des Stromes I und der Klemmenspannung U soll der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ ermittelt werden. Die Garantiefehlergrenzen f der bei der Messung benutzten Geräte betragen jeweils $\pm 1 \%$.

- Wie groß ist der maximal mögliche Fehler bei der Bestimmung von $\cos \varphi$ (relativer Fehler)?
- Bestimmen Sie den wahrscheinlichen Fehler bei Vollausschlag und halben Vollausschlag.
- Zeichnen Sie die entsprechende Messschaltung.
- Zahlenwerte: Spannungsquelle $U_{\text{Anz}} = 24 \text{ V}_{\text{eff}}$
 Amperemeter: Endausschlag 1 A; Anzeigewert $I_{\text{Anz}} = 750 \text{ mA}_{\text{eff}}$
 Voltmeter: Endausschlag 100 V; Innenwiderstand $R_u = 50 \text{ k}\Omega$
 Wattmeter: Endausschlag 10 W (Anzeigewert P_{Anz})
 Bestimmen Sie den Widerstand R und $\cos \varphi$ der Schaltung.

Lösung:

a) $\cos \varphi = \frac{P}{U I} ; \left| \frac{\Delta \cos \varphi}{\cos \varphi} \right| = \left| \frac{\Delta P}{P} \right| + \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right| = 3f = 3\%$

- b) - Vollausschlag

$$f_{\cos\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = \sqrt{3} f \approx 1,73\%$$

- Halber Ausschlag

$$f_{\cos\varphi} = \sqrt{\left(2\frac{\Delta P}{P}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = 2\sqrt{3} f \approx 3,46\%$$

- c) Siehe Bild 2.8

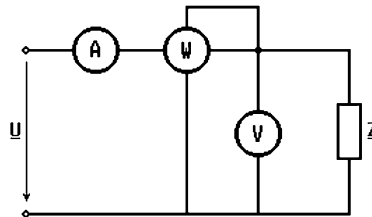


Bild 2.8

$$d) \quad \cos\varphi = \frac{P_{\text{Anz}}}{U_{\text{Anz}} I_{\text{Anz}}} \approx 0,556$$

$$R = Z \cos\varphi = \frac{U_{\text{Anz}}}{I_{\text{Anz}}} \frac{P_{\text{Anz}}}{U_{\text{Anz}} I_{\text{Anz}}} = \frac{P_{\text{Anz}}}{I_{\text{Anz}}^2} \approx 17,78\Omega$$

Aufgabe 2.9: In dem in Bild 2.9 dargestellten Spannungsteiler sei $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 15\Omega$. Außerdem ist $i_2(t) = 6\text{ A} \sin(\omega t)$.

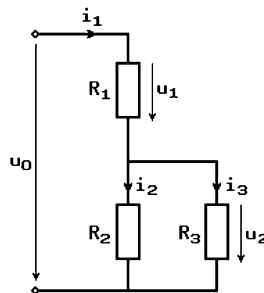


Bild 2.9

- Bestimmen Sie alle fehlenden Größen $u_1(t)$, $u_2(t)$, $i_1(t)$, $i_3(t)$.
- Bestimmen Sie die in den Widerständen umgesetzte augenblickliche Leistung $p(t)$.
- Bestimmen Sie die in den Widerständen umgesetzte mittlere Leistung $\bar{p}$.

Lösung:

$$a) \quad u_2(t) = R_2 i_2(t) = 30\text{ V} \sin(\omega t)$$

$$i_3(t) = \frac{u_2(t)}{R_3} = \frac{u_2(t)}{R_3} = 2\text{ A} \sin(\omega t)$$

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = 8\text{ A} \sin(\omega t)$$

$$u_1(t) = R_1 i_1(t) = 80\text{ V} \sin(\omega t)$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } p_1(t) &= u_1(t) i_1(t) = R_1 i_1^2(t) = 640 \text{ W } \sin^2(\omega t) \\
 p_2(t) &= u_2(t) i_2(t) = R_2 i_2^2(t) = 180 \text{ W } \sin^2(\omega t) \\
 p_3(t) &= u_3(t) i_3(t) = \frac{u_2^2(t)}{R_3} = 60 \text{ W } \sin^2(\omega t) \\
 \text{c) } \bar{p}_1 &= \frac{1}{T} \int_0^T p_1(t) dt = R_1 \frac{1}{T} \int_0^T i_1^2(t) dt = \frac{1}{2} R_1 \hat{i}_1^2 = 320 \text{ W} \\
 \bar{p}_2 &= \frac{1}{T} \int_0^T p_2(t) dt = \frac{1}{2} R_2 \hat{i}_2^2 = 90 \text{ W} \\
 \bar{p}_3 &= \frac{1}{T} \int_0^T p_3(t) dt = \frac{\hat{u}_2^2}{2R_3} = 30 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.10: Um mit einem elektrodynamischen Messwerk die Blindleistung Q des Verbrauchers mit der Impedanz $\underline{Z}_V$ zu bestimmen, muss die Phasenverschiebung zwischen dem Strom $\underline{I}_1$ durch die Spannungsspule und der Spannung $\underline{U}_V$ 90° betragen. Für die folgenden Berechnungen wird angenommen, dass näherungsweise gilt: $\underline{I} = \underline{I}_V$. Die Phasenverschiebung soll mit dem Netzwerk, bestehend aus $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ und $\underline{Z}_3$, realisiert werden (Bild 2.10). Dieses Netzwerk hat den in Bild 2.11 dargestellten Aufbau. Die Impedanzen der Spulen sind ideal.

- Bestimmen Sie das Verhältnis $\underline{U}_V/\underline{I}_1$ als komplexen Ausdruck in der Form $\underline{U}_V/\underline{I}_1 = a + jb$.
- Berechnen Sie für den Fall $R_1 = R_2 = R$ die Kreisfrequenz ω_1 , bei der die oben erwähnte Phasenverschiebung von 90° zwischen $\underline{U}_V$ und $\underline{I}_1$ zustande kommt.
- Zeigen Sie, dass für $R_2 = 0$ die Frequenz ω_2 , bei der eine Phasenverschiebung von 90° zwischen $\underline{I}_1$ und $\underline{U}_V$ herrscht, unabhängig von L_1 ist.

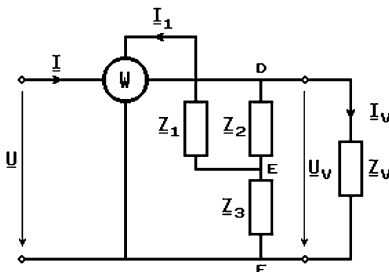


Bild 2.10

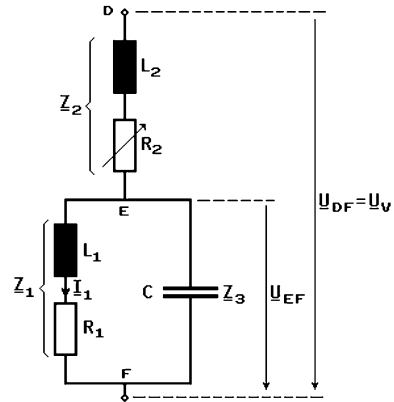


Bild 2.11

Lösung:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{\underline{U}_V}{\underline{I}_1} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\
 \frac{\underline{U}_V}{\underline{I}_1} &= R_1 + R_2 - \omega^2 C (R_1 L_2 + R_2 L_1) + j\omega (L_1 + L_2 + R_1 R_2 C - \omega^2 L_1 L_2 C)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \operatorname{Re} \left\{ \frac{U_V}{I_1} \right\} &= 0, \text{ d.h. } \omega_1 = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{C(R_1 L_2 + R_2 L_1)}} = \sqrt{\frac{2}{C(L_1 + L_2)}} \\ \text{c) } \omega_2 &= \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{C(R_1 L_1 + R_2 L_1)}} = \frac{1}{\sqrt{C L_2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.11: Gegeben ist die in Bild 2.12 dargestellte Schaltung. Die Generatoren G_1 und G_2 liefern die gezeigten Signalverläufe für Strom i_1 und Spannung u_2 . Alle Messgeräte sind ideal.

- Berechnen Sie allgemein den Strom I_A , der vom Amperemeter angezeigt wird. Wie nennt man diesen Wert? Hinweis: Das Amperemeter ist nicht in Effektivwerten (für Sinusform) geeicht.
- Berechnen Sie allgemein die Spannung U_V , die vom Voltmeter angezeigt wird. Wie nennt man diesen Wert und wie kann er physikalisch gedeutet werden?
- Berechnen Sie allgemein die Leistung P_W , die vom Wattmeter angezeigt wird.
- Welche Leistung wird vom Wattmeter angezeigt, wenn der Stromverlauf $i_1(t)$ um $T/2$ gegenüber dem Spannungsverlauf $u_2(t)$ verschoben wird? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Mit welchem Faktor ist der von einem für sinusförmigen Stromverlauf geeichten, Effektivwert messenden Ampèremeter erhaltene Wert zu korrigieren, um den Effektivwert des Stromes $i_1(t)$ zu erhalten?

