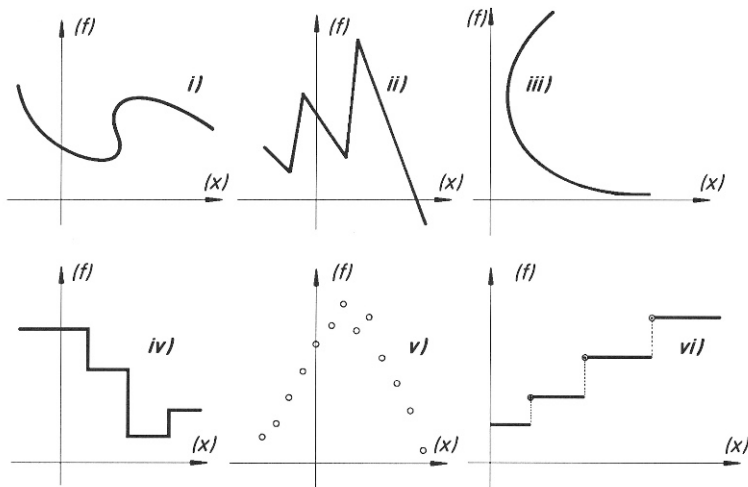


2 Funktionen einer unabhängigen Variablen

Aufgabe 2.1 (2.1.20):

Gegeben sind die Graphen in nachstehender Abbildung. Man ermittle die Fälle, in denen es sich um **Funktionsgraphen** („zu jedem x aus D_f genau ein $f(x)$ “) handelt. Der jeweilige Definitionsbereich D_f ist durch die Ausdehnung des Graphen definiert.



Aufgabe 2.2 (2.1.22):

- i) Welche Paarmengen stellen eine Funktion dar?
- a) $\{ (1; 1), (2; 1), (3; 1), (4; 1) \}$ b) $\{ (1; 1), (2; 3), (1; 4), (2; 5) \}$
- c)

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	8	4	1	4	8	1
- ii) Man ermittle von den angegebenen Funktionen den maximalen Definitionsbereich, eine Wertetabelle und skizziere den Graphen.
- a) $f: f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ b) $g: g(x) = -2x^2 + 25$
- c) $h: h(x) = \frac{1}{x^2 - 49}$ d) $k: k(x) = \sqrt{49 - x^2}$
- iii) Welche der Punkte $P_1, \dots, P_8$ gehören zu den Graphen der Funktionen f, g, h bzw. k der vorangegangenen Aufgabe ii)?
- $P_1 = (7; 0), \quad P_2 = (0; 7), \quad P_3 = (-7; 0), \quad P_4 = (0; -7), \quad P_5 = (4; 7),$
 $P_6 = (-4; 7), \quad P_7 = (8; -\sqrt{15}), \quad P_8 = (\sqrt{15}; -34)$

- iv) Im Bäckerladen. Der kleine Philipp streckt die geschlossene Faust mit Kleingeld über den Tresen: „Ein Brot, bitte.“ Die Bäckersfrau entnimmt das Kleingeld mit der Bemerkung: „Mal sehen, was für ein Brot es sein soll.“

Welche Beziehung muss zwischen Brotpreisen und Brotsorten in diesem Fall bestehen?

Aufgabe 2.3 (2.1.23):

Gegeben sind folgende Funktionen f und g :

$$f: f(x) = 2x^2 + x - 4$$

$$g: g(t) = \sqrt{t^2 - 16}$$

- i) Man ermittle jeweils den maximalen Definitionsbereich von f und g .
 ii) Man ermittle für jeden der nachstehend aufgeführten Ausdrücke das entsprechende Wertepaar $(x; f)$ bzw. $(t; g)$:

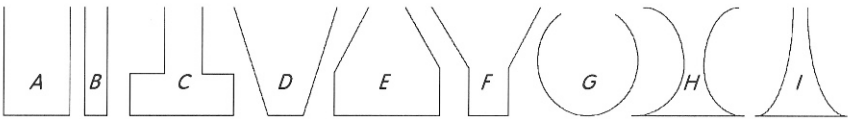
(Beispiel: zu $f(ab)$ gehört das Paar: $(x; f(x)) = (ab; 2(ab)^2 + ab - 4)$ usw.)

