

# Inhaltsverzeichnis

Geleitwort .....	V
Vorwort .....	VII
Abbildungsverzeichnis .....	XV
1 Reflexionen zur Methodologie .....	1
1.1 Einleitung .....	1
1.2 Methodologien der Wissenschaftsgeschichte im Allgemeinen .....	2
1.2.1 Eine Darstellung der Paradigmen-Theorie von Thomas Kuhn .....	2
1.2.2 Kuhns Kritik an der Tradition des Lehrbuchs .....	4
1.2.3 Motive wissenschaftlichen Forschens im Rahmen der Merton-These .....	5
1.2.4 Wissenschaftlicher Fortschritt durch scientific revolutions (Kuhn) .....	8
1.2.5 Gibt es scientific revolutions in der Mathematik? .....	9
1.3 Methodologien der Mathematikgeschichte .....	12
1.3.1 Die history- und heritage-Methoden nach Grattan-Guinness .....	13
1.3.2 Das Konzept einer objektiven Hermeneutik .....	15
2 A. L. Cauchys Summentheorem .....	19
2.1 Umberto Bottazzini: Mathematische Strenge als <i>historical concept</i> .....	19
2.2 Beweise als Mittel zum Verständnis der Meta-Mathematik .....	20
2.3 Zur Person A. L. Cauchy .....	20
2.4 Der berühmte Satz über die Summation stetiger Glieder .....	21
2.4.1 Die Vorarbeit zu konvergenten Reihen .....	21
2.4.2 „Satz und Beweis“ .....	22
2.4.3 Die binomische Erweiterung .....	23
2.4.4 Mehrfachen Grenzwertprozessen bei Cauchy .....	24
2.5 Probleme der Modernisierung .....	25
2.5.1 Hat Cauchy absolute Konvergenz eingeführt? .....	25
2.5.2 Gibt es den Limes superior in Cauchys Konvergenzkriterien? .....	26
2.6 Cauchy und die Etablierung der Strenge in der Mathematik .....	28
2.7 Über einige Voraussetzungen und Konventionen bei Cauchy .....	28
2.8 Cauchys neues Summentheorem .....	30
2.8.1 Der Beweis .....	31
2.8.2 Auf dem Weg zur gleichmäßigen Konvergenz .....	32
2.8.3 Der Einfluss durch Briot und Bouquet .....	33
2.8.4 Ein Resümee des Manuskripts von 1853 .....	34
2.8.5 Rezeptionen nach dem Theorem von 1853 .....	36
3 Reaktionen von Cauchys Zeitgenossen .....	39
3.1 Abels Kritik an Cauchys Summentheorem .....	39
3.2 Die Abel'schen Lehrsätze im Beweis des binomischen Theorems .....	40
3.2.1 Der Beweis von Lehrsatz IV resp. V .....	40
3.2.2 Die Forderung nach Gleichmäßigkeit zur Rettung von Abels Beweisen .....	42
3.3 Das Problem der Vertauschbarkeit bei Abel und Cauchy .....	43