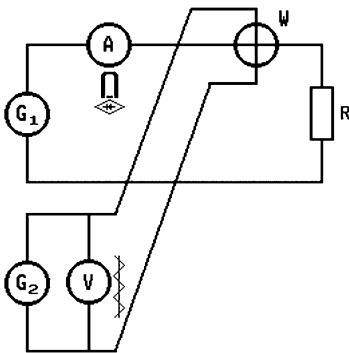


Bild 2.12

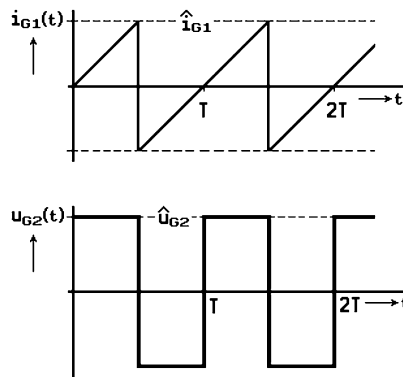


Bild 2.13

Lösung:

a) $I_A = 0,5 \hat{i}_1$ (Gleichrichtwert)

b) $U_V = \hat{u}_2$ (Effektivwert)

Eine Wechselspannung setzt an einem ohmschen Verbraucher die gleiche Leistung um wie eine Gleichspannung der Größe des Effektivwertes der Wechselspannung.

c) $P_W = \frac{\hat{i}_1 \hat{u}_2}{2}$

d) Siehe Bild 2.14

e) $K = \frac{I_{\text{eff}}}{I_{\text{Meß}}} = \frac{I_{G1, \text{effektiv}}}{F I_{G1, \text{Gleichrichtwert}}} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi\sqrt{3}} \approx 1,04$

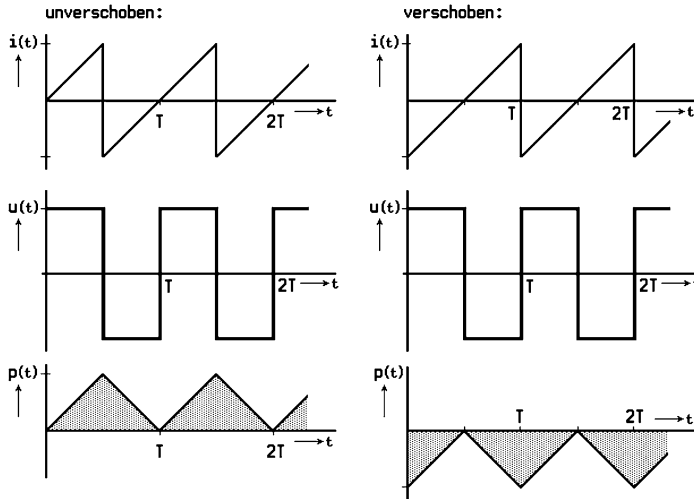


Bild 2.14

Aufgabe 2.12: Phasenanschnittsteuerung. Die Leistungsaufnahme eines rein ohmschen Verbrauchers R am öffentlichen Versorgungsnetz soll verlustleistungsfrei eingestellt werden können. Die Ausgangsspannung $u_R(t)$ einer hierzu verwendeten Phasenanschnittsteuerung mit Doppelweg-Gleichrichtung habe den gezeigten zeitlichen Verlauf (Bild 2.15).

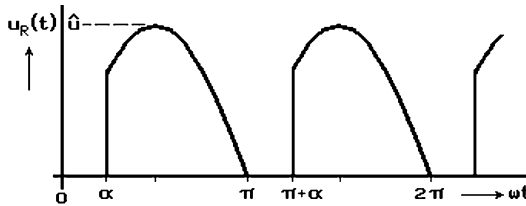


Bild 2.15

Die im Verbraucher umgesetzte Wirkleistung P soll nun abhängig vom Zündwinkel α gemessen werden. Es stehen jedoch nur ein Drehspul- und ein Dreheisenmessgerät zur Spannungsmessung zur Verfügung.

- Mit welchem der beiden Messgeräte kann bei bekannter Last R aus dem angezeigten Spannungswert U_R die umgesetzte Leistung ermittelt werden?
- Berechnen Sie allgemein die Anzeige U_A des geeigneten Spannungsmessgeräts in Abhängigkeit des Zündwinkels α .
- Wie groß ist die Leistung P in Abhängigkeit vom Zündwinkel α ?
- Wie groß ist die Leistung P_α bei einem Zündwinkel von
 - $\alpha = 0$,
 - $\alpha = \pi/4$,
 - $\alpha = \pi/2$ und
 - $\alpha = \pi$?
- Zur Spannungsmessung wird fälschlicherweise ein Drehspulinstrument mit Doppelweg-Gleichrichter und Eichung in Effektivwerten für Sinusform verwendet. Berechnen Sie den hierdurch entstehenden relativen Fehler in Bezug auf das unter a) verwendete Messgerät

für

e1) $\alpha = 0$ unde2) $\alpha = \pi/2$.

Lösung:

- a) Mit dem Dreheiseninstrument kann die umgesetzte Leistung direkt aus dem angezeigten Spannungswert ermittelt werden, da der Anzeigewert proportional zu u_R^2 ist:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{U_R^2}{R} dt = \frac{1}{T} \frac{1}{R} \int_0^T u_R^2 dt$$

b)
$$U_A = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\alpha}$$

c)
$$P = \frac{U_A^2}{R} = \frac{\hat{u}^2}{2R} \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\alpha \right)$$

d)
$$\begin{aligned} \alpha = 0: & \quad P_0 = \frac{\hat{u}^2}{2R} \\ \alpha = \frac{\pi}{4}: & \quad P_{\frac{\pi}{4}} = \frac{\hat{u}^2}{2R} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \right) \\ \alpha = \frac{\pi}{2}: & \quad P_{\frac{\pi}{2}} = \frac{\hat{u}^2}{4R} \\ \alpha = \pi: & \quad P_{\pi} = 0 \end{aligned}$$

e) $\alpha = 0: \quad U_{\text{Drehspul}} = U_{\text{Dreheisen}}; f = 0$

$\alpha = \frac{\pi}{2}: \quad U_{\text{Drehspul}} = \frac{\hat{u}}{\pi}; U_{\text{Dreheisen}} = \frac{\hat{u}}{2}$

$$f = \frac{U_{\text{Drehspul, Anzeige}} - U_{\text{Dreheisen}}}{U_{\text{Dreheisen}}} = \frac{F U_{\text{Drehspul}} - U_{\text{Dreheisen}}}{U_{\text{Dreheisen}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \approx -0,29$$

Aufgabe 2.13: Zur Messung der Blindleistung in einem 1-Phasensystem wird die Wirkleistungsmessschaltung (Bild 2.16) zu einer Schaltung, welche die Spannung am Instrument gegenüber der Verbraucherspannung um 90° nacheilen lässt, umgebaut (Bild 2.17).

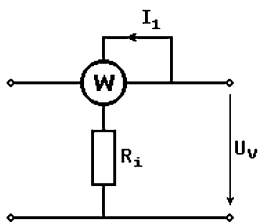


Bild 2.16

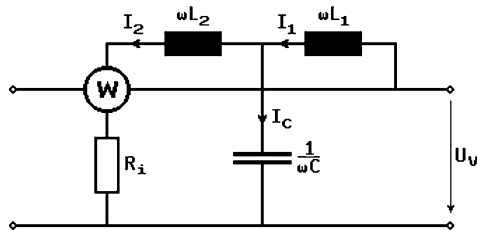


Bild 2.17

- a) Welche Bedingungen müssen für den Strom durch den Innenwiderstand R_i des Messinstruments gelten, wenn nach der Umschaltung auf die Schaltung nach Bild 2.17 die Blindleistung direkt angezeigt werden soll?
- b) U_v , R_i und ωL_2 sind bekannt, ferner sei $\omega L_2 = R_i$. Bestimmen Sie mit den Bedingungen aus a) für eine feste Frequenz die Größe der Elemente ωL_1 und $1/\omega C$ mit Hilfe des vollständi-

Lösung:

Für $\underline{U}_V \perp \underline{I}_2$ muss gelten: $\operatorname{Re}\{Z_x\} = 0$, d.h. $\omega^2 L_1 C = 1$.

Für $\underline{I}_1 \perp \underline{I}_2$ muss gelten: $\varphi = \arctan \frac{-\omega R_2 C}{1 - \omega^2 L_2 C} = 90^\circ$, d.h. $\omega^2 L_2 C = 1$.

Für $|\underline{I}_1| = |\underline{I}_2|$ folgt $L_1 = L_2 = L$,

also $L_1 = \frac{R_{wv}}{\omega} = 1 \text{ H}$; $C = \frac{1}{\omega R_{wv}} = 10,1 \mu\text{F}$; $R_2 = 0$.

Aufgabe 2.15: Mit einem elektrodynamischen Messwerk mit einer Induktivität der Feldspule von $L_{sp} = 0,5 \text{ mH}$ und einem Widerstand des Spannungspfades von $R_p = 100 \Omega$ soll die Leistung eines einphasigen Verbrauchers $Z_v = 50 \Omega + j 50 \Omega$ gemessen werden. Die Frequenz des Netzes betrage $f = 50 \text{ Hz}$. Hinweis: Verwenden Sie die spannungsrichtige Messung.

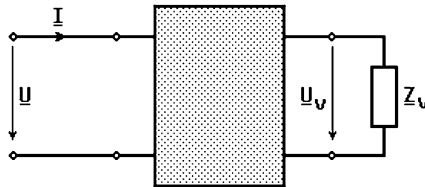


Bild 2.20

- Skizzieren Sie das elektrische Ersatzschaltbild (ausgehend von Bild 2.20) bestehend aus Spannungsquelle $\underline{U} = 220 \text{ V}$, Messwerk und Verbraucher zur Messung der am Verbraucher umgesetzten Wirkleistung. Verwenden Sie dabei einen Vorwiderstand $R = 1 \text{ k}\Omega$ zur Erhöhung der Impedanz des Spannungspfades.
- Geben Sie einen Ausdruck für den Ausschlagwinkel α des Messwerks in Abhängigkeit von $\underline{I}$ und $\underline{U}_v$ an und zeigen Sie dann, dass dieser Ausdruck proportional zur Wirkleistung P ist. Der Strom im Spannungspfad I_p sei klein gegenüber I . Der Messgerätefaktor sei k .
- Welche Wirkung auf das Messergebnis besitzt die Spuleninduktivität L_{sp} (kurze Erläuterung)?
- Wie groß ist die im Verbraucher Z_v umgesetzte Wirkleistung P ?
- Was zeigt das Messwerk (Istwert P_a) an und wie groß ist der absolute Fehler ΔP ? (Proportionalitätsfaktor des Messwerks $k = 1100 \Omega$)
- Statt des Vorwiderstandes R im Spannungspfad wird eine Induktivität $L = 3,18 \text{ H}$ verwendet. Was messen Sie mit dem Messwerk in der genannten Schaltungskonfiguration (Herleitung)? Begründung mit Zeigerdiagramm für $L_{sp} = 0$!
- Wie groß ist die im Verbraucher aufgenommene Blindleistung Q_v , falls $L_{sp} = 0$ ist?