$$f(2), f(-4), g(-2), g(4), g(x), f(-t), g(2t), f\left(\frac{a}{b}\right), g(x + \Delta x), g(t - 4),$$

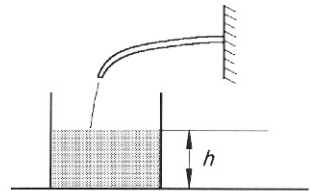
$$f(x^2 - 4), g(\sqrt{x^2 + 16}), f(x_0 + h), f(2x^2 + x - 4).$$

Aufgabe 2.4 (2.1.24):

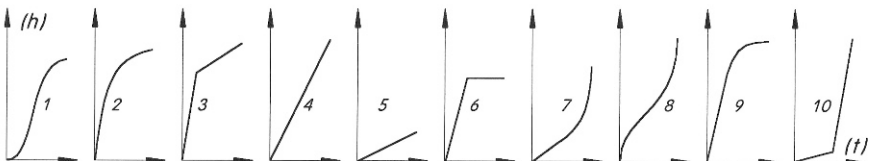
Gegeben seien 9 (zunächst leere) Gefäße A bis I, vgl. Skizze:



Jedes Gefäß werde nun kontinuierlich mit Wasser gefüllt, die Zuströmgeschwindigkeit des Wassers sei stets konstant. Der Füllvorgang beginne jeweils bei einer Füllhöhe $h = 0$ im Zeitpunkt $t = 0$. Zu jedem Zeitpunkt $t \geq 0$ ergibt sich somit genau eine Füllhöhe h , d.h. die Füllhöhe $h(t)$ ist eine Funktion h der Zeit t (≥ 0).



10 derartige „Füllfunktionen“ $h: t \mapsto h(t)$ sind graphisch dargestellt: (Dabei sind nur solche Zeiten t berücksichtigt, die vor dem Überlaufen des jeweiligen Gefäßes liegen.)



Welche Füllfunktion gehört zu welchem Gefäß?

Aufgabe 2.5 (2.1.30):

Man ermittle anhand von §32 a des Einkommensteuergesetzes (*Veranlagungszeitraum 2005, siehe Beispiel 2.1.25 iii) in der 10-17. Auflage 2002/2014 des Lehrbuches*) die Einkommensteuer $S(E)$ bei einem jährlich zu versteuernden Einkommen E von:

- | | | |
|------------------|--------------------|------------------|
| i) 7.670,95 € | ii) 7.671,00 € | iii) 12.739,99 € |
| iv) 12.740,00 € | v) 12.741,98 € | vi) 49.999,99 € |
| vii) 50.000,00 € | viii) 500.000,00 € | |

Aufgabe 2.6 (2.1.31):

Man skizziere die folgende Funktion f im Intervall $[-3; 5]$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{für } x \leq 0 \\ 2x - 1 & \text{für } 0 < x \leq 2 \\ \frac{4}{x} + 3 & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

Aufgabe 2.7 (2.1.51):

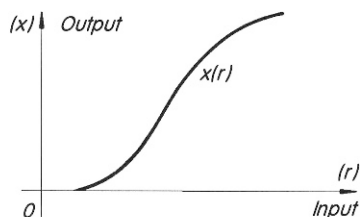
- i) Welche der in Aufgabe 2.1 (2.1.20) dargestellten Graphen besitzen als Umkehrung eine Funktion?
- ii) Von folgenden Funktionen f gebe man den maximalen Definitionsbereich sowie die Umkehrzuordnungen an. Handelt es sich um Umkehrfunktionen?

Man skizziere jeweils f und die inverse Funktion f^{-1} bzw. Relation R^{-1} :

- a) $f: f(x) = x^3 - 1$ b) $f: f(z) = \frac{5z - 8}{6z + 7}$ c) $f: f(v) = \frac{2v^2 - 3}{v + 1}$
- d) $f: f(x) = \sqrt{x^3 + 3}$ e) $f: f(x) = \frac{1}{x^2}$

- iii) Gegeben sei der Graph (siehe Abb.) einer ertragsgesetzlichen Produktionsfunktion $x = x(r)$ (x : mengenmäßiger Output; r : mengenmäßiger Input).

