

Teil A Rahmentheorien

1 Methodologischer Zugang – Fachdidaktische Entwicklungsforschung

Die Frage nach Möglichkeiten der Verbesserung von Unterrichtsqualität, sowohl hinsichtlich der Perspektive der Entwicklung eines gegenstandsspezifischen Unterrichtsdesigns, als auch unter Berücksichtigung der Beforschung individueller Lernprozesse, erfordert eine spezifische methodologische Ausrichtung.

Im Folgenden wird dargelegt, welchen methodologischen Grundgedanken das in dieser Arbeit beschriebene Entwicklungsforschungsprojekt folgt. Die Realisierung der gegenstandsspezifischen Arbeitsbereiche folgt einem Ansatz, der im Rahmen des Dortmunder Forschungs- und Nachwuchskollegs FUNKEN herausgearbeitet wurde und der für diese Arbeit besonders gewinnbringende Perspektiven eröffnet.

Die Motivation für dieses Entwicklungsforschungsprojekt wird auf einer für die Praxis und die Theorie relevanten Ebene verortet. Wie zuvor erläutert, entwickeln viele Lernende den Begriff Linearität eindimensional, sowohl hinsichtlich der Verwendung von Darstellungen, als auch in Bezug auf situationsinadäquate Anwendungen proportionaler Vorstellungen (vgl. u.a. Leinhardt et al. 1990, van Dooren & Greer 2010). Viele empirische Befunde belegen diese Problemlage auf Basis der Untersuchung von Lernständen von Schülerinnen und Schülern und stellen eine gute Ausgangslage dar. Um jedoch tiefere Einblicke in gegenstandsspezifische Lernprozesse zu erhalten und mögliche Gründe für bestimmte Entwicklungen individueller Vorstellungen bzw. Zusammenhänge zwischen nicht adäquaten Vorstellungen rekonstruieren zu können, muss der empirische Blick auf Lernstände mit einer theoriegeleiteten Perspektive auf die Beforschung von Lernprozessen ergänzt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass Problemstellen des Lernens auch immer Fragen nach einer (Re-) Strukturierung des Lerngegenstands und damit einer stoffdidaktischen Analyse aufwerfen. Auf der einen Seite wird damit die Notwendigkeit nach mehr Grundlagenforschung aufgeworfen, auf der anderen Seite ist Entwicklungsarbeit erforderlich, um dem in der Praxis verankerten Problem entgegentreten zu können.

Grundlagenbasierte Forschung vs. anwendungsorientierte Entwicklung

Die in der Praxis zu verortende Problemlage macht ein Beforschen von Lernverläufen und der darin stattfindenden Entwicklungsprozesse notwendig, um verstehen zu können, was zentrale Gelenkstellen des Lernens zum Gegenstand der linearen Funktion sind und wie sich diese auf individuelle Lernprozesse auswir-

ken können. Andererseits erscheint die Entwicklung eines von Theorie geleiteten und in der Praxis erprobten Designs erforderlich, um einen direkten Einfluss auf die Problemlage nehmen zu können. Daneben ist es unumgänglich auch Wirkungsweisen einzelner Design-Elemente zu erforschen, um Rückschlüsse auf den Einfluss des entwickelten Unterrichtsdesigns ziehen zu können.

Damit ergeben sich für diese Arbeit Zielsetzungen auf zwei Ebenen: Forschung und Entwicklung. Ein praxisrelevantes Entwicklungsziel besteht in der Entwicklung eines Unterrichtsdesigns, welches zu der Bewältigung bzw. Reduzierung der zuvor dargestellten Problemlage beiträgt. Ein solches Unterrichtsdesign umfasst dabei sowohl ein gegenstandsspezifisches Lehr-Lernarrangement, eine fachliche Spezifizierung und Strukturierung des Lerngegenstandes, als auch die gegenstandsspezifische Ausdifferenzierung von Design-Prinzipien. Durch eine von Theorie geleitete Entwicklung werden auf Ebene der Forschungsziele gegenstandsspezifische Theorieelemente des Lehrens und Lernens zum Begriff der linearen Funktion abgeleitet, welche die Tragfähigkeit des Unterrichtsdesigns forschungsbasiert stützen. Damit entsteht sowohl ein direkter Nutzen für die Unterrichtspraxis, als auch für die Weiterentwicklung gegenstandsspezifischer Theorieelemente.