Lösung:

- a) Siehe Bild 2.21

$$b) \quad \alpha = \frac{k}{R_p + R} |\underline{I}_v^*| |\underline{U}_v| \cos \varphi(\underline{I}_v^*, \underline{U}_v) = \frac{k}{R_p + R} P$$

- c) Durch die Induktivität sind die Messergebnisse des elektrodynamischen Messwerkes frequenzabhängig. Das Messgerät wirkt wie eine Tiefpass.

$$\underline{Z}_L = j\omega L_{sp}$$

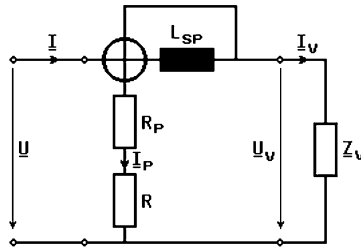


Bild 2.21

- d) $P = |I_V|^2 R_V = 482,07 \text{ W}$
- e) $P_\alpha = \frac{k}{R_P + R} |I^*| |U_V| \cos \varphi(I^*, U_V) = 525,18 \text{ W}$
 $\Delta P = P_\alpha - P = 43,11 \text{ W}$
- f) Siehe Bild 2.22 und 2.23

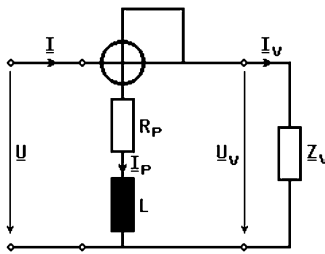


Bild 2.22

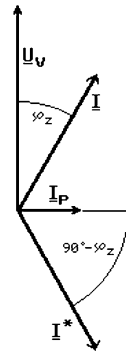


Bild 2.23

$$P_\alpha' = \operatorname{Re} \{k I_P I^*\} = \frac{k}{\omega L} |I^*| |U_V| \sin \varphi_Z = Q \text{ (Blindleistung)}$$

- g) $Q_V = |I_V|^2 X_L = 484 \text{ var} \quad (X_L = 50 \Omega)$

Aufgabe 2.16: Mit drei Amperemetern und einem bekannten Widerstand R soll die in einem Verbraucher Z_V umgesetzte Wirkleistung P bestimmt werden (Bild 2.24). Die Messinstrumente sind ideal.

- Zeichnen Sie qualitativ das vollständige Zeigerdiagramm dieser Schaltung. Gehen Sie dabei von einem ohmsch-induktiven Verbraucher und $I_3 = I_3 \cdot e^{j0^\circ}$ aus.
- Berechnen Sie $\cos \phi$, d. h. den Kosinus des Winkels zwischen Spannung $\underline{U}_V$ und Strom I_2 am Verbraucher, aus den Beträgen der gemessenen Ströme I_1, I_2, I_3 .
- Zeigen Sie, dass die Wirkleistung P des Verbrauchers mit den Anzeigewerten der Amperemeter und dem Widerstandswert von R gemessen werden kann.
- Geben Sie einen Zusammenhang an, mit dem auch die Blindleistung Q bestimmt werden kann.
- Geben Sie einen Ausdruck für den relativen Fehler bei der Bestimmung der Wirkleistung P an, wenn die Messgeräte jeweils den relativen Fehler f_i besitzen und der Widerstand R fehlerfrei ist.

- f) Für welchen Winkel ϕ wird der absolute Fehler der Wirkleistung P minimal?
- g) Kann mit dieser Schaltung ein induktiver von einem kapazitiven Verbraucher unterschieden werden? Begründen Sie Ihre Antwort.
- h) Wie groß sollte R gegenüber dem Verbraucher Z_V sein?
- i) Entwerfen Sie nun eine Schaltung, die die Wirkleistung entsprechend mit drei Voltmetern ermittelt. Gehen Sie dann wie in den Aufgabenteilen a) - c) vor. Die Messinstrumente sind wieder ideal.

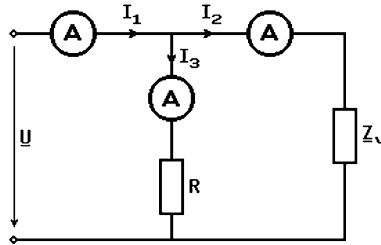


Bild 2.24

Lösung:

a)

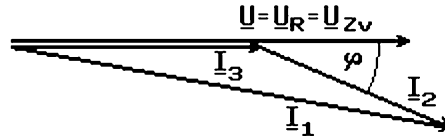


Bild 2.25

b) $\cos \varphi = \frac{I_1^2 - I_2^2 - I_3^2}{2I_2I_3}$

c) $P = U I_2 \cos \varphi = \frac{R}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$

d) $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = R \sqrt{(I_2I_3)^2 - \frac{1}{4}(I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)^2}$

e) $\frac{\Delta P}{P} = \frac{R(I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)}{P} f_i = 2f_i$

f) $\varphi = \frac{\pi}{2}$

g) Nein, es gehen nur die Beträge der Ströme in die Rechnung ein.

h) $R \gg Z_V$, denn über R liegt die volle Versorgungsspannung U (Verluste).

i)

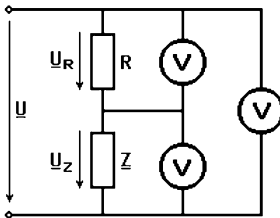


Bild 2.26

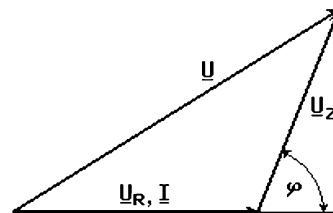


Bild 2.27

$$\cos \varphi = \frac{U^2 - U_R^2 - U_Z^2}{2 U_R U_Z}$$

$$P = U_Z I \cos \varphi = \frac{1}{R} (U^2 - U_R^2 - U_Z^2)$$

Aufgabe 2.17: Zur Bestimmung der Blindleistung Q , die ein komplexer Verbraucher Z aufnimmt, stehen ein elektrodynamischer Leistungsmesser, ein Strommesser und ein Spannungsmesser zur Verfügung (Bild 2.28). Die angezeigten Messwerte der drei Instrumente seien mit gleichen relativen Fehlern f behaftet, d. h. $|f_U| = |f_I| = |f_P| = f$. Der Eigenverbrauch der Instrumente sei vernachlässigbar.

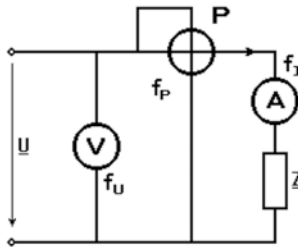


Bild 2.28

- Welche Messwerke für U und I würden Sie wählen, wenn U und I sinusförmigen bzw. nicht-sinusförmigen Kurvenverlauf besitzen und in Effektivwerten angezeigt werden sollen?
- Wie ergibt sich die Blindleistung Q aus den drei gemessenen Größen?
- Berechnen Sie ganz allgemein den absoluten Fehler ΔQ , abhängig von P , Q , U , I , f_U , f_I und f_P .
- Geben Sie für den ungünstigsten Fall den relativen Fehler (also den maximalen Fehler) $\left(\frac{\Delta Q}{Q} \right)_{\max}$ abhängig von P , Q , U , I und f an.
- Geben Sie den maximalen Fehler für folgende Sonderfälle an:
 - $P = 0$
 - $Q = 0$
 - $P = Q$

Lösung:

- Dreheisenmessgerät

$$b) \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{(U I)^2 - P^2}$$

$$c) \quad \Delta Q = \frac{1}{\sqrt{(U I)^2 - P^2}} \left[(U I)^2 (f_U + f_I) - P^2 f_P \right]$$

$$d) \quad \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = \frac{2(U I)^2 + P^2}{Q^2} f$$

$$e1) \quad \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = 2f; \quad e2) \quad \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| \rightarrow \infty; \quad e3) \quad \left| \frac{\Delta Q}{Q} \right| = 5f$$

Aufgabe 2.18: Es stehen zwei Leistungsmesser W_1 und W_2 zur Verfügung, deren Strompfade mit dem Strom $i_1 = i_2 = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi)$ beaufschlagt sind. Am Spannungspfad von W_1 liegt $u_1 = \hat{u} \sin \omega t$, an W_2 liegt $u_2 = \hat{u} \cos \omega t$.

- Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild für die Messanordnung.
- Geben Sie in allgemeiner Form die Momentanwerte der Leistungen $p_1(t) = u_1 i_1$ und $p_2(t) = u_2 i_2$ an.
- Was zeigen die Leistungsmesser W_1 und W_2 an? Geben Sie einen Ausdruck für $\bar{p}_1 = f(\hat{u}, \hat{i}, \varphi)$ und $\bar{p}_2 = f(\hat{u}, \hat{i}, \varphi)$ an.

Hinweis: $\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$.

- Es ist der zeitliche Verlauf von $p_1(t)$ zu zeichnen, dabei sollen folgende Zahlenwerte gelten: $\hat{u} = 10 \text{ V}$; $\hat{i} = 100 \text{ mA}$; $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$, $\varphi = 45^\circ$.
- Berechnen Sie mit den unter d) gegebenen Werten $\bar{p}_1$ und $\bar{p}_2$.
- Geben Sie allgemein einen Ausdruck für den Phasenwinkel $\varphi = f(\bar{p}_1, \bar{p}_2)$ und die Scheinleistung $S = UI = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i}$ an.