Man skizziere die zugehörige Umkehrfunktion $r: x \mapsto r(x)$ im gleichen Koordinatensystem.

**Aufgabe 2.8 (2.1.53):**

Man skizziere die nebenstehende Funktion f und gebe (im gleichen Koordinatensystem) den Graphen der Umkehrfunktion (bzw. Umkehrrelation) an.

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{für } -3 \leq x \leq -1 \\ x & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ x^2 & \text{für } 0 < x \leq 2 \\ 4 & \text{für } 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Aufgabe 2.9 (2.1.54):

Vier Funktionen sind durch ihre unten stehenden Funktionsgleichungen gegeben. Man ermittle von jeder dieser Funktionen

- a) den (*maximalen*) Definitionsbereich,
- b) die Gleichung der Umkehrfunktion (*bzw. Umkehrrelation*),
- c) den (*maximalen*) Definitionsbereich der Umkehrfunktion (*bzw. Umkehrrelation*),
- d) die Graphen von Funktion und Umkehrung:

i) $x = x(r) = 6\sqrt{3r - 120}$

ii) $p = p(x) = 10 \cdot e^{-0,1x}$

iii) $t = t(x) = 0,25x^2 + 2$

iv) $i = i(k) = \frac{5k}{k-1}$

Aufgabe 2.10 (2.1.58):

Man ermittle aus den folgenden implizit gegebenen Funktionen jeweils die beiden expliziten Funktionsgleichungen:

i) $F(x, y) = 2x + 3y - 5 = 0$

ii) $h(u, v) = u^2 - v^2 + 1 = 0 \quad (u, v \geq 0)$

iii) $g(p, x) = \sqrt{p} - x^2 + 36 = 0 \quad (p, x \geq 0)$

Aufgabe 2.11 (2.1.67):

Gegeben seien die Funktionen f, g, h und k mit den Gleichungen

$$f(x) = \sqrt{x}; \quad g(x) = \frac{1}{x}; \quad h(x) = x^2 + 8x - 9; \quad k(x) = x^{15}.$$

Man ermittle die Funktionsterme und Definitionsbereiche zu folgenden Verkettungen:

i) $f(g(x))$

ii) $g(f(x))$

iii) $g(h(x))$

iv) $h(g(x))$

v) $k(f(g(x)))$

vi) $h(k(f(x)))$

Aufgabe 2.12 (2.1.68):

Gegeben sind die folgenden zusammengesetzten Funktionsgleichungen:

i) $h(x) = 4 \sqrt[3]{1 - x^7}$

ii) $h(x) = 5(6x^3 - 8x^2 + x - 4)^{2009}$

iii) $h(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 7} - 10} \right)^{22}$

Man zerlege jeweils h in innere und äußere Funktionsterme, deren Verkettung wiederum die gegebene Funktion h liefert.

Aufgabe 2.13 (2.1.69):

Bei welchen Funktionspaaren ist die Reihenfolge der Verkettung egal?

i) $f(x) = x^7$

ii) $g(x) = x^{20}$

iii) $h(x) = \sqrt[7]{x}$

iv) $k(x) = 14x$

v) $p(x) = -7x$

Aufgabe 2.14 (2.2.26):

Man untersuche die Funktionen f auf Symmetrie:

i) $f(x) = x^6 + x^2 + 1$ ii) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2}$ iii) $f(x) = (x-4)^2 + 2$

Aufgabe 2.15 (2.2.30):

Man ermittle Definitionsbereich und Nullstellen der Funktionen, die durch folgende Funktionsgleichungen definiert sind:

i) $f(x) = \frac{4}{x^2}$ ii) $g(z) = -z^2 + z + 6$ iii) $h(a) = \sqrt{a^2 - 4}$
 iv) $k(x) = \frac{6x^2 - 20}{5x^2 - 45}$ v) $u(y) = \frac{9 - y^2}{2y + 6}$
 vi) $B(t) = 100 \cdot e^{-t}$ vii) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{für } x \leq 0 \\ 2x - 4 & \text{für } 0 < x \leq 3 \\ \frac{6}{x} + 1 & \text{für } x > 3 \end{cases}$

