

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                                                                                   |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                                                                                 | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Statistik – das ist ein weites Feld</b>                                                                        | <b>7</b>  |
| 2.1      | Was das Wort „Statistik“ so alles bedeutet                                                                        | 7         |
| 2.2      | Von prähistorischen Strichlisten und Lotosblumen                                                                  | 8         |
| 2.3      | Auch die Bibel berichtet von statistischen Erhebungen                                                             | 8         |
| 2.4      | Die offizielle Statistik beschreibt auch noch heute die Welt                                                      | 10        |
| 2.5      | Die Stochastik misst auch abstrakte Größen, wie Risiken, Trends<br>oder Korrelationen                             | 10        |
| 2.6      | Das Gesetz der großen Zahl                                                                                        | 11        |
| 2.7      | Stochastik oder die „Kunst des Erratens“                                                                          | 12        |
| 2.8      | Von der Stichprobe zur Häufigkeitsverteilung                                                                      | 12        |
| 2.9      | Messwerte, Fehlerrechnung und Glockenkurve                                                                        | 13        |
| 2.10     | Die empirische Bestimmung von Konstanten                                                                          | 15        |
|          | Literatur                                                                                                         | 16        |
| <b>3</b> | <b>Was und wie die „beschreibende Statistik“ beschreibt</b>                                                       | <b>17</b> |
| 3.1      | Was sich so alles erfassen lässt                                                                                  | 17        |
| 3.2      | Einige der übliche Formen, Daten darzustellen                                                                     | 18        |
| 3.3      | Es gibt geeignete und ungeeignete Kennzahlen                                                                      | 19        |
|          | Literatur                                                                                                         | 23        |
| <b>4</b> | <b>Stochastik oder die „Kunst des Ratens“</b>                                                                     | <b>25</b> |
| 4.1      | Seit dem 19. Jahrhundert beschreibt die Wissenschaft<br>Massenerscheinungen durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen | 25        |
| 4.2      | Auf die Methode der kleinsten Quadrate folgte das<br>Maximum-Likelihood-Prinzip                                   | 26        |
| 4.3      | Was bedeutet das für unser Sonnenöl-Beispiel?                                                                     | 27        |
| 4.4      | Was bedeutet das für die Körpermessungen?                                                                         | 27        |
| 4.5      | In Deutschland wurde die Stochastik zunächst kaum bekannt                                                         | 28        |
| 4.6      | Noch einmal zurück zum Grundgedanken der Stochastik                                                               | 29        |
| 4.7      | Das Anwendungsgebiet der Stochastik ist sehr vielgestaltig                                                        | 29        |