Das gewählte Programm der fachdidaktischen Entwicklungsforschung bietet für ein solches Wechselspiel einen vielversprechenden methodologischen Rahmen. Die zunächst gegensinnig anmutenden Pole von Forschung und Entwicklung werden in eine produktive Verbindung gebracht und auf diese Weise Vernetzungen zwischen grundlagenbasierter und anwendungsorientierter Forschung möglich (vgl. Prediger & Link 2012). Grundlagenforschung und Entwicklungsarbeit sind dabei einander befruchtende Zugänge: Durch eine konsequente Verschränkung werden entwickelte Produkte systematisch beforscht und damit empirisch und theoretisch fundiert (vgl. Hußmann et al. 2013).

Fachdidaktische Entwicklungsforschung wird mit teils unterschiedlichen Schwerpunktsetzungen realisiert, wie z.B. im Ansatz der design science (vgl. Wittmann 1995), developmental research (vgl. Freudenthal 1991, Gravemeijer 1994, 1998), Formative research (vgl. Newman 1990), Engineering Research (vgl. Burkhardt & Schoenfeld 2003) oder Educational design research (vgl. van den Akker et al. 2006, McKenney & Reeves 2012). Trotz dieser scheinbaren Vielschichtigkeit verfolgen alle zuvor genannten Ansätze gemeinsame Grundgedanken. Van den Akker et al. (2006) haben versucht den gemeinsamen Kern dieser Zugänge und Verständnisse von fachdidaktischer Entwicklungsforschung herauszuarbeiten und fassen dies in fünf übergeordneten Kategorien zusammen:

- (A) Interventionistisch (Entwicklung von Interventionen in der ‚realen Welt‘),
- (B) Orientierung an Brauchbarkeit (ableitbarer praktischer Nutzen in realen Umgebungen),
- (C) Iterativität (wiederkehrende zyklische Abfolge von Design, Evaluation und Überarbeitung),

(D) Prozessorientierung (Fokussierung auf das Verstehen und Verbessern der entwickelten Interventionen) und

(E) Theorieorientierung (theoriebasierte Design-Entwicklung sowie Theoriebildung als Forschungsprodukt).

Je nach Ansatz lassen sich Schwerpunktsetzungen entlang dieser fünf Kriterien finden (vgl. Link 2012). ‚Engineering Research‘ ist beispielsweise ein Zugang bei dem eine vollständige Implementierung der entwickelten Unterrichtsdesigns angestrebt (vgl. Burkhardt 2006) und damit eine klare Fokussierung auf die Bereiche (A) und (B) gelegt wird. Der Ansatz der ‚design science‘ dagegen, betont besonders: „development and evaluation of substantial teaching units“ (Wittmann 1995, S. 356). Folglich werden neben der Schwerpunktsetzung entlang eines konkreten Lerngegenstands vor allem die Bereiche der Iterativität (C) und Prozessorientierung (D) hervorgehoben. Die Perspektiven von Lernenden werden dabei als Anknüpfungspunkte der Entwicklung von Lehr-Lernarrangements gesehen (vgl. Prediger & Link 2012).

Im Dortmunder Modell Fachdidaktischer Entwicklungsforschung findet sich ebenfalls eine Schwerpunktsetzung, die sich in zwei Facetten zeigt.

Prozess- und Gegenstandsorientierung

Zum einen zeichnet sich dieser Zugang dadurch aus, dass der Fokus auf das Verstehen von Lernprozessen gelegt wird (vgl. D): Dabei werden neben dem Verstehen der Bedingungen und Wirkungen des entwickelten Designs auch individuelle Lernprozesse in den Blick genommen. Das Analysieren und Erklären von Lernverläufen, möglichen Hürden und Potentialen ist eine Besonderheit dieses Zugangs und ermöglicht empirisch fundierte Aussagen über lokale Theorieelemente zum Lehren und Lernen (vgl. Hußmann et al. 2013).