Aufgabe 2.16 (2.3.8):

Welche der folgenden Funktionen sind Polynome? Man gebe gegebenenfalls den Grad des Polynoms an:

i) $f(x) = -x$ ii) $p(y) = ay^2 + by + c$ iii) $u(x) = \sqrt{10} \cdot 2^7$
 iv) $v(x) = 3x^2 - x + 4 - \sqrt{x}$ v) $k(x) = \frac{6x^5 - 1}{26}$
 vi) $r(p) = 2p^2(p-1)(p+\sqrt{7})$.

Aufgabe 2.17 (2.3.9):

Man ermittle mit Hilfe des Horner-Schemas die Funktionswerte $f(-1)$; $f(0,5)$; $f(2)$:

i) $f(z) = 5z^3 + 3z^2 - 4z + 12$ ii) $f(t) = t^5 - 8t^3 + t - 15$
 iii) $f(y) = 0,2y^5 - 0,8y^4 + 2,1y^2 + 4,5y$

Aufgabe 2.18 (2.3.41):

i) Man ermittle die Gleichung der zugehörigen linearen Funktion, wenn folgende Daten gegeben sind:

- Steigung: -3 ; die Funktion verläuft durch den Punkt $P(0,6; 1,2)$.
- Die Punkte $P(0,5; 3)$; $Q(-1; -4)$ liegen auf der Funktionsgeraden.
- Die Funktion besitzt die Wertepaare $P(1; a)$; $Q(a; 4)$.

ii) Man ermittle jeweils den Schnittpunkt der Geraden g und h :

- $g: y = 2x + 1$; $h: y = -0,5x + 6$
- $g: x - 2y + 3 = 0$; $h: 6y - 3x + 4 = 0$
- $g: y = 0,25x + 1$; $h: 4y - x - 4 = 0$
- $g: ax + by + c = 0$; $h: ux + vy + w = 0$ ($a, b, c, u, v, w = \text{const.}$)

Aufgabe 2.19 (2.3.42):

Die Versorgung eines Haushaltes mit elektrischer Energie kann zu zwei alternativen Tarifen erfolgen:

Tarif I: Grundgebühr: 30,-- €/ Monat ; Arbeitspreis: 0,25 €/kWh ;

Tarif II: Grundgebühr: 12,-- €/ Monat ; Arbeitspreis: 0,40 €/kWh.

- i) Man ermittle für jeden der beiden Tarife die Gleichung der Kostenfunktion, die die monatlichen Gesamtkosten K in Abhängigkeit des monatlichen Energieverbrauchs x angibt.

Man zeichne beide Kostenfunktionen in ein einziges Koordinatensystem.

- ii) Man berechne den monatlichen Energieverbrauch, für den sich in beiden Tarifen dieselben Kosten ergeben. Für welche Verbrauchswerte ist Tarif I günstiger als Tarif II?

Aufgabe 2.20 (2.3.43):

Eine Autovermietung vermietet einen PKW über das Wochenende zu folgenden zwei alternativen Tarifen:

Tarif A: Die Grundmiete für das Wochenende beträgt 100€, zuzüglich km-Gebühren: Jeder gefahrene km bis 100 km einschließlich kostet 1 €; für jeden km über 100 km bis 200 km: 80 Cent/km; für jeden km über 200 km bis 400 km: 60 Cent/km; jeder km über 400 km hinaus kostet 50 Cent/km.

Tarif B: Wochenend-Grundmiete 150€, zuzüglich km-Gebühren: für die ersten 200 km: 70 Cent/km; für jeden km über 200 km bis 500 km: 50 Cent/km; für jeden km über 500 km hinaus: 40 Cent/km.

- i) Man ermittle die Terme $K_A(x)$ und $K_B(x)$ der beiden Gesamtkostenfunktionen (bezogen auf ein Wochenende) in Abhängigkeit der gefahrenen Strecke x und skizziere beide Funktionen im gleichen Koordinatensystem.
- ii) Für welche km-Leistung ist welcher Tarif für den Mieter am günstigsten?