3.4	Resümee .....	44
3.5	Die Rolle der absoluten Konvergenz .....	45
3.5.1	Der Beginn: Die Cauchy-Produktformel bei Cauchy und Abel .....	45
3.5.2	Dirichlet und Riemann .....	46
3.5.3	Dem Niedergang entgegen: Der Beitrag von Du Bois-Reymond .....	47
3.6	Dirichlets Beitrag als Reaktion auf Cauchy .....	48
4	Die historiographische Diskussion über Cauchys Summentheorem .....	51
4.1	Bewertung in der Mathematischen Enzyklopädie .....	51
4.2	Der Stand der traditionellen Mathematikshistoriographie nach Pringsheim .....	53
4.2.1	The History of the Calculus (1949) .....	53
4.2.2	Elements d'histoire des mathématiques (1960) .....	54
4.3	Moderne Mathematikshistoriographie .....	55
4.3.1	Die Nichtstandardanalysis nach Abraham Robinson .....	55
4.3.2	War Cauchys Mathematik isoliert von der Mathematik seiner Zeit? .....	65
4.3.3	Der Beweis von 1853 im Licht von Spalt und Laugwitz .....	70
4.3.4	Der Satz von der stetigen Konvergenz – Spalts Revision der bisherigen Cauchy- Interpretationen .....	73
4.3.5	Klassische Auswertungen von I. Grattan-Guinness und U. Bottazzini .....	78
4.3.6	Ist das Konzept der Gleichmäßigkeit allgegenwärtig? .....	80
4.3.7	Eine schwierige Rekonstruktion des Beweises von 1853 .....	80
4.3.8	La Notion essentielle de convergence uniforme – Dugacs Fazit über den Konvergenzbegriff im ersten Summentheorem .....	81
5	Das Phänomen der Gleichzeitigkeit von 1846/47 .....	83
5.1	Philipp Seidel .....	83
5.1.1	Der Beweis seines Summentheorems .....	84
5.1.2	Die unendlich langsame Konvergenz .....	86
5.1.3	Fazit zu Seidels Beweis .....	86
5.1.4	Rezeptionen Seidels im 19. Jahrhundert .....	87
5.1.5	Moderne Rezeptionen Seidels – Pierre Dugac .....	90
5.2	George Gabriel Stokes .....	92
5.2.1	Stokes' »kurzer« Beweis .....	92
5.2.2	Erklärungsansätze für die Motivation von Stokes .....	93
5.3	Rezeptionen und die Frage der Erstentdeckung einer neuen Konvergenzform .....	94
5.3.1	Die Rezeption in der mathematischen Monographie von R. Reiff .....	95
5.3.2	Godfrey Harold Hardy und seine Interpretation der not-infinitely slow convergence .....	95
5.4	E. G. Björling .....	97
5.4.1	Björlings Interpretation eines »höchst gewichtigen« Satzes .....	98
5.4.2	Sein Summentheorem mit Beweis .....	99
5.4.3	Gibt es begriffliche Neuheiten? .....	101
5.4.4	Rezeption der Björling-Werke vom 19. Jahrhundert bis heute .....	102
5.5	Resümee .....	107
5.5.1	Björlings Rolle in der Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz .....	107
5.5.2	Das Phänomen der Gleichzeitigkeit .....	108