Die zweite Besonderheit des Dortmunder Modells lässt sich nur schwer einer der globalen Perspektiven fachdidaktischer Entwicklungsforschung nach van den Akker (2006) aus erziehungswissenschaftlicher Sicht zuordnen, ist deshalb aber nicht weniger bedeutsam. Neben einer Fokussierung auf die Lernendenperspektiven (wie z.B. auch bei Wittmann 1995 zu finden), wird eine fachliche Spezifizierung und Strukturierung des Lerngegenstandes angestrebt. Dies ist eine aus der Fachdidaktik heraus eingeschlagene notwendige Betonung, die über Fragen des ‚Wie‘ des Lernens hinaus, insbesondere Fragen nach spezifischen Lerninhalten sowie deren Verknüpfungen in das Erkenntnisinteresse rücken lässt (vgl. Prediger & Zwetzscher 2013). Demnach werden gegenstandsorientiert Verstehelemente des Denkens und Handelns von Lernenden in den Blick genommen und gleichzeitig eine fachliche Klärung der zu lernenden Elemente in Bezug auf den jeweils fokussierten Lerngegenstand angestrebt (vgl. Hußmann et al. 2013).

Für das Dortmunder Modell des Forschungs- und Nachwuchskollegs FUNKEN sind neben der zuvor geschilderten (1) Gegenstandsorientierung und (2) Prozessorientierung auch die Charakteristika der (3) Iterativität und (4) Vernetzung kennzeichnend (vgl. Prediger et al. 2012). Das Prinzip der Vernetzung ist insofern hervorzuheben, als gewonnene Erkenntnisse aus einzelnen Arbeitsbereichen stets miteinander verknüpft werden, um einen umfassenden und in sich schlüssigen Erkenntnisgewinn zu erzielen. Diese vier Elemente werden den gemeinsamen Charakteristika fachdidaktischer Entwicklungsforschung in Tabelle 1 gegenübergestellt.

Tabelle 1 Merkmale fachdidaktischer Entwicklungsforschung – Verortung des Ansatzes des Dortmunder Forschungs- und Nachwuchskollegs

Gemeinsame Merkmale Fachdidaktischer Entwicklungsforschung (vgl. van den Akker et al. 2006)	Charakteristika des Dortmunder Forschungs- und Nachwuchskollegs Fachdidaktischer Entwicklungsforschung FUNKEN (vgl. Prediger & Link 2012; Prediger et al. 2012; Hußmann et al. 2013)
(A) Interventionistisch (Entwicklung von Interventionen in der ‚realen Welt‘)	Durchführung von Design-Experimenten
(B) Praktischer Nutzen (Mehrwert der Entwicklungsprodukte wird an deren Umsetzbarkeit in der Realität gemessen)	Entwicklung eines Unterrichtsdesigns (u.a. Prototyp Lehr-Lernarrangement – wird in diesem Vorhaben realisiert, steht aber nicht im Fokus des Forschungsprogramms)
(C) Iterativität (zyklische Abfolge von Design, Evaluation und Überarbeitung)	Iterativität Vernetzung
(D) Prozessorientierung (Fokussierung auf das Verstehen und Verbessern von Interventionen)	Prozessorientierung Verstehen und Erklären anhand individueller Lehr- und Lernprozessen
(E) Theorieorientierung	Theorie nicht nur als Ausgangspunkt sondern auch als Forschungsprodukt
	Gegenstandsorientierung (aus fachdidaktischer Sicht notwendige Hervorhebung in Ergänzung zu erziehungswissenschaftlichen Schwerpunkten)