Lösung:

a)

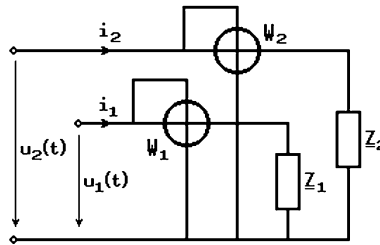


Bild 2.29

- $$p_1(t) = u_1 i_1 = \frac{\hat{i} \hat{u}}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$p_2(t) = u_2 i_2 = \frac{\hat{i} \hat{u}}{2} [\sin \varphi + \sin(2\omega t + \varphi)]$$
- Der lineare Mittelwert von $p_1(t)$, $p_2(t)$ ergibt die Wirkleistung P_1 und P_2 .

$$P_1 = \bar{p}_1 = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \cos \varphi; \quad P_2 = \bar{p}_2 = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \sin \varphi$$
- Siehe Bild 2.30
- $$\bar{p}_1 = \bar{p}_2 = 0,35 \text{ W}$$
- $$\varphi = \arctan \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2}; \quad S = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} = \sqrt{\bar{p}_1^2 + \bar{p}_2^2}$$

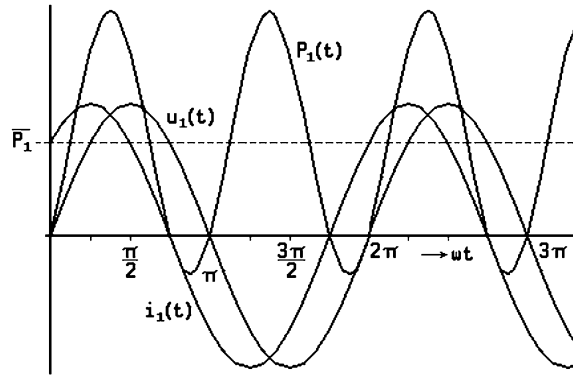


Bild 2.30

2.3 Drehstrom-Netzwerk

Aufgabe 2.19: Gegeben ist die in Bild 2.31 dargestellte Schaltung (ungestörter Fall):

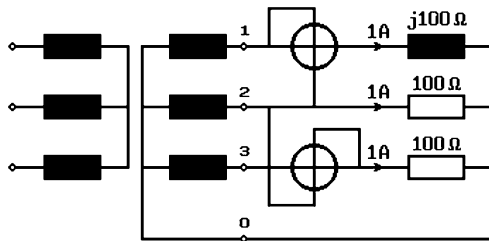


Bild 2.31

- Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm (alle Ströme und Spannungen).
- Wie groß ist die Differenz von umgesetzter Wirkleistung und angezeigter Leistung?
- Durch einen Fehler im Übertragungstransformator sinkt die Sternspannung U_2 auf die Hälfte ab. Wie groß ist jetzt die im Verbraucher umgesetzte Wirkleistung?

Lösung:

a) $I_1 = I_2 = I_3 = I = 1\text{ A}$

$$\underline{U}_1 = U e^{j0^\circ}; \underline{U}_2 = U e^{-j120^\circ}; \underline{U}_3 = U e^{-j240^\circ}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{j100\Omega} = I e^{-j90^\circ}; \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{100\Omega} = I e^{-j120^\circ}; \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{100\Omega} = I e^{-j240^\circ}$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U = I 100\Omega = 100\text{ V}$$

Zeigerdiagramm siehe Bild 2.32

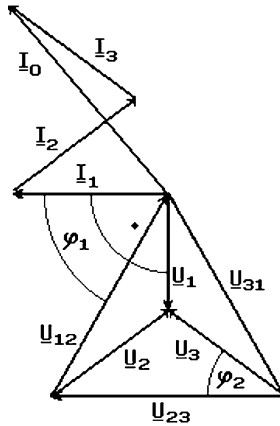


Bild 2.32

- b) $P_1 = \operatorname{Re}\{U_1 I_1^*\} = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = UI \cos 90^\circ = 0$
 $P_2 = \operatorname{Re}\{U_2 I_2^*\} = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = UI \cos 0 = 100 \text{ W}$
 $P_3 = \operatorname{Re}\{U_3 I_3^*\} = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = UI \cos 0 = 100 \text{ W}$
 $P_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^3 P_i = 2UI = 200 \text{ W}$
 $\underline{U}_{jk} = \sqrt{3} \underline{U}_i e^{-j90^\circ}$
 $P_{\text{Anz}} = \operatorname{Re}\{P\} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{12} I_1^*\} + \operatorname{Re}\{\underline{U}_{32} I_3^*\}$
 $= \sqrt{3} \operatorname{Re}\{\underline{U}_3 I_1^* e^{-j90^\circ}\} + \sqrt{3} \operatorname{Re}\{-\underline{U}_1 I_3^* e^{-j90^\circ}\}$
 $= \sqrt{3} UI [\cos(120^\circ) - \cos(150^\circ)] = \frac{\sqrt{3}}{2} UI [-1 + \sqrt{3}] \approx 63,4 \text{ W}$
 $\Delta P = P_{\text{Anz}} - P_{\text{ges}} = -\frac{1}{2} UI [1 + \sqrt{3}] \approx -136,6 \text{ W}$
- c) $I_2' = \frac{I}{2} e^{-j120^\circ}; \underline{U}_2' = \frac{U}{2} e^{-j120^\circ}$
 $P_2' = \operatorname{Re}\{\underline{U}_2 I_2^*\} = \frac{1}{4} UI \cos \varphi_2 = \frac{1}{4} UI \cos 0^\circ = 25 \text{ W}$
 $P_{\text{ges}}' = P_1 + P_2' + P_3 = 125 \text{ W}$

Aufgabe 2.20: Gegeben ist eine Drehstromschaltung nach Bild 2.33 mit symmetrischen Sternspannungen U_1, U_2 und U_3 . Die Leiterspannungen betragen $U_{12} = U_{23} = U_{31} = 300 \text{ V}$. Hinweis: Lassen Sie beim Weiterrechnen unbedingt die Wurzeln stehen.

- a) Es sei $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1$. Das Wattmeter W_1 zeigt den Wert 75 W an. Wie groß ist R_1, X_1, I_1 , wenn gilt $U_1/X_1 = \sqrt{3}$?
- b) Ferner ist $\underline{Z}_2 = R_1 - jX_1$ und $\underline{Z}_3 = |\underline{Z}_1|/2 = R_3$. Welchen Wert zeigt das Wattmeter W_2 an und wie groß ist die gesamte, im 3-phasigen Verbraucher umgesetzte Wirkleistung P ?

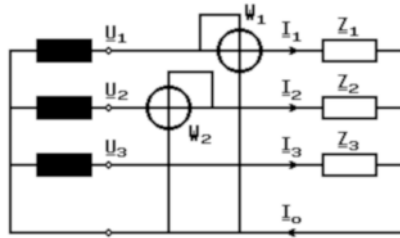


Bild 2.33

- c) Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm. Berechnen Sie mit seiner Hilfe den Betrag des Stromes I_0 .
- d) Durch eine zusätzliche Impedanz Z_4 in Phase 3 soll der Strom I_0 zu Null gemacht werden. Geben Sie das Ersatzschaltbild der neuen Impedanz Z_3' an. Welchen Wert hat die Impedanz Z_4 ?

Lösung:

a) $\tan \varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, d. h. $\varphi_1 = 30^\circ$; $\cos \varphi_1 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$$U_i = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{jk}, \text{ d.h. } U_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{23} = \sqrt{3} \cdot 100 \text{ V} \approx 173,2 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{P_{W1}}{U_1 \cos \varphi_1} = \sqrt{3} \frac{P_{W1}}{U_{23} \cos \varphi_1} = 0,5 \text{ A}$$

$$Z_1 = |Z_1| = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1^2 \cos \varphi_1}{P_{W1}} = \frac{U_{23}^2 \cos \varphi_1}{3 P_{W1}} = \sqrt{3} \cdot 200 \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = 2X_1; X_1 = \frac{Z_1}{2} = \sqrt{3} \cdot 100 \Omega \approx 173,2 \Omega$$

$$R_1 = \sqrt{3} X_1 = 300 \Omega$$

b) $U_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{31} = \sqrt{3} \cdot 100 \text{ V}; Z_2 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = Z_1 = \sqrt{3} \cdot 200 \Omega$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = 0,5 \text{ A}$$

$$\tan \varphi_2 = -\frac{X_1}{R_1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \text{ d. h. } \varphi_2 = -30^\circ; \cos \varphi_2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$P_{W2} = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = \frac{U_2^2}{Z_2} \cos \varphi_2 = \frac{U_{31}^2}{3 Z_2} \cos \varphi_2 = 75 \text{ W}$$

$$U_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{12} = \sqrt{3} \cdot 100 \text{ V}; \underline{U}_3 = U_3 e^{-j240^\circ}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{Z_3} = \frac{U_3}{R_3} e^{-j240^\circ} = 1 \text{ A } e^{-j240^\circ}$$

$$P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = \sqrt{3} \cdot 100 \text{ W} \approx 173,2 \text{ W}$$

$$P = P_{W1} + P_{W2} + P_3 \approx 323,2 \text{ W}$$

$$\text{c) } \underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0,5 \text{ A } e^{-j30^\circ} + 0,5 \text{ A } e^{-j90^\circ} + 1 \text{ A } e^{-j240^\circ}$$

$$\underline{I}_0 \approx -0,067 \text{ A} + j 0,166 \text{ A} = 0,134 \text{ A } e^{-j240^\circ}; \quad I_0 \approx 0,134 \text{ A}$$

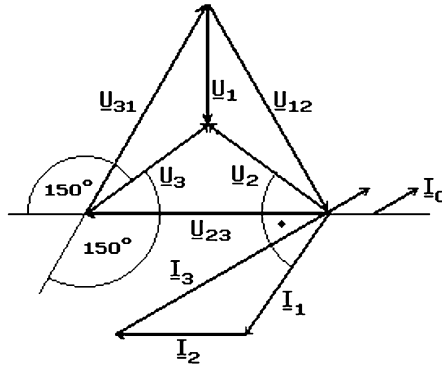


Bild 2.34

$$\text{d) } \underline{I}_3' = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) = \{-1 + \sqrt{3}j\} \sqrt{3} \cdot 0,25 \text{ A} = \sqrt{3} \cdot 0,5 \text{ A } e^{+j120^\circ}$$

$$\underline{Z}_3' = \frac{\underline{U}_3}{\underline{I}_3'} = \frac{\sqrt{3} \cdot 100 \text{ V } e^{-j240^\circ}}{\sqrt{3} \cdot 0,5 \text{ A } e^{+j120^\circ}} = 200 \Omega$$

$$\underline{Z}_4 = \underline{Z}_3' - \underline{R}_3 = \underline{R}_4 = 200 \Omega - \sqrt{3} \cdot 100 \Omega \approx 26,9 \Omega$$

Aufgabe 2.21: Gegeben ist ein symmetrisches Drehstromsystem nach Schaltbild 2.35 (verkettete Spannung 380 V). Gegen ist $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = (1/\sqrt{3} + j) 190 \Omega$. Hinweis: Lassen Sie im Rechengang unbedingt die Wurzeln stehen.

