

Vorwort

Der mathematische Begriff der gleichmäßigen Konvergenz wurde für die sich im 19. Jahrhundert durchsetzende Tendenz der Strenge charakteristisch und hat sich seit dieser Zeit zu einer wesentlichen Grundlage für die Forschungen in der modernen Analysis herausgebildet. Diese Forschungen beschränkten sich zu Beginn noch auf die Untersuchungen zum Verhalten von Reihenentwicklungen und wurden später, in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhundert, vor allem durch Carl Weierstraß auf die Funktionentheorie ausgeweitet. Von A. L. Cauchy ist erstmals 1821 in seinem Lehrbuch *Cours d'analyse algébrique* ein einzelnes Theorem aufgestellt worden, das den Beginn der weiteren Entwicklung dieses Begriffs markiert. Die mathematikhistorische Forschung ist jedoch zunehmend darüber unsicher geworden, ob Cauchy in seinem *Summentheorem*, sowie in anderen Sätzen punktweise oder gleichmäßige Konvergenz im modernen Sinne zu Grunde gelegt hat. Neben der Kontroverse, ob sein Theorem falsch ist oder als richtig interpretiert werden kann, sind in der mathematikhistorischen Literatur weitere Mathematiker als mögliche Entdecker dieses Begriffs vorgestellt worden: Zunächst der Engländer George G. Stokes (1847) und fast gleichzeitig mit ihm der deutsche Philipp Ludwig Seidel (1848). Dann aber auch Carl Weierstraß mit einer Arbeit von 1841, die auf eine Schrift seines Lehrers Christoph Gudermann von 1838 zurückzuführen ist, aber erst 1894 publiziert wurde. Schließlich hat der Mathematikhistoriker Ivor Grattan-Guinness (1986) die Hypothese eines weiteren Entdeckers der gleichmäßigen Konvergenz, eines „fourth man“, eingeführt. Hierbei handelt es sich um den weniger bekannten, schwedischen Mathematiker Emanuel G. Björling (1846/47). Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf einer gründlichen begrifflichen Analyse dieser verschiedenen Ansätze zur Begriffsentwicklung. Die Voraussetzung der bisherigen Analysen war dabei stets, dass der Begriff *fertig entwickelt*, d. h. in einer zur modernen Form äquivalenten Fassung eingeführt wurde.

Die Ausgangslage meiner Forschungen war das gleichzeitige Bestehen dieser gegensätzlichen Auffassungen, ohne einen Ansatz zu deren Klärung. Eine Ursache der ungeklärten Forschungssituation ist, dass die Begriffe der Stetigkeit und der Konvergenz selbst noch nicht mit den heutigen Begriffsverständnissen übereinstimmten, sondern sich im Prozess der Entwicklung befanden. In der Literatur ist die Klärung der zeitgenössischen Begriffsbedeutung nicht als primäre Aufgabe angegangen worden.

Neben der Konzentration auf die Begründer ist vernachlässigt worden zu untersuchen, wie der Begriff rezipiert und in welchen Anwendungen allgemein herausgestellt wurde. In der vorliegenden Arbeit bilden Rezeption und Anwendung wesentliche Elemente einer historischen Untersuchung.

Der Ansatz, Fachwissenschaft als ein Kommunikationssystem zu verstehen – ausgehend von den Untersuchungen zu *scientific communities* in Wissenschaftsgeschichte und Wissenschaftssoziologie –, hat zu vielen neuen Ergebnissen geführt. Die Differenzen und Gegensätze in mathematischen Begriffsbedeutungen wurden in Beziehung zu unterschiedlichen Problem-auffassungen und -lösungskonzepten in unterschiedlichen *communities* gesetzt.

Bisher ist nicht klar gewesen, ob die von den „Entdeckern“ gegebenen oder implizierten Begriffsbedeutungen deckungsgleich sind und inwieweit die jeweiligen Protagonisten der bisherigen historischen Darstellungen in einem *gemeinsamen* Kommunikationszusammen-

hang gestanden haben. Es ist also die implizite Unterstellung der gesamten bisherigen Literatur zu hinterfragen, dass die Mathematik im damaligen Europa einen gemeinsamen Kommunikationsraum und damit eine einheitliche *community* gebildet hat.