|          |                                                                                                                                                               |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.8      | Der Nachweis, dass etwas nicht existiert .....                                                                                                                | 30        |
| 4.9      | Die Schätzung abstrakter Größen .....                                                                                                                         | 31        |
|          | Literatur .....                                                                                                                                               | 32        |
| <b>5</b> | <b>Die Quellen unseres Wissens sind Beobachtung und Theorie .....</b>                                                                                         | <b>33</b> |
| 5.1      | Der hohe Entwicklungsstand und die große Komplexität der heutigen Wissenschaft .....                                                                          | 33        |
| 5.2      | Wissen wir denn wirklich, was wir zu wissen glauben? .....                                                                                                    | 34        |
| 5.3      | Theorien und Beobachtungen formten das Verständnis der Welt .....                                                                                             | 35        |
| 5.4      | Empirisches Wissen allein erfasst nur einen Aspekt eines komplexeren Problems .....                                                                           | 37        |
| 5.5      | Theorien brauchen die Reproduzierbarkeit ihrer Voraussagen .....                                                                                              | 38        |
| 5.6      | Beschreibende Modelle .....                                                                                                                                   | 38        |
| 5.7      | Poppers Wolken und Uhren .....                                                                                                                                | 39        |
| 5.8      | Meistens muss man schon etwas wissen um etwas anderes erkennen zu können .....                                                                                | 39        |
|          | Literatur .....                                                                                                                                               | 41        |
| <b>6</b> | <b>Der Zufall .....</b>                                                                                                                                       | <b>43</b> |
| 6.1      | Was verstehen wir unter dem Begriff „Zufall“? .....                                                                                                           | 43        |
| 6.2      | Eine Realisierung einer zufälligen Größe ist nicht mehr zufällig .....                                                                                        | 44        |
| 6.3      | Die relative Häufigkeit aller Realisierungen einer zufälligen Größe ist der Ausgangspunkt und die wichtigste Information jeder statistischen Auswertung ..... | 45        |
| 6.4      | Viele verspüren ein Unbehagen angesichts zufälliger Ereignisse .....                                                                                          | 45        |
| 6.5      | Der Zufall in Erkenntnistheorie und Physik .....                                                                                                              | 46        |
| 6.6      | Das deterministische Chaos und Fraktale .....                                                                                                                 | 48        |
| 6.7      | Der Zufall braucht ein Maß, es ist die Wahrscheinlichkeit .....                                                                                               | 48        |
|          | Literatur .....                                                                                                                                               | 49        |
| <b>7</b> | <b>Was ist „Wahrscheinlichkeit“? .....</b>                                                                                                                    | <b>51</b> |
| 7.1      | Wie man sich eine Wahrscheinlichkeit vorstellen kann .....                                                                                                    | 51        |
| 7.2      | Unwahrscheinlich oder unmöglich, sehr wahrscheinlich oder sicher .....                                                                                        | 52        |
| 7.3      | Es gibt den Zufall für diskrete und für kontinuierliche Größen .....                                                                                          | 53        |
| 7.4      | Die Wurzeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....                                                                                                             | 53        |
| 7.5      | Der Laplace'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff .....                                                                                                             | 54        |
| 7.6      | Das Urnenmodell mit und ohne Zurücklegen .....                                                                                                                | 55        |
| 7.7      | Zufällige Größen auf kontinuierlichen Skalen .....                                                                                                            | 56        |
| 7.8      | Die von Mises'sche Definition der Wahrscheinlichkeit .....                                                                                                    | 57        |
| 7.9      | Die Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit und die subjektive Wahrscheinlichkeit .....                                                                | 57        |
| 7.10     | Die Wahrscheinlichkeit im Alltag .....                                                                                                                        | 58        |
|          | Literatur .....                                                                                                                                               | 58        |

|                                                                                                    |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>8 Die Wahrscheinlichkeiten von zusammengesetzten zufälligen Ereignissen ...</b>                 | <b>59</b> |
| 8.1 Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen, die einander ausschließen ....                       | 59        |
| 8.2 Verknüpfungen von zufälligen Ereignissen, die voneinander<br>abhängig sind .....               | 60        |
| 8.3 Beispiel für bedingten Wahrscheinlichkeiten .....                                              | 61        |
| 8.4 Die Paradoxa des Chevalier de Meré und des Besuchers von<br>Galileo Galilei .....              | 61        |
| 8.5 Das Pascal'sche Dreieck .....                                                                  | 63        |
| 8.6 Die Entstehung einer Binomialverteilung .....                                                  | 64        |
| Literatur .....                                                                                    | 66        |
| <b>9 Wahrscheinlichkeitsmodelle .....</b>                                                          | <b>67</b> |
| 9.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung und Verteilungstyp .....                                         | 67        |
| 9.2 Black-Box-Modelle .....                                                                        | 68        |
| 9.3 Zweidimensionale Black-Box-Modelle .....                                                       | 69        |
| 9.4 Die Modelle müssen dem Ziel des Experiments angepasst sein .....                               | 71        |
| 9.5 Die Modelle sollten Bekanntes in ihrer Form berücksichtigen .....                              | 71        |
| 9.6 Das Ziel der aktuellen Forschung ist vielfach die Entwicklung<br>von Modellen .....            | 72        |
| Literatur .....                                                                                    | 74        |
| <b>10 Einige Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....</b>                                             | <b>75</b> |
| 10.1 Die Gleichverteilung .....                                                                    | 75        |
| 10.2 Die Binomialverteilung .....                                                                  | 76        |
| 10.3 Die Poisson-Verteilung .....                                                                  | 77        |
| 10.4 Die Polynomialverteilung .....                                                                | 79        |
| 10.5 Ein Beispiel für die Modelle Poisson-Verteilung und<br>Exponentialverteilung .....            | 79        |
| <b>11 Die Normalverteilung .....</b>                                                               | <b>83</b> |
| 11.1 Die Charakteristika einer Normalverteilung .....                                              | 83        |
| 11.2 Die Normalverteilung ist eine Grenzverteilung .....                                           | 84        |
| 11.3 Vorsicht bei Anwendung der „Normalverteilung“! Sie gilt nicht<br>universell, nur häufig ..... | 85        |
| 11.4 Zweidimensionale Normalverteilungen .....                                                     | 87        |
| Literatur .....                                                                                    | 90        |
| <b>12 Was nun die Daten betrifft .....</b>                                                         | <b>91</b> |
| 12.1 Prüfung der Zufälligkeit und Unabhängigkeit .....                                             | 91        |
| 12.2 Am wichtigsten ist das Ziel der Untersuchung .....                                            | 92        |
| 12.3 Die Erhebung der Daten .....                                                                  | 92        |
| 12.4 Welche zufällige Größe soll untersucht werden? .....                                          | 94        |