Insbesondere die Eigenschaften der Iterativität und Vernetzung beeinflussen das methodische Vorgehen auf besondere Weise. In dieser Arbeit umfasst die Reali-

sierung des Entwicklungsforschungsprojektes mehrere Durchläufe von Erhebungen – im Folgenden wird von Design-Experimenten gesprochen – die nach jeweiliger Analyse eine Weiterentwicklung des Unterrichtsdesigns ermöglichen. Auf Basis dieser Weiterentwicklung schließt sich eine erneute Phase der Erprobung in Design-Experimenten an, die wiederum analysiert werden. Der Begriff ‚Unterrichtsdesign‘ bezieht sich dabei auf theoretisch bzw. empirisch abgesicherte Theorien und umfasst zum einen fachdidaktisch und allgemeindidaktisch fundierte Spezifizierungen des Lerngegenstandes, sowie fachliche Strukturierungen des Lerngegenstandes, orientiert an konkreten Lernzielen. Zum anderen enthält ein Unterrichtsdesign an die Theorien angebundene Design-Prinzipien, die für Lehr-Lernarrangements jeweils gegenstandsspezifisch konkretisiert werden. Insofern umfasst ein Unterrichtsdesign Theorien und Design-Prinzipien, enthält aber auch als Produkte exemplarische Lehr-Lernarrangements sowie strukturierte und spezifizierte Lerngegenstände. Dabei steht nicht im Vordergrund das einmal entwickelte Unterrichtsdesign mehrfach zu erproben, sondern vielmehr verschiedene Arbeitsbereiche auf den Ebenen von Forschung und Entwicklung gewinnbringend miteinander zu vernetzen und aufbauend auf dieser Verknüpfung und damit einhergehenden Erkenntnissen iterativ zu arbeiten. Neben der Durchführung und Auswertung von Design-Experimenten prägen drei weitere Arbeitsbereiche die Tätigkeiten des Forschens und Entwickelns im Dortmunder Modell. Durch eine Gliederung in vier Arbeitsbereiche wird ein Rahmen geschaffen, um Prozesse des Forschens und Entwickelns methodisch und methodologisch kontrolliert verknüpfen zu können:

- Spezifizierung und Strukturierung des Lerngegenstandes
- Design-Entwicklung
- Durchführung und Auswertung von Design-Experimenten
- (Weiter-) Entwicklung lokaler Theorien.

Gerade die ersten beiden Arbeitsbereiche der Spezifizierung und Strukturierung des Lerngegenstandes sowie die Design-Entwicklung sind Bereiche, die sich vorwiegend auf der Ebene der Entwicklung verorten lassen. Erst in wechselseitiger Vernetzung zu den Arbeitsbereichen der Durchführung und Auswertung von Design-Experimenten sowie der (Weiter-) Entwicklung lokaler Theorien auf Ebene der Forschung entsteht ein vernetzter Prozess, der durch ein mehrfaches Durchlaufen sowohl Forschungs- als auch Entwicklungsprodukte stets optimiert und deren Qualität steigert.

Theorieorientierung spielt für den Ansatz der fachdidaktischen Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell eine wechselseitige Rolle. Zum einen wird die Design-Entwicklung durch bereits existierende Theorien geleitet (z.B. gegenstandsübergreifende Lehr-Lerntheorien) und zum anderen entstehen als Produkte lokale, d.h. gegenstandsspezifische Theorieelemente, die einen Beitrag

zu neuer Theoriebildung beitragen können. „The purpose of design experiments is to develop theories about both the process of learning and the means designed to support that learning“ (Gravemeijer & Cobb 2006, S. 18). Die Vielschichtigkeit der generierten lokalen Theorieelemente umfasst demnach sowohl Aussagen über Verläufe und Hürden von Lernprozessen, als auch Bedingungen und Wirkungsweisen von Designelementen in Lehrprozessen (vgl. Prediger et al. 2012). Das Dortmunder Modell konkretisiert dieses Bestreben durch die Benennung eines eigenständigen Arbeitsbereiches: Lokale Theorien zu gegenstandsspezifischen Lehr- und Lernprozessen (vgl. Prediger et al. 2012).

Der Aufbau dieser Forschungsarbeit gliedert sich entlang der vier Arbeitsbereiche: Spezifizierung und Strukturierung des Lerngegenstandes (Teil B), Designentwicklung (Teil C), Durchführung und Auswertung der Design-Experimente (Teil D) und Entwicklung lokaler Theorieelemente (Teil E). Diesen vier Teilen ist ein Teil A vorgelagert, in dem eine Verortung im Rahmen allgemeiner Lerntheorien vorgenommen wird.