Aufgabe 2.21 (2.3.44):

Der Konsum C [GE/ZE] eines Haushalts ist durch eine Konsumfunktion $C = C(Y)$ in Abhängigkeit des Haushaltseinkommens Y [GE/ZE] vorgegeben:

$$C = C(Y) = 120 + 0,6 \cdot Y, \quad (Y \geq 0).$$

- i) Wie hoch ist das Existenzminimum ($\triangleq$ dem Mindestkonsum) des Haushaltes?
- ii) Man ermittle die Sparfunktion S und gebe das Einkommen Y an, bei dessen Überschreiten die Sparsumme $S(Y)$ positiv wird.
- iii) Gibt es ein Einkommen, bei dem Sparsumme und Konsum gleich groß sind? Man ermittle ggf. dieses Einkommen. (Rechnerische **und** graphische Lösung!)

Aufgabe 2.22 (2.3.45):

Die Hubermobil AG produziert zwei Automodelle: den Huber 1,8 N (*Benziner*) sowie den Huber 2,3 D (*Diesel*). Leistung und Ausstattung beider Modelle sind identisch.

Die neueste Betriebskostentabelle einer Automobil-Zeitschrift weist folgende Kosten-daten aus:

	monatliche Fixkosten (€)	monatliche Rücklage für Neuwagen (€)	Betriebskosten pro km (<i>in Cent/km</i>)
1,8 N	97,--	218,--	21,92
2,3 D	105,--	244,--	19,28

Man untersuche, für welche **jährlichen** Fahrleistungen (*in km/Jahr*) der Typ 1,8 N und für welche Fahrleistungen der Typ 2,3 D das kostengünstigere Modell ist.

Aufgabe 2.23 (2.3.46):

Man ermittle die Telefon-Kostenfunktion K , die die monatlichen Gesamtkosten $K(x)$ eines Telefon-Mobilanschlusses in Abhängigkeit von der Anzahl x der pro Monat verbrauchten Gebühreneinheiten angibt. Dabei berücksichtige man:

- die Grundgebühr beträgt 24,60 €/Monat ;
- die ersten 10 Gebühreneinheiten sind kostenlos ;
- eine Gebühreneinheit kostet 0,23 €.

***Aufgabe 2.24 (2.3.47):**

Auf zwei Teilmärkten eines Gesamtmarktes seien für ein Wirtschaftsgut die Nachfragefunktionen wie folgt definiert ($x \geq 0, p \geq 0$) gegeben:

$$\text{Markt I: } p_1(x) = 6 - x ; \quad \text{Markt II: } p_2(x) = 4 - 0,5x \quad (p: \text{Preis}; x: \text{Menge}).$$

Man ermittle graphisch und rechnerisch die „aggregierte“ Nachfragefunktion für das Gut auf dem zusammengefassten Gesamtmarkt (*siehe auch Bem. 2.5.4 Lehrbuch*).

Bemerkung: Die aggregierte Nachfragefunktion $p: x \mapsto p(x)$ stellt den Zusammenhang her zwischen Preis p und der Summe x aller individuellen Nachfragemengen (*hier: auf den beiden betrachteten Märkten*).

***Aufgabe 2.25 (2.3.48):**

Eine Ein-Produkt-Unternehmung produziert pro Periode mit folgenden Basis-Kosten:

Fixkosten: 10.000 €;

variable Stückkosten: 50 €/ME für Outputwerte bis incl. 800 ME.

Infolge Kostendegression durch optimale Auslastung sinken für diejenigen Outputwerte, die über 800 ME (*bis incl. 2.400 ME*) liegen, die stückvariablen Kosten um 50%.

Outputwerte über 2.400 ME hinaus können nur unter extremer Überbelastung von Mensch und Material erzeugt werden, für diese Produkte (*d.h. für jede Outputeinheit über 2.400 ME hinaus*) fallen stückvariable Kosten an, die um 200% über dem Basis-Wert (= 50 €/ME) liegen.

Die pro Periode erzeugten Mengen können unmittelbar an den Hauptkunden der Unternehmung verkauft werden. Je nach beabsichtigter Absatzmenge müssen Rabatte eingeräumt werden:

- Verkaufs-Grundpreis 100 €/ME für Mengen bis incl. 1.000 ME;
- 20% Rabatt bei Mengen über 1.000 bis incl. 2.000 ME;
- 40% Rabatt (*bezogen auf den Verkaufs-Grundpreis*) bei Mengen über 2.000 ME.