- Für die Wirkleistungsmessung nach Aron sollen in Phase 2 und 3 je ein Wattmeter geschaltet werden. Tragen Sie die zugehörigen Spannungspfade in das Schaltbild 2.35 ein. Berechnen Sie die Anzeigewerte P_{W2} und P_{W3} der Wattmeter. Wie groß ist die gesamte im 3-phasigen Verbraucher umgesetzte Wirkleistung P ?
- Wie groß wird die Anzeige P_{W2} des Wattmeters in Phase 2 nach Öffnen des Schalters S3 (Schaltbild 2.35)?

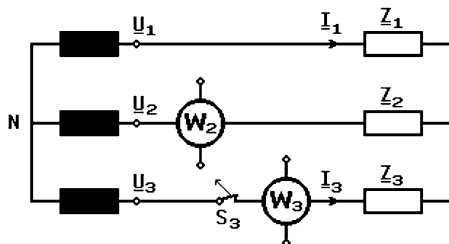


Bild 2.35

- Dieselben Wattmeter in Phase 2 und 3 sollen zur Blindleistungsmessung benutzt werden.

Der Schalter S3 ist geschlossen. Tragen Sie die zugehörigen Spannungspfade in das Schaltbild 2.35 ein. Wie groß sind die Anzeigewerte P_{W1} und P_{W2} ? Wie groß ist die gesamte im 3-phasigen Verbraucher umgesetzte Blindleistung Q ?

Lösung:

$$a) \quad \underline{U}_{12} = U e^{-j330^\circ}; \underline{U}_{23} = U e^{-j90^\circ}; \underline{U}_{31} = U e^{-j210^\circ}; U = 380 \text{ V}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{U}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ}; \underline{U}_2 = \frac{U}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ}; \underline{U}_3 = \frac{U}{\sqrt{3}} e^{-j210^\circ}$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} 190 \Omega; \varphi_Z = \arctan \sqrt{3} = 60^\circ$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I = \frac{U_1}{Z_1} = 1 \text{ A}$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{21} I_2^* \} = \operatorname{Re} \{ U e^{-j150^\circ} I e^{j180^\circ} \} = UI \cos(30^\circ) = \sqrt{3} 190 \text{ W} \approx 329,1 \text{ W}$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{31} I_3^* \} = \operatorname{Re} \{ U e^{-j210^\circ} I e^{j210^\circ} \} = UI \cos 0 = 0$$

$$P_{\text{ges}} = P_{W2} + P_{W3} = \sqrt{3} 190 \text{ W} \approx 329,1 \text{ W}$$

$$b) \quad Z_{\text{ges}} = 2 Z_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + j \right) 380 \Omega = \frac{2}{\sqrt{3}} 380 \Omega e^{j60^\circ}$$

$$I' = I_1 = I_2 = \frac{\underline{U}_{21}}{Z_{\text{ges}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ A } e^{-j210^\circ}$$

$$P_{W1} = \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{21} I'^* \} = \sqrt{3} 190 \text{ W} \cos 60^\circ = \sqrt{3} 95 \text{ W} \approx 14,54 \text{ W}$$

$$c) \quad Q_{W2} = \sqrt{3} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_3 I_2^* \} = 380 \text{ var} \cos(-60^\circ) = 190 \text{ var}$$

$$Q_{W3} = \sqrt{3} \operatorname{Re} \{ -\underline{U}_2 I_3^* \} = 380 \text{ var} \cos(-180^\circ) = 380 \text{ var}$$

$$Q_{\text{ges}} = Q_{W2} + Q_{W3} = 570 \text{ var}$$

Aufgabe 2.22: Gegeben sei das in Bild 2.36 dargestellte Drehstromsystem.

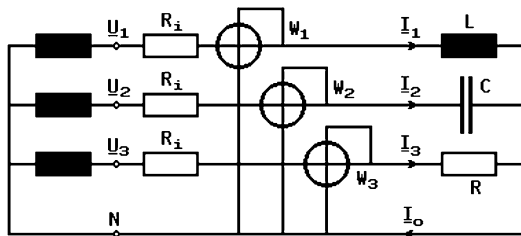


Bild 2.36

Es gelten folgende Zahlenwerte: $|\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| = |\underline{U}_3| = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 100 \Omega$, $C = 0,1/\pi \text{ mF}$, $L = 1/\pi \text{ H}$. Zunächst gelte: $R_i = 0$.

- a) Berechnen Sie die Ströme I_1 , I_2 , I_3 und zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für alle angegebenen Ströme und Spannungen für die im Bild angegebene Zählpfeilrichtung.

- b) Berechnen Sie die Anzeige der Wattmeter P_1 , P_2 und P_3 . Wie groß ist die im Verbraucher umgesetzte Wirkleistung P_{ges} ?

Die Spannungsquellen haben nun einen Innenwiderstand von $R_i = 20 \Omega$.

- c) Berechnen Sie die Ströme I_1 , I_2 , I_3 und zeichnen Sie für diesen Fall das Zeigerdiagramm mit allen angegebenen Strömen und Spannungen für die im Bild 2.36 angegebene Zählpfeilrichtung.
- d) Wie groß ist nun die Anzeige der Wattmeter P_1 , P_2 und P_3 (Begründung). Wie groß ist die im Verbraucher umgesetzte Wirkleistung?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a) } I_1 &= \frac{U_1}{j\omega L} = 2,2 \text{ A } e^{-j180^\circ}; \quad I_2 = \frac{U_2}{j\omega C} = 2,2 \text{ A } e^{j240^\circ}; \\ I_3 &= \frac{U_3}{R} = 2,2 \text{ A } e^{j30^\circ} \end{aligned}$$

Zeigerdiagramm siehe Bild 2.37

$$\begin{aligned} \text{b) } P_1 &= |U_1| |I_1| \cos \varphi(U_1, I_1) = 0; \quad P_2 = |U_2| |I_2| \cos \varphi(U_2, I_2) = 0; \\ P_3 &= |U_3| |I_3| \cos \varphi(U_3, I_3) = 484 \text{ W}; \quad P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3 = 484 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\text{c) } I_1 = \frac{U_1}{R_i + j\omega L} = 2,16 \text{ A } e^{-j168,69^\circ}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R_i + \frac{1}{j\omega C}} = 2,16 \text{ A } e^{-j228,69^\circ}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_i + R} = 1,83 \dots \text{ A } e^{j30^\circ} \quad (\text{Zeigerdiagramm siehe Bild 2.38})$$

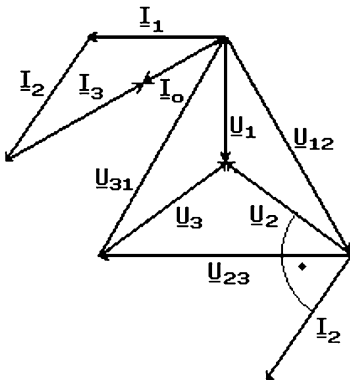


Bild 2.37

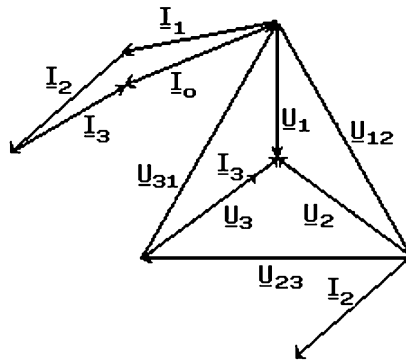


Bild 2.38

$$\begin{aligned} \text{d) } P_1 &= |U_1 - R_i I_1| |I_1| \cos \varphi(U_1 - R_i I_1, I_1) = 0 \\ P_2 &= |U_2 - R_i I_2| |I_2| \cos \varphi(U_2 - R_i I_2, I_2) = 0 \\ P_3 &= |U_3 - R_i I_3| |I_3| \cos \varphi(U_3 - R_i I_3, I_3) \\ &\approx |220 \text{ V } e^{j30^\circ} - 20 \Omega \cdot 1,83 \text{ A } e^{j30^\circ}| \cdot 1,83 \text{ A} = 336,11 \text{ W} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.23: Ein symmetrischer Drehstromverbraucher in Sternschaltung, der an einem symmetrischen Drehspannungsnetz betrieben wird, bewirkt in den beiden Wattmetern W_1 und W_2 (Aron-Schaltung) die Ausschläge $P_1 = 300 \text{ W}$ und $P_2 = 800 \text{ W}$ (Bild 2.39). Alle drei Verbraucher sind identisch, d. h. $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$.

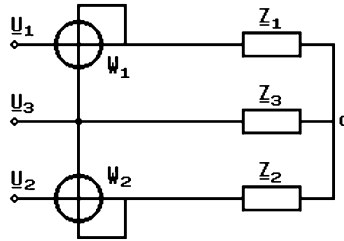


Bild 2.39

- Berechnen Sie den Leistungsfaktor $\cos \varphi$ des Verbrauchers.
Anmerkung: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- Berechnen Sie den Wirkwiderstand und den Betrag des Blindanteils von $\underline{Z}$.

Lösung:

- a) - induktiver Verbraucher

$$P_1 = U_L I \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right); \quad P_2 = U_L I \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)} = \frac{300 \text{ W}}{800 \text{ W}} = \frac{3}{8}$$

$$\cos \varphi = \frac{11}{14} \approx 0,786; \quad \varphi \approx 38,2^\circ$$

- kapazitiver Verbraucher

$$P_1 = U_C I \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right); \quad P_2 = U_C I \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)} = \frac{300 \text{ W}}{800 \text{ W}} = \frac{3}{8}$$

$$\cos \varphi = \frac{11}{14} \approx 0,786; \quad \varphi \approx -38,2^\circ$$

- b) $P_Z = \frac{1}{3}(P_1 + P_2) \approx 366,7 \text{ W}; \quad R = \frac{U}{I_R} = \frac{U^2}{P_Z} = 132 \Omega$

$$X = \frac{U}{I_X} = \frac{U}{I_R} \tan \varphi = R \tan \varphi = 60\sqrt{3} \Omega \approx 103,9 \Omega$$

Aufgabe 2.24: In einem Drehstromnetz mit Mittelleiter sind zwischen je einem Außenleiter und dem Mittelleiter die Widerstände R , X_C , und X_L angeschlossen. Es stehen 3 ideale Wattmeter (W_1 , W_2 , W_3) zur Verfügung, mit denen die Blindleistung gemessen werden soll (Bild 2.40).