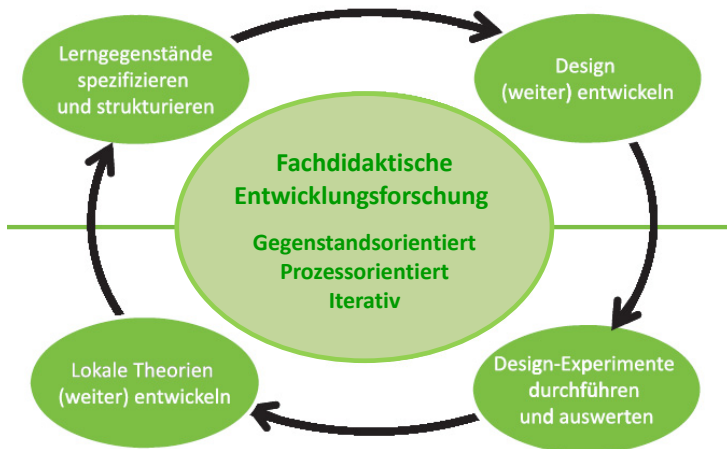


Abbildung 1.1 Zyklus Fachdidaktischer Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell (Prediger et al. 2012)

Die Arbeitsbereiche sind keineswegs als nacheinander abzuarbeitende Etappen zu denken, sondern vielmehr als Bereiche, die mit mehr oder weniger starker Bedeutung den jeweiligen Forschungs- bzw. Entwicklungsprozess kennzeichnen, miteinander vernetzt sind und iterativ durchlaufen werden. Erst durch die gegenseitige Vernetzung wird der Mehrwert eines wechselseitigen Nutzens neu gewonnener Erkenntnisse (sowohl theoretischer als auch empirischer Natur) deutlich. Ein fortlaufendes aufeinander Beziehen und Nutzen von Einsichten

einzelner Arbeitsbereiche für weitere Forschungs- und Entwicklungsphasen erzeugt einen über die einzelnen Arbeitsbereiche hinweg greifenden Prozess.

Die lineare Abfolge schriftlicher Ausarbeitungen lässt nur bedingt die Komplexität, sowie das Ineinandergreifen neugewonnener Einsichten aus einzelnen Forschungs- und Entwicklungsphasen zu. „Books are linear, educational design research is not“ (McKenney & Reeves 2012, S. 7).

Insgesamt werden durch eine an die Arbeitsbereiche des Dortmunder Modells angelehnten Gliederung dennoch die zyklische und iterative Arbeitsweise in Ansätzen greifbar gemacht.

2 Lerntheoretische Annahmen

Ein zentrales Forschungsinteresse dieser Arbeit besteht darin, einen Einblick zu erhalten, wie Lernende denken, wie sich ein solches Denken entwickelt und wie die Verknüpfungen der inneren Strukturen von Individuen und der sie umgebenden Welt aussehen. Um diese Phänomene beschreibbar zu machen, werden spezifische Theorien als Beschreibungs- und Erklärungsmodelle herangezogen. Dabei fühlt sich diese Arbeit sozialkonstruktivistischen Ideen verpflichtet, welche im folgenden Kapitel zu Beginn näher beschrieben werden (vgl. Kap. 2.1).

Um sich dem Denken von Individuen weiter zu nähern, werden in einem ersten Zugang individuelle Denkstrukturen von Lernenden mithilfe des Begriffs der Vorstellung beschrieben. Vor einer solchen Annäherung wird eine Verortung im Rahmen allgemeiner Lerntheorien vorgenommen.

2.1 Sozialkonstruktivistische Grundhaltung

Die im Folgenden beschriebenen sozialkonstruktivistischen Grundannahmen fassen Lernende als aktiv handelnde und denkende Subjekte auf. „Lernen wird als ein aktiver und konstruktiver Prozess verstanden“ (Hußmann 2002, S. 8). Lernen ist demnach ein aktiver Auseinandersetzungsprozess zwischen Individuum und Lerngegenstand (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl 2001, Benson 2001).