Fall A: Der Rabatt bezieht sich auf die **gesamte** Absatzmenge;

Fall B: Der Rabatt bezieht sich nur auf das zugehörige o. a. Mengenintervall.

Innerhalb welcher Produktions- und Absatzmengen operiert die Unternehmung mit Gewinn?

Man löse das gestellte Problem in beiden Fällen (A und B) **graphisch und rechnerisch**.

Hinweise: Koordinatensystem: Abszisse 0 – 4.000 ME; Ordinate 0 – 300.000 €.

Für die rechnerische Lösung stelle man die Gesamtkostenfunktion sowie die beiden Erlösfunktionen auf und ermittle (unter Beachtung der ökonomischen Definitionsbereiche) die Gewinnschwellen.

Aufgabe 2.26 (2.3.59):

- i) Man ermittle die Nullstellen folgender quadratischer Polynome:
 - a) $f: f(x) = -x^2 + 7x + 16$
 - b) $g: g(p) = 2p^2 + 6p + 18$
 - c) $h: h(y) = 1,2y^2 - 24y + 198$
- ii) Wie lautet die Gleichung der Parabel, die durch folgende Punkte verläuft?
 - a) $P(0; 3)$; $Q(2; 4)$; $R(4; 8)$
 - b) $A(2; 0)$; $B(14; 1)$; $C(-6; -1)$

Aufgabe 2.27 (2.3.60):

Angebotspreis p_A [GE/ME] und Nachfragepreis p_N [GE/ME] für ein Gut seien durch folgende Funktionsgleichungen gegeben:

$$p_A(x) = 2(x + 1) ; \quad p_N(x) = 0,5(36 - x^2) \quad (x: \text{Menge [ME]}).$$

- i) Man bestimme *graphisch* den ökonomisch sinnvollen Definitions- und Wertebereich von p_N und p_A .
- ii) Man ermittle Gleichgewichtspreis und -menge sowie den Gesamtumsatz im Gleichgewichtspunkt (= „Marktgleichgewicht“: Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragefunktion).
- iii) Von welchem Preis an wird die geplante Nachfrage größer als 5 ME?

Aufgabe 2.28 (2.3.61):

Für ein Gut sei folgende Preis-Absatz-Funktion gegeben:

$$p(x) = 1.200 - 0,2x \quad (p: \text{Absatzpreis [€/ME]}, x: \text{nachgefragte Menge [ME]})$$

- i) Man ermittle die zugehörige Erlösfunktion E
 - a) in Abhängigkeit von der Menge (d.h. $E = E(x)$) ;
 - b) in Abhängigkeit vom Preis (d.h. $E = E(p)$) .
- ii) Der einzige Produzent des Gutes (*Monopolfall*) produziere mit folgender Gesamtkostenfunktion K:

$$K(x) = 0,2x^2 + 500.000 \quad (K: \text{Gesamtkosten [€]}, x: \text{Output [ME]})$$

Der produzierte Output kann vollständig nach der o.a. Preis-Absatz-Funktion abgesetzt werden.

Man ermittle die Gewinnzone des Monopolisten (d.h. diejenigen Output-Eckwerte, auch Gewinnschwellen genannt, innerhalb derer sich ein nichtnegativer Gewinn ergibt)

(Lösung graphisch und rechnerisch) .

Aufgabe 2.29 (2.3.73):

Gegeben sind die Polynome f und eine oder mehrere zugehörige Nullstellen x_k ($k = 1, 2, \dots$). Man ermittle sämtliche reellen Nullstellen von f .