|           |                                                                                                            |            |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 12.5      | Ist das Modell fraglich, sollte man die Daten so erheben, als gälte das nächst kompliziertere Modell ..... | 94         |
| 12.6      | Die Daten können nur das aussagen, was das angewendete Modell zulässt .....                                | 95         |
| 12.7      | Grundgesamtheit und Stichprobe .....                                                                       | 97         |
| 12.8      | Strukturierte Gesamtheiten .....                                                                           | 98         |
| 12.9      | Es gibt auch subjektive Einflüsse .....                                                                    | 98         |
| 12.10     | Die Genauigkeit .....                                                                                      | 99         |
|           | Literatur .....                                                                                            | 100        |
| <b>13</b> | <b>Der Schluss vom Wahrscheinlichkeitsmodell auf die Daten .....</b>                                       | <b>101</b> |
| 13.1      | Die Perspektive der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....                                                      | 101        |
| 13.2      | Ein Würfelversuch .....                                                                                    | 102        |
| 13.3      | Der Zufallsstreubereich .....                                                                              | 103        |
| <b>14</b> | <b>Der Schluss von den Daten auf das Wahrscheinlichkeitsmodell .....</b>                                   | <b>107</b> |
| 14.1      | Statistische Auswertungen sind Häufigkeitsanalysen .....                                                   | 107        |
| 14.2      | Die Schätzung von Parametern .....                                                                         | 107        |
| 14.3      | Unser Würfelversuch .....                                                                                  | 108        |
| 14.4      | Ein weiteres Beispiel .....                                                                                | 110        |
| 14.5      | Statistische Tests .....                                                                                   | 111        |
| 14.6      | Das Entscheidungsproblem .....                                                                             | 112        |
| 14.7      | Anpassungstests .....                                                                                      | 113        |
| 14.8      | Noch ein Beispiel .....                                                                                    | 114        |
|           | Literatur .....                                                                                            | 117        |
| <b>15</b> | <b>Der Einfluss des Stichprobenumfangs .....</b>                                                           | <b>119</b> |
| 15.1      | Größere Stichproben führen zu engeren Vertrauensbereichen oder kritischen Bereichen für Tests .....        | 119        |
| 15.2      | Abhängigkeit des Zufallsstreubereichs relativer Häufigkeiten vom Stichprobenumfang .....                   | 120        |
| 15.3      | Schätzung seltener Ereignisse .....                                                                        | 121        |
| 15.4      | Die Abhängigkeit der Vertrauensbereiche von Mittelwerten vom Stichprobenumfang .....                       | 122        |
| 15.5      | Testverfahren haben eine unterschiedliche Wirksamkeit .....                                                | 123        |
| 15.6      | Je mehr Parameter geschätzt werden, umso größere Stichproben braucht man .....                             | 124        |
| 15.7      | Kleinere Stichproben am Beispiel zweier Vergleiche von Wahrscheinlichkeiten .....                          | 125        |
| 15.8      | Statistische Versuchsplanung .....                                                                         | 126        |
|           | Literatur .....                                                                                            | 128        |

---

|           |                                                                                 |            |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>16</b> | <b>