Über die individuelle Komponente hinaus, ist es die Situiertheit von Lernprozessen, die als zentrale Einflussgröße zu beachten ist: Lernen erfolgt in spezifischen Kontexten und ist an die inhaltlichen und sozialen Erfahrungen der Situation gebunden (vgl. Reinmann-Rothmeier & Mandl 2001, Vergnaud 2009). „The goings-on between people in the course of their every day lives are seen as the practices during which our shared versions of knowledge are constructed (Burr 2003, S. 4). Das Zusammenspiel von umgebenden Referenzen und individuellen Vorstellungen stellt eine zentrale Komponente von Begriffsbildungsprozessen dar.

Aufbauend auf die Berücksichtigung der Situiertheit von Lernprozessen rückt der Gebrauch von Begriffen in (Sprach-) Handlungen in den Mittelpunkt. Eben solche Sprachhandlungen werden im Folgenden als jenes Moment aufgefasst, welches die Konstruktion individueller Wirklichkeit prägt – im Vergleich z.B. zum radikalen Konstruktivismus, bei dem als alleiniger Konstrukteur der individuelle Geist angesehen wird (vgl. von Tiling 2004, Von Glaserfeld 1997). Subjektive Theorien, die von einem Individuum innerhalb von Diskursen konstruiert werden, müssen innerhalb einer sozialen Realität bestehen – sie müssen viabel sein (vgl. Hußmann 2002, S. 6). Begriffsbildungsprozesse können bedeutend durch das soziale Umfeld beeinflusst werden (beispielsweise durch Äußerungen von anderen Subjekten). Begriffe werden in der Sprachgemeinschaft

(Familie, peer-group, Schulklasse, mathematische Community) gemeinsam ausgetauscht und damit brauchbar gemacht (vgl. ebd.).

Erst die Berücksichtigung des Ineinandergreifens der individuellen und sozialen Komponente von Begriffsbildung schafft ein umfassendes Bild von Entwicklungsprozessen: Die Betrachtung von Äußerungen in Begründungszusammenhängen der einzelnen Subjekte bietet die Möglichkeit, sprachlich explizit gemachte Vorstellungen, die Reaktionen eines sozialen Gegenübers, sowie die Entwicklungen von Vorstellungen während eines Lernprozesses in seiner Komplexität und Vielschichtigkeit zu erfassen.

Nachfolgend wird eine Herangehensweise an den Begriff ‚Lernen‘ dargestellt, die dem substanziellen Kern eines sozialkonstruktivistischen Vorgehens auf eine pragmatische Art und Weise Rechnung trägt (vgl. Duit 1995).

2.2 Individuelle Denkstrukturen als Vorstellungen

Eine erste Annäherung an das Konstrukt individueller Denkstrukturen geschieht mithilfe des Begriffs der Vorstellung. Dieser Begriff subsumiert eine Vielzahl an Bedeutungen und stellt einen ersten deskriptiv nutzbaren Zugang zu Begriffsbildungsprozessen dar. Der Begriff Vorstellung wird vielfach philosophisch diskutiert (vgl. u.a. Kant 1999, Hume 2004, Locke 2013) und fortwährend neu ausgelegt. Im Folgenden wird zunächst ein Begriffsverständnis ausgeschärft, welches eine pragmatische Erklärungshaltung einnimmt und hinsichtlich der Aspekte Individualität und Normativität differenziert.

Eine Möglichkeit, sich dem Begriff der Vorstellung zu nähern, kann über einen Fokus auf den Gebrauch in Alltagssprachlichen Diskursen erreicht werden. Zu Äußerungen innerhalb dieses Rahmens zählt „die eigene Vorstellung beschreiben“/„Beschreiben, was ich mir vorstelle“ oder auch: „Er/Sie stellt sich vor...“. Diesem Alltagsverständnis folgend, wird der Begriff der Vorstellung genutzt, um geistige Bilder zu beschreiben, die einen vom Individuum abhängigen Zugang zu Objekten bzw. Repräsentationen von Objekten in der Welt darstellen. Aus Sicht einer konstruktivistischen Perspektive ist dabei stets die aktive Komponente auf Seiten des Individuums zu berücksichtigen. Der Begriff der Vorstellung bleibt aber trotz dieser ersten Einordnung weiterhin unscharf.