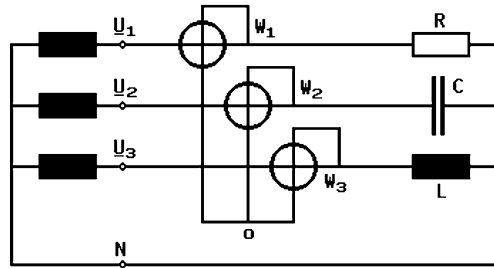


Bild 2.40

Es sind folgende Zahlenwerte gegeben: $R = 100 \, \Omega$, $X_C = 100 \, \Omega$, $X_L = 100 \, \Omega$,
 $|\underline{U}_{10}| = |\underline{U}_{20}| = |\underline{U}_{30}| = 100 \, \text{V}$.

- Ändern Sie die Schaltung so, dass Blindleistungsmessung möglich ist.
- Geben Sie die Beträge der Ströme I_1 , I_2 und I_3 und die Phasenwinkel $\varphi(U_{i0}, I_i)$ an.
- Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm mit allen Stern- und Leiterspannungen und allen Strömen.
- Wie groß ist die umgesetzte Blindleistung Q_i in jedem Strang und insgesamt?
- Wie groß ist die Anzeige der einzelnen Wattmeter und wie groß ist die Summe der Anzeigen?
- Wie groß ist der Strom I_0 ?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a) } Q &= \frac{1}{\sqrt{3}} U_{23} I_1 \cos \varphi(U_{23}, I_1) + \frac{1}{\sqrt{3}} U_{31} I_2 \cos \varphi(U_{31}, I_2) + \frac{1}{\sqrt{3}} U_{12} I_3 \cos \varphi(U_{12}, I_3) \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}) \end{aligned}$$

Geänderte Schaltung siehe Bild 2.41

$$\begin{aligned} \text{b) } \varphi(U_{10}, I_1) &= 0^\circ; \quad |I_1| = \frac{U_{10}}{R} = 1 \, \text{A}; \quad \underline{U}_{10} = U_{10} \cdot e^{j0^\circ} \\ \varphi(U_{20}, I_2) &= 90^\circ; \quad |I_2| = \frac{U_{20}}{X_C} = 1 \, \text{A}; \quad \underline{U}_{20} = U_{20} \cdot e^{-j120^\circ} \\ \varphi(U_{30}, I_3) &= 90^\circ; \quad |I_3| = \frac{U_{30}}{X_L} = 1 \, \text{A}; \quad \underline{U}_{30} = U_{30} \cdot e^{-j240^\circ} \end{aligned}$$

c) Zeigerdiagramm siehe Bild 2.42

$$\begin{aligned} \text{d) } Q_1 &= U_{10} I_1 \sin \varphi(U_{10}, I_1) = 0; \quad Q_2 = U_{20} I_2 \sin \varphi(U_{20}, I_2) = 100 \, \text{var}; \\ Q_3 &= U_{30} I_3 \sin \varphi(U_{30}, I_3) = 100 \, \text{var}; \quad Q_{\text{ges}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } P_{W1, \text{Anz}} &= U_{23} I_1 \cos \varphi(U_{23}, I_1) = 0 \, \text{W}; \quad P_{W2, \text{Anz}} = U_{31} I_2 \cos \varphi(U_{31}, I_2) = 173,2 \, \text{W} \\ P_{W3, \text{Anz}} &= U_{12} I_3 \cos \varphi(U_{12}, I_3) = -173,2 \, \text{W}; \quad Q_{\text{Anz}} = \sum_{i=1}^3 P_{Wi, \text{Anz}} = 0 \end{aligned}$$

f) $|I_0| = I_0 = |I_1| + |I_2| \sin 60^\circ + |I_3| \sin 60^\circ = I(1 + 2 \cdot \sin 60^\circ) = 2,73 \text{ A}$

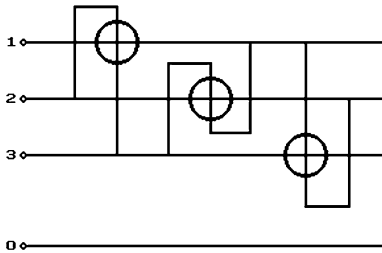


Bild 2.41

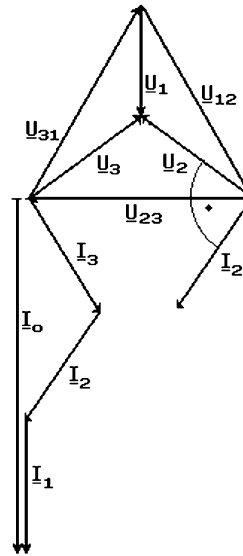


Bild 2.42

Aufgabe 2.25: In der in Bild 2.43 dargestellten Schaltung soll mit idealen Wattmetern die Blindleistung gemessen werden. Hierbei sind folgende Werte gegeben: $U_{10} = U_{20} = U_{30} = 100 \text{ V}$, $R_1 = |X_{C1}|$, $|Z_1| = 100 \Omega$, $R_2 = |X_{C2}|$, $|Z_2| = 100 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$.

- Ändern Sie die Schaltung so, dass die Messung der Blindleistung Q möglich ist.
- Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm der Ströme und Spannungen.
- Wie groß ist die umgesetzte Blindleistung?
- Wie groß ist die Anzeige der einzelnen Wattmeter (P_{W1} , P_{W2} , P_{W3}) und wie groß ist die Summe der Anzeigen?
- Wie groß ist der Strom I_0 (aus Zeigerdiagramm)?

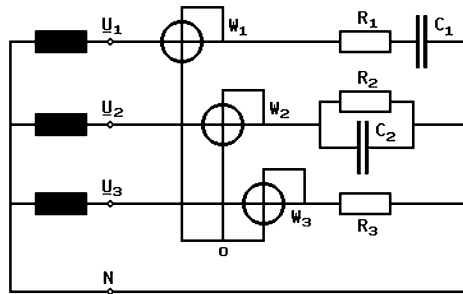


Bild 2.43

Lösung:

a) $Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (U_{23} I_1 \cos \varphi(U_{23}, I_1) + U_{31} I_2 \cos \varphi(U_{31}, I_2) + U_{12} I_3 \cos \varphi(U_{12}, I_3))$

Schaltung siehe Bild 2.44

$$\text{b) } |I_1| = \frac{U_1}{|Z_1|} = 1 \text{ A}; \quad Z_1 = R_1 - j|X_{C1}|; \quad \varphi(U_1, I_1) = -\arctan\left(\frac{|X_{C1}|}{R_1}\right) = -45^\circ$$

$$|I_2| = \frac{U_2}{|Z_2|} = 1 \text{ A}; \quad Z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\frac{1}{|X_{C2}|}}$$

$$\varphi(U_2, I_2) = -\arctan\left(\frac{R_2}{|X_{C2}|}\right) = -45^\circ; \quad |I_3| = \frac{U_3}{R_3} = 1 \text{ A}; \quad \varphi(U_3, I_3) = 0$$

Zeigerdiagramm siehe Bild 2.45

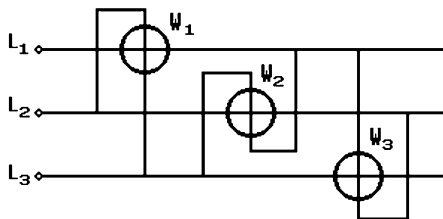


Bild 2.44

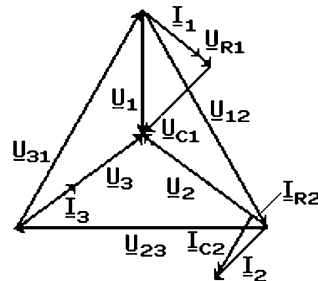


Bild 2.45

$$\text{c) } Q = U_1 I_1 \sin \varphi(U_1, I_1) + U_2 I_2 \sin \varphi(U_2, I_2) + U_3 I_3 \sin \varphi(U_3, I_3) = -141,42 \text{ var}$$

$$\text{d) } P_{W1} = U_{23} I_1 \cos \varphi(U_{23}, I_1) = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos 135^\circ = -122,47 \text{ W}$$

$$P_{W2} = U_{31} I_2 \cos \varphi(U_{31}, I_2) = \sqrt{3} U_2 I_2 \cos 135^\circ = -122,47 \text{ W}$$

$$P_{W3} = U_{12} I_3 \cos \varphi(U_{12}, I_3) = \sqrt{3} U_3 I_3 \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

$$P = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} = -244,94 \text{ W}$$

$$\text{e) } I_0 = I_1 + I_2 + I_3 = 0,6072 \text{ A} - j0,4659 \text{ A}; \quad |I_0| \approx 0,77 \text{ A}$$

Aufgabe 2.26: An einem ohmsch-induktiven Verbraucher (Bild 2.46) sollen die Wirk- und Blindleistung mit der Aron-Schaltung gemessen werden. Es seien $\underline{Z} = R + j\omega L$, $R = 10 \, \Omega$, $|\underline{U}_{10}| = |\underline{U}_{20}| = |\underline{U}_{30}| = U = 100 \text{ V}$ und $\cos \phi = 0,1736$.