6 Die Begriffsentwicklung der gleichmäßigen Konvergenz in Weierstraß' Vorlesungen ...	111
6.1 Einleitung .....	111
6.1.1 Die Konvergenzbegriffe in Gudermanns Arbeit .....	111
6.1.2 Die Rolle von Karl Weierstraß .....	116
6.1.3 Das mathematische Seminar in Berlin .....	118
6.1.4 Forschungsschwerpunkt: Vorlesungsmitschriften .....	119
6.2 Der Begriff der unbedingten Konvergenz bei Weierstraß vor 1864 .....	122
6.3 Unbedingte und absolute Konvergenz im Diktat an Mertens (1863) .....	124
6.4 Die Mitschriften von Schmidt und Schwarz aus der Zeit am Gewerbe-Institut .....	124
6.5 Die Vorlesungen der Jahre 1865 bis 1870 an der Universität zu Berlin .....	126
6.5.1 Unbedingte und gleichmäßige Konvergenz .....	127
6.5.2 Ein anonymes Skript über Elliptische Funktionen (1870) .....	129
6.5.3 Die Mitschriften von Killing und Kiepert (1868) .....	131
6.6 Die Herausbildung des Weierstraß'schen Gleichmäßigkeitsbegriffs ab 1870 .....	132
6.6.1 Übergangsphasen der Formulierungen .....	132
6.6.2 Die Hettner-Mitschrift (1874) .....	133
6.6.3 Die Mitschriften Rudio und Hurwitz (1878) .....	134
6.6.4 Die Einführung der unbedingten Konvergenz im Lehrjahr 1878 .....	138
6.7 Die späten Vorlesungen und Forschungen von 1880 bis 1886 .....	139
6.7.1 Die Kneser-Mitschrift (1880/81) .....	139
6.7.2 Die Thieme-Mitschrift (1882/83) .....	141
6.7.3 Die Ergänzungsveranstaltung Ausgewählte Kapitel aus der Funktionenlehre (1886) .....	142
6.8 Der Durchbruch für die Epsilon-Delta-Notation .....	144
6.9 Die Verwendung der gleichmäßigen Konvergenz in den Publikationen von Weierstraß ....	145
6.9.1 Über die Veröffentlichung Zur Functionenlehre (1880) .....	145
6.9.2 Nachtrag zu den Publikationen Zur Theorie der eindeutig analytischen Functionen .....	146
6.10 Resümee .....	147
6.10.1 Parallel auftretende Ausdrucksformen der gleichmäßigen Konvergenz .....	147
6.10.2 Turnusmäßige Vorlesungen ohne den Begriff der gleichmäßigen Konvergenz .....	148
6.10.3 Die Anwendung der gleichmäßigen Konvergenz im Laufe der Vorlesungen .....	148
6.10.4 Ein Kriterium für gleichmäßige Konvergenz .....	149
6.10.5 Schlussbemerkung .....	150
6.11 Kurzübersicht der untersuchten Vorlesungsmitschriften .....	151
7 Weiterentwicklungen und Anwendungen .....	153
7.1 Einleitung .....	153
7.2 Beiträge der Schüler und Mitarbeiter von Karl Weierstraß .....	153
7.2.1 Hermann Amandus Schwarz (1843-1921) .....	153
7.2.2 Du Bois-Reymond und das Thema der stetigen, nicht-differenzierbaren Funktionen .....	155
7.2.3 Das Summentheorem von Paul Du Bois-Reymond (1831-1889) .....	155
7.2.4 Eduard Heine (1821-1881) .....	157
7.2.5 Axel Harnack (1851-1888) .....	159
7.2.6 Otto Stolz (1842-1905) .....	160

7.2.7	Weiterentwicklungen in Italien.....	162
7.2.8	Ein Resümee über die italienischen Entwicklungen .....	168
7.2.9	Weiterentwicklungen in Frankreich.....	168
7.3	Ausblick auf das 20. Jahrhundert .....	178
8	Ausblick.....	181
8.1	Vorwort.....	181
8.2	Über die Anwendung der gleichmäßigen Stetigkeit bei Cauchy.....	181
8.3	Lejeune Dirichlet und eine Fundamentealeigenschaft der stetigen Funktionen .....	183
8.4	Die gleichmäßige und ungleichmäßige Stetigkeit bei Ulisse Dini .....	186
8.5	Eduard Heines Eigenschaft continuirlicher Functionen .....	187
8.6	Die gleichmäßige Stetigkeit bei Weierstraß .....	188
8.7	Fazit zur Rezeption .....	189
9	Anhänge.....	191
9.1	Transkription des <i>mémoire</i> von J.-C. Bouquet und C. Briot vom 7. Februar 1853 .....	191
9.2	Transkription des <i>mémoire</i> von J.-C. Bouquet und C. Briot vom 21. Februar 1853 .....	199
9.3	Übersetzung der Abhandlung <i>Om oändliga serier</i> ... (1853) von E. G. Björling .....	201
9.4	Übersetzung der Abhandlung <i>Sur Les Séries Trigonométriques</i> (1883) von H. Poincaré ...	211
9.5	Die Reproduktionen der Abgangszeugnisse.....	213
	Literaturverzeichnis.....	237
	Quellen .....	237
	Publikationen .....	239
	Index.....	249

Geschichte der gleichmäßigen Konvergenz  
Ursprünge und Entwicklungen des Begriffs in der  
Analysis des 19. Jahrhunderts

Viertel, K.

2014, XV, 252 S. 17 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-658-05938-5