Individuelle vs. Normative Vorstellungen

Betrachtet man den Begriff ‚Vorstellung‘ unter einer Individuums-zentrierten Perspektive, so bringt die Unterscheidung von Vorstellungen in fachlich tragfähig (hier: mathematisch) und individuell eine erste Annäherung an Arten von Denkstrukturen von Individuen (vgl. Prediger 2008). Im Folgenden wird der Begriff ‚normativ‘ für eine präskriptive Sicht auf Vorstellungen verwendet, die innerhalb der wissenschaftlichen Community als mathematisch tragfähig bzw.

abgesichert gelten (vgl. ebd.). Individuelle Vorstellungen können diesem Anspruch genügen, müssen es aber nicht. Sie sind vielmehr dadurch gekennzeichnet, dass sie auf deskriptiver Ebene eine Beschreibungsmöglichkeit individueller Denkstrukturen bieten (vgl. ebd.). Da in der vorliegenden Arbeit insbesondere auch Entwicklungsverläufe von Lernprozessen beschrieben und analysiert werden, ist der Begriff der Vorstellung hinsichtlich seiner möglichen Gehalte zu konkretisieren.

Arten individueller Vorstellungen

Eine Unterteilung in operationale und strukturelle Vorstellungen (vgl. Sfard 1987) verspricht durch die Unterscheidung in eine prozess- und objektfokussierte Auffassung eine erste Möglichkeit der Differenzierung. Demnach können abstrakte mathematische Vorstellungen auf zwei Arten zum Ausdruck kommen:

- (A) *operational* (eher als Verfahren, denn als abstrakte Objekte)
- (B) *strukturell* (als feststehende Konstrukte).

Diesem Ansatz folgend, ist für die meisten Menschen der erste Schritt beim Erwerb von Vorstellungen zu einem neuen mathematischen Begriff ein operativer Zugang (vgl. Sfard 1987). Das operative Verstehen wird demnach als den strukturellen Vorstellungen vorgelagert angenommen – dem strukturellen Verständnis wird ein höherer Grad an Abstraktion zugewiesen (vgl. Sfard 1987).

Für ein vertieftes Verständnis von Mathematik ist es unverzichtbar, einen Begriff als Prozess und Objekt anzusehen und verwenden zu können. Nicht die Gegensätzlichkeit der beiden Aspekte steht dabei im Vordergrund, sondern deren Dualität: Operationale und strukturelle Auffassungen sind zwei untrennbare Facetten ein und derselben Sache (vgl. Sfard 1991). Ein ähnliches Verständnis von mathematischen Vorstellungen findet sich in der nachfolgenden dreiteiligen Stufung: Vorstellungen von Handlungen führen zu Vorstellungen über systematische Prozesse und diese zur Entwicklung von Objektvorstellungen (vgl. u.a. Dubinsky & Harel 1992). Diese Beschreibungen von Vorstellungsentwicklung sind nicht als starre Abfolge einzelner Stufen zu verstehen, sondern eher als Prozesse zu denken, in denen einzelne Verständnisse sequenziell auftauchen (vgl. Dubinsky & Harel 1992). Verläufe von Vorstellungsentwicklung verlaufen überwiegend nicht linear. Vielmehr kann es während des Prozesses immer wieder zu Sprüngen und Hürden kommen (vgl. Brousseau 1997, S. 79-83). Um ein vertieftes Verständnis eines Begriffs zu erlangen, sind solche Denkhürden zu überwinden, die sowohl didaktisch erzeugter als auch epistemologischer Natur sein können (vgl. Brousseau 1997, S. 83-100).

Diese Ansätze liefern eine gute Annäherung zur Beschreibung von Begriffsbildungsprozessen aus individueller Perspektive. Ein vollständiges Bild auf

Routen zum Begriff der linearen Funktion
Entwicklung und Beforschung eines kontextgestützten
und darstellungsreichen Unterrichtsdesigns
Richter, V.
2014, XI, 364 S. 46 Abb., Softcover
ISBN: 978-3-658-06180-7