Die Analysen der jeweiligen Beiträge zu dem Begriffskontext haben ergeben, dass es tatsächlich eine lang andauernde und vielseitige Begriffsentwicklung der gleichmäßigen Konvergenz gab. Er hat sich dabei weder unmittelbar in der heutigen Form herausgebildet, noch konnte sich eine der verschiedenen Begriffsausprägungen sofort in allen fachlichen *communities* durchsetzen. Vielmehr hat der Begriff Veränderungen und Umformungen erfahren: Es wird gezeigt, dass der Begriff nicht direkt als bevorzugtes Konzept herangezogen wurde, um die zeitgenössischen mathematischen Fragestellungen zu lösen, sondern dass es zunächst noch verschiedene Begriffsbildungen gegeben hat.

Der wesentliche historische und zugleich auch methodische Ansatz ist daher, die jeweilige Begriffsbedeutung im begrifflichen Horizont der jeweiligen mathematischen *community* herauszuarbeiten und zu analysieren.

Dafür hat sich als besonders fruchtbar die Erforschung der Entwicklung der Ansätze von Weierstraß erwiesen. Neue Erkenntnisse zur Entwicklung der gleichmäßigen Konvergenz konnten insbesondere durch Ermittlung und Auswertung aller auffindbaren und überlieferten Mitschriften seiner Vorlesungen gewonnen werden, die Studenten im Anschluß an die gehörten Vorlesungen ausarbeiteten und die auch über die Grenzen von Deutschland hinaus in anderen mathematischen *communities* rezipiert wurden. Für die Ermittlung solcher Vorlesungsmitschriften wurden umfangreiche Archivrecherchen durchgeführt.

Dieses Buch ist als mathematikgeschichtliche Dissertation an der Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld entstanden.

Erläuternde Anmerkungen innerhalb der Zitate sind durch eckige Klammern gekennzeichnet. Das Lehrbuch *Cours d'analyse algébrique* von A. L. Cauchy lag in drei unterschiedlichen Übersetzungen vor, von denen zwei in Deutsch (1828 u. 1885) und die dritte in Englisch (2009) verfasst wurde. An dieser Stelle sei noch auf eine weitere, spanische Übersetzung (1994) verwiesen, die für dieses Buch allerdings nicht herangezogen wurde.

Kurz nach der Verteidigung meiner Dissertation erschien das Buch *Cauchy, Abel, Seidel, Stokes et la convergence uniforme* (2013) von Gilbert Arsac, der eine genaue Begriffsanalyse der Beiträge von Abel, Seidel und Stokes vom Standpunkt der modernen Mathematik vorlegt. Bei einigen der Begriffsanalysen konnte in Fußnoten noch auf seine Ergebnisse eingegangen werden.

Die Mehrzahl der Zitate aus dem *Cours* stammt aus der Übersetzung von Carl Itzigsohn, die wegen ihrer hohen Authentizität herangezogen wurde und dem Leser den Zugang zu diesen Quellen erleichtern sollte. Als bis dato aktuellste Übersetzung dieses wichtigen Grundlagenwerkes wurde außerdem die kommentierte englische Ausgabe von Bradley und Sandifer herangezogen. Mittels ihrer Kommentierung werden methodologische Probleme diskutiert, wie sie im ersten Kapitel für Interpretationen historischer Texte reflektiert werden. Alle weiteren Passagen sind dem französischen Originaltext entnommen.

Mein besonderer Dank gilt Gert Schubring für seine hervorragende Betreuung. Ich danke außerdem dem Mittag-Leffler Institut für ihre Mühen, mir die Schwarz-Mitschrift von 1861 zugänglich zu machen, den Archives de l'Académie des Sciences de Paris, die mir die Analyse des bedeutenden Briot-Bouquet Manuskript ermöglichten, das hier zum ersten Mal über-

haupt mathematikhistorisch untersucht wurde, und Herrn Jesper Lützen für eine Vielzahl von Hinweisen zu meiner Dissertation, die für die Fertigstellung dieses Buches sehr hilfreich waren.

Klaus Viertel

Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz
Ursprünge und Entwicklungen des Begriffs in der
Analysis des 19. Jahrhunderts

Viertel, K.

2014, XV, 252 S. 17 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-05938-5