- Zeichnen Sie unmaßstäblich aber mit genauen Winkeln alle Ströme und Spannungen.
- Berechnen Sie allgemein die Anzeige der beiden Wattmeter P_1 und P_2 in Abhängigkeit von $\underline{Z}$ und U . Hinweis: Aus den Winkelbezeichnungen muss eindeutig hervorgehen, welche Winkel gemeint sind. Empfehlung: Kennzeichnen Sie den Winkel zwischen z.B. $\underline{U}_{10}$ und $\underline{I}_1$ mit $\varphi(\underline{U}_{10}, \underline{I}_1)$.
- Wie groß ist die im Verbraucher umgesetzte Wirkleistung P ?
- Skizzieren Sie die Aron-Messschaltung für Blindleistungsmessung. Gehen Sie dabei von Bild 2.47 aus. Begründen Sie die Beschaltung durch Rechnung. Achten Sie auf die Polung der Messgeräte.
- Berechnen Sie allgemein die Anzeige von P_1' und P_2' (Wirkleistungsmessgeräte) in

Abhängigkeit von $|Z|$ und U .

- f) Wie groß ist die im Verbraucher umgesetzte Blindleistung Q_V ?

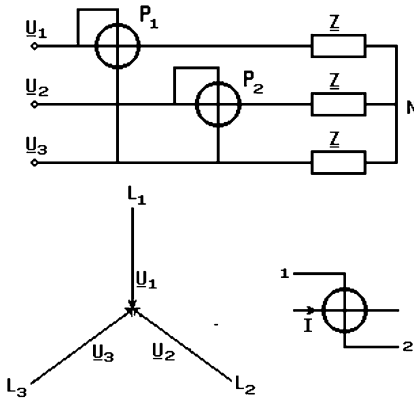


Bild 2.46

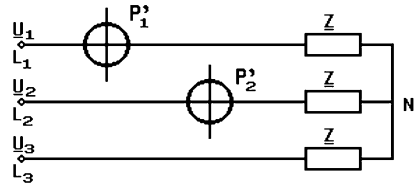


Bild 2.47

Lösung:

- a) $\phi = \arccos(0,1735) = 80^\circ$; Zeigerdiagramm siehe Bild 2.48

b) $P_{1, \text{Anz}} = U_{13} I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \frac{U^2}{|Z|} \cos(\phi - 30^\circ)$

$P_{2, \text{Anz}} = U_{23} I_2 \cos \varphi_2 = \sqrt{3} \frac{U^2}{|Z|} \cos(\phi + 30^\circ)$

c) $P = 3 \frac{U^2}{|Z|} \cos \phi = 90,42 \text{ W}; |Z| = R \sqrt{1 + \tan^2 \phi} = 57,6 \Omega$

- d) Siehe Bild 2.49.

$Q = \sqrt{3} [U_{20} I_1 \cos \varphi(U_{20}, I_1) - U_{10} I_2 \cos \varphi(U_{10}, I_2)]$

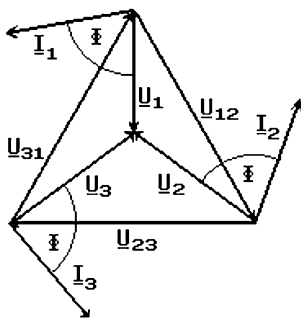


Bild 2.48

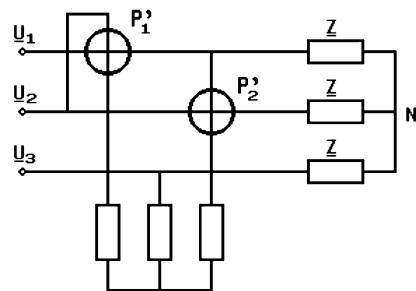


Bild 2.49

e) $P'_{1, \text{Anz}} = U_{20} I_1 \cos \varphi(U_{20}, I_1) = \frac{U^2}{|Z|} \cos(\phi - 120^\circ)$

$P'_{2, \text{Anz}} = U_{10} I_2 \cos \varphi(U_{10}, I_2) = \frac{U^2}{|Z|} \cos(\phi + 120^\circ)$

$$f) \quad Q_V = 3 \frac{U^2}{|Z|} \sin \phi = 512,92 \text{ var} \quad \text{oder} \\ Q_V = \sqrt{3} (P'_{1, \text{Anz}} - P'_{2, \text{Anz}}) = \sqrt{3} (133 + 163,14) \text{ var} = 512,92 \text{ var}$$

Aufgabe 2.27: In einem symmetrischen Drehstromsystem sollen verschiedene Fehlerfälle betrachtet werden. Gegeben ist eine Schaltung mit den Wattmetern P_1 und P_2 nach Bild 2.50.

Weiterhin gilt $|\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| = |\underline{U}_3| = \sqrt{2} \cdot 200 \text{ V}$ und $\underline{Z} = 20 \Omega + j20 \Omega$.

- Wie groß ist die Anzeige der Wattmeter P_1 und P_2 ? Ermitteln Sie die gesamte Wirk-, Blind- und Scheinleistung P , Q und S des Verbrauchers.
- Die Sicherung S_1 wird zerstört. Was zeigen die Wattmeter nun an? Wie groß ist die jetzt umgesetzte Wirk- und Blindleistung (P' , Q')? Wie groß ist der Betrag des Stroms I_0' im Null-Leiter (aus Zeigerdiagramm)?
- Durch einen weiteren Fehlerfall wird nun außerdem der Null-Leiter durchtrennt. Was zeigen die Wattmeter (P_1'' , P_2'') dann an und wie groß ist die umgesetzte Wirkleistung P'' ?

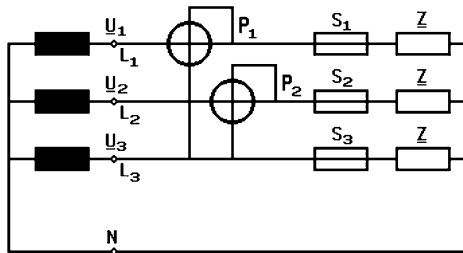


Bild 2.50

Lösung:

$$a) \quad P_1 = U_{13} I_1 \cos \varphi(U_{13}, I_1) = 4732 \text{ W}; \quad P_2 = U_{23} I_2 \cos \varphi(U_{23}, I_2) = 1268 \text{ W} \\ P = P_1 + P_2 = 6000 \text{ W (Aronschtaltung)} \\ S = 3 U_1 I_1 = 8485 \text{ VA}; \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 6000 \text{ var}$$

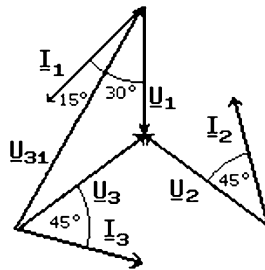


Bild 2.51

$$b) \quad P_1' = 0; \quad P_2' = U_{23} I_2 \cos \varphi(U_{23}, I_2) = 1268 \text{ W (unverändert)} \\ P' = \frac{2}{3} P = 4000 \text{ W}; \quad Q' = \frac{2}{3} Q = 4000 \text{ var} \\ I_0' = I_1 = I_2 = 1 \text{ A} \\ c) \quad P_1'' = 0; \quad P_2'' = U_{23} I_2 \cos \varphi(U_{23}, I_2) = 3000 \text{ W}$$

$$P'' = P_2 = 3000 \text{ W (Aronschtaltung)}$$

Aufgabe 2.28: Gegeben sei das Drehstromsystem nach Bild 2.52. Es gelte:

Sternspannungen $|U_1| = |U_2| = |U_3|$

Innenwiderstände $R_{V1} = R_{V3} = R_{VW}$

Last $Z_1 = Z_2 = Z_3$

Anzeige des Amperemeters $I_2 = 5 \text{ A}, R_1 = 0$

Die Innenwiderstände R_{V1} und R_{V3} der Voltmeter V_1 und V_3 sowie der Innenwiderstand R_{VW} des Spannungspfad des Wattmeters W sind gleich groß. Der Innenwiderstand des Strompfades des Wattmeters ist vernachlässigbar. Der maximale Ausschlag des Wattmeters beträgt 100 Skt., für den Strom $I_{\max}$ ist der 5 A- und für die Spannung $U_{\max}$ der 400 V-Bereich eingestellt. Zuerst wurde das Wattmeter W_1 an der Stelle 1, 1' angeschlossen. Die Voltmeter V_1 und V_3 zeigen 200 V und das Wattmeter 25 Skt. an. Dann wird das Wattmeter an der Stelle 2', 2'' angeschlossen.

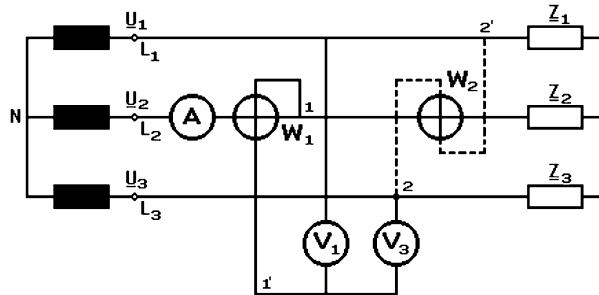


Bild 2.52

- Wie groß ist die gesamte verbrauchte Wirkleistung P ?
- Berechnen Sie die Anzeige W_2 des Wattmeters und der Voltmeter V_1 und V_3 , wenn das Wattmeter an der Stelle 2', 2'' angeschlossen wird.
- Wie groß ist die gesamte Blindleistung Q des Verbrauchers?