- i) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$; $x_1 = 2$
- ii) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 3x^2 + 26x - 24$; $x_1 = 3$; $x_2 = -2$
- iii) $f(x) = x^3 - 2x + 1$; $x_1 = 1$
- iv) $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 5x - 6$; $x_1 = -2$; $x_2 = 3$

Aufgabe 2.30 (2.3.74):

Man ermittle sämtliche reellen Lösungen folgender Gleichungen:

- i) $x^3 = 10 - 9x$ ii) $y^3 + 12 = 34y$
iii) $3a^3 - 2a^2 + 30 = 23a$ iv) $n^3 - 3n^2 = 75 - 25n$
v) $z^3 - 5z = 3z^2 + 25$ vi) $t^4 - 4t^3 - 2t^2 - 20t + 25 = 0$

Aufgabe 2.31 (2.3.79):

- i) Die monatlichen Kosten K [€/Monat] für elektrische Energie eines Haushaltes setzen sich zusammen aus der monatlichen Grundgebühr in Höhe von 40 €/Monat und einem Arbeitspreis von 0,15 €/kWh. Man ermittle und skizziere die Funktion $k(x)$, die die monatlichen Kosten pro verbrauchter kWh in Abhängigkeit vom monatlichen Gesamtverbrauch x [kWh/Monat] angibt.

- ii) Ausgehend von der ertragsgesetzlichen Gesamtkostenfunktion K mit

$$K(x) = 0,07x^3 - 2x^2 + 60x + 267 \quad (K: \text{Gesamtkosten}, x: \text{Output})$$

ermittle man die Funktionsgleichungen der variablen und fixen Kosten sowie der variablen, fixen und gesamten Stückkosten. Ökon. Definitionsbereiche? Skizze!

- iii) Unter Zugrundelegung des Ergebnisses von Aufgabe 2.23 (2.3.46) ermittle man die Stückkostenfunktion k , die die Kosten $k(x)$ pro Gebühreneinheit in Abhängigkeit von der Anzahl x der insgesamt pro Monat verbrauchten Gebühreneinheiten angibt. Skizze!

Aufgabe 2.32 (2.3.92):

Für die nachstehenden Funktionen ermittle man a) den maximalen Definitionsbereich und b) (in den Fällen i) – iv)) die Gleichung der jeweiligen Umkehrrelation:

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & y = (x + 1)^2 & \text{ii)} \quad y = \sqrt[3]{x^2 - 4} \quad \text{iii)} \quad y = \sqrt[4]{1 - x^2} \\ \text{iv)} & y = \frac{x + 1}{\sqrt{x - 1}} & \text{v)} \quad y = \frac{2\sqrt{x + 8}}{5\sqrt[3]{x^2 - 16}} \end{array}$$

Aufgabe 2.33 (2.3.93):

Gegeben ist eine Produktionsfunktion $x: r \mapsto x(r)$ mit der Gleichung

$$x(r) = \sqrt{4r - 100} - 10 \quad (x: \text{Output in ME}_x; r: \text{Faktorinput in ME}_r).$$

Pro eingesetzter Faktoreinheit entstehen Kosten von 8 GE/ME_r, pro produzierter Outputeinheit kann am Markt ein Preis von 100 GE/ME_x erzielt werden.

- Man ermittle den mathematischen Definitionsbereich sowie den ökonomischen Definitionsbereich (*Output muss nichtnegativ sein!*)
- Es werde ein Output von 50 ME_x produziert und abgesetzt. Man berechne die entstandenen Faktorkosten sowie den Umsatz.
- Man ermittle die Kostenfunktion K , die die Beziehung zwischen Output x und zugehörigen Faktorkosten $K(x)$ angibt.
- Welche Outputmengen müssen produziert (und abgesetzt) werden, damit die Unternehmung in der Gewinnzone produziert?

Aufgabe 2.34 (2.3.100):

Man ermittle a) den maximalen Definitionsbereich und b) die Nullstellen von

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & f(x) = 3e^{-x} - e^{2x} & \text{ii)} \quad g(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \quad \text{iii)} \quad h(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \\ \text{iv)} & k(x) = 3x^2 \cdot e^{-x^2} - 12e^{-x^2} & \text{v)} \quad p(x) = 7 \cdot e^{\frac{x-1}{x+3}} \end{array}$$

Übungsbuch zur angewandten Wirtschaftsmathematik

Aufgaben, Testklausuren und ausführliche Lösungen

Tietze, J.

2014, VIII, 444 S., Softcover

ISBN: 978-3-658-06873-8