Lösung:

a) $P_{W2} = \frac{25 \text{ Skt}}{100 \text{ Skt}} U_{\max} I_{\max} = 500 \text{ W}; P = 3 P_{W2} = 1500 \text{ W}$

b) $W_1 = U_2 I_2 \cos \varphi(U_2, I_2) = P_{W2} = 500 \text{ W}$

$$\cos \varphi(U_2, I_2) = \frac{P_{W2}}{U_2 I_2} = 0,5; \quad \varphi(U_2, I_2) = 60^\circ$$

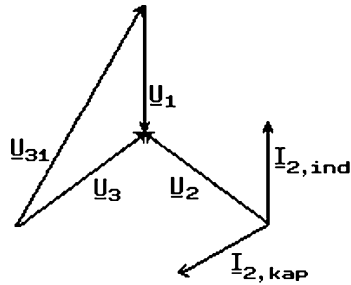


Bild 2.53

- induktive Last

$$W_2 = U_{32} I_2 \cos \varphi(U_{32}, I_{2,\text{ind}}) = \sqrt{3} U_2 I_2 \cos(\varphi(U_2, I_2) - 90^\circ) = 1500 \text{ W}$$

- kapazitive Last

$$W_2 = U_{32} I_2 \cos \varphi(U_{32}, I_{2,\text{kap}}) = \sqrt{3} U_2 I_2 \cos(-\varphi(U_2, I_2) - 90^\circ) = 1500 \text{ W}$$

$$V_1 = \frac{1}{2} U_{13} = \sqrt{3} U_2 = 173,2 \text{ V}; \quad V_3 = V_1$$

c) $Q = 3 U_2 I_2 \sin \varphi(U_2, I_2) = 2598 \text{ var}$

Aufgabe 2.29: Gegeben ist das in Bild 2.54 gezeigte Drehstromsystem mit den Sternspannungen $|\underline{U}_{10}| = |\underline{U}_{20}| = |\underline{U}_{30}| = U$.

a) Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck

- für die komplexe Leistung $\underline{S}$,
- für die Wirkleistung P und
- für die Blindleistung Q

in Abhängigkeit der Sternspannungen, der Lastgrößen und der Frequenz für diese Schaltung an.

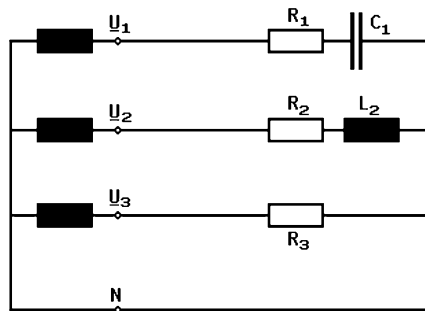


Bild 2.54

Für die folgenden Teilaufgaben gilt: $U = 100 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \Omega$, $C_1 = 100 \mu\text{F}$, $L_1 = 200 \text{ mH}$, $f = 50 \text{ Hz}$.

- b) Wie groß ist die gesamte umgesetzte Wirk-, Blind- und Scheinleistung? Ist die Gesamtblindleistung induktiv oder kapazitiv? Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm mit allen Strömen sowie den Stern- und Leiterspannungen.

- d) Skizzieren Sie eine Schaltung zur Messung der Wirkleistung und berechnen Sie die Anzeige der eingesetzten Instrumente.
- e) Die Blindleistung soll mit Wirkleistungsmessgeräten ermittelt werden. Skizzieren Sie die dafür notwendige Schaltung und berechnen Sie die Anzeige der Instrumente.
- f) Berechnen Sie mit den Ergebnissen aus den Aufgabenteilen d) und e) die Gesamtscheinleistung S .

Lösung:

$$a) \quad \underline{S} = P + jQ = \left[\frac{\omega C_1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} e^{j\varphi_1} + \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} e^{j\varphi_2} + \frac{1}{R_3} \right] U^2$$

$$P = \left[\frac{\omega C_1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \cos \varphi_1 + \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} \cos \varphi_2 + \frac{1}{R_3} \right] U^2$$

$$Q = \left[\frac{\omega C_1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \sin \varphi_1 + \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} \sin \varphi_2 \right] U^2$$

$$\text{mit } \varphi_1 = -\arctan \frac{1}{\omega R_1 C_1} \text{ und } \varphi_2 = \arctan \frac{\omega L_2}{R_2}$$

$$b) \quad \varphi_1 = 17,66^\circ; \quad \varphi_2 = 32,14^\circ; \quad \varphi_3 = 0$$

$$P \approx 262,54 \text{ W}; \quad Q \approx 16,04 \text{ var}; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \approx 263,03 \text{ VA}$$

$Q > 0$ ist induktiv.

$$c) \quad Z_1 = \frac{\omega C_1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \approx 104,98 \Omega; \quad I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = 0,95 \text{ A}$$

$$Z_2 = \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}} \approx 118,06 \Omega; \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = 0,85 \text{ A}$$

$$Z_3 = R_3 = 100 \Omega; \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} = 1 \text{ A}$$

Zeigerdiagramm siehe Bild 2.55

- d) Schaltung siehe Bild 2.56

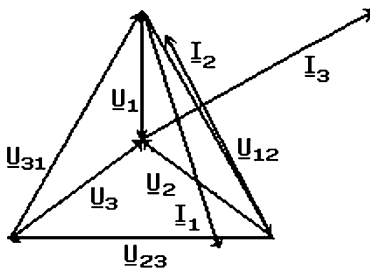


Bild 2.55

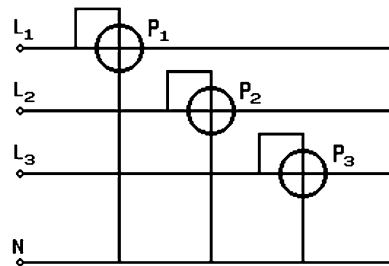


Bild 2.56

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 \approx 90,79 \text{ W}; P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 \approx 71,75 \text{ W};$$

$$P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 100 \text{ W}$$

e)

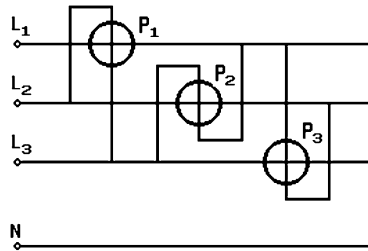


Bild 2.57

$$Q_1 = U_{23} I_1 \cos \varphi(U_{23}, I_1) \approx 50,03 \text{ W}; Q_2 = U_{31} I_2 \cos \varphi(U_{31}, I_2) \approx 78,23 \text{ W};$$

$$Q_3 = U_{12} I_3 \cos \varphi(U_{12}, I_3) = 0$$

$$f) S = \sqrt{(P_1 + P_2 + P_3)^2 + \frac{1}{3}(Q_1 + Q_2 + Q_3)^2} \approx 263,04 \text{ VA}$$

Aufgabe 2.30: Gegeben ist die Schaltung nach Bild 2.58 mit $U_{12} = U_{23} = U_{31} = 100 \text{ V}$.

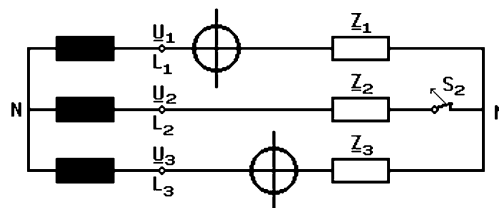


Bild 2.58

- Zeichnen Sie die Schaltung der Wattmeter (Wirkleistungsmesser) für eine Wirk- und eine Blindleistungsmessung (mit Begründung für Blindleistung).
- Geben Sie allgemein die Gleichung für die umgesetzte Wirk- und Blindleistung als Funktion der an den Wattmetern anliegenden Ströme und Spannungen an.
- Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm für folgenden Belastungsfall bei geöffnetem Schalter S_2 : $Z_1 = 100\Omega + j 100\Omega$, $Z_3 = 100\Omega - j 200\Omega$.

Geben Sie die Größe der Verbraucherspannungen und -ströme an.

- Wie groß ist für den Fall c) die umgesetzte Wirk- und Blindleistung (P , Q), sowie die Anzeige der Wattmeter (P_{Anz1} , P_{Anz3}) in den jeweiligen Messschaltungen?

Lösung:

a) und b)

- Wirkleistungsmessung (Bild 2.59)

$$S = U_{12} I_0^* + U_{32} I_3^* = P + jQ$$

$$P = \text{Re}\{S\} = U_{12} I_1 \cos \varphi(U_{12}, I_1) + U_{32} I_3 \cos \varphi(U_{32}, I_2)$$

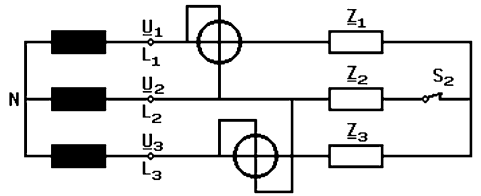


Bild 2.59

- Blindleistungsmessung (Aron-Schaltung, Bild 2.60)

$$Q = \operatorname{Im}\{S\} = U_{12} I_1 \sin \varphi(U_{12}, I_1) + U_{32} I_3 \sin \varphi(U_{32}, I_3) \\ = \sqrt{3}(-U_3 I_1 \cos \varphi(U_3, I_1) + U_1 I_3 \cos \varphi(U_1, I_3))$$

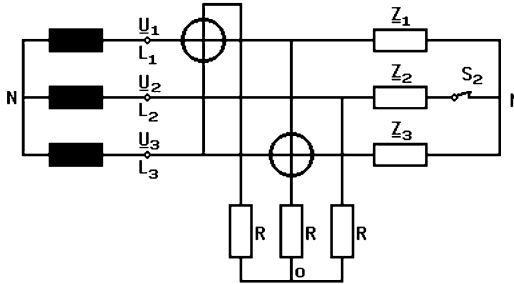


Bild 2.60

c) $I_1 = I_3 = \frac{U_{23}}{Z_1 + Z_3} = 0,447 \text{ A } e^{-j93,4^\circ}$ (Zeigerdiagramm siehe Bild 2.61)

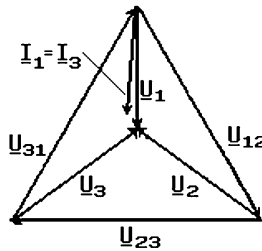


Bild 2.61

d) - Wirkleistung nach Bild 2.59

$$P = 39,97 \text{ W}$$

$$P_{\text{Anz1}} = 37,32 \text{ W}; P_{\text{Anz3}} = 2,65 \text{ W}; P_{\text{Anz, ges}} = P = 39,97 \text{ W}$$

- Blindleistung nach Bild 2.60

$$Q = +22,01 \text{ var}$$

$$P_{\text{Anz1}} = -14,2 \text{ W}; P_{\text{Anz2}} = 25,7 \text{ W}; Q = \sqrt{3}(P_{\text{Anz1}} + P_{\text{Anz2}}) = +20,01 \text{ var}$$

Aufgabensammlung Elektrische Messtechnik

337 Übungsaufgaben mit Lösungen

Becker, W.-J.; Hofmann, W.

2014, VIII, 372 S. 564 Abb.,

ISBN: 978-3-658-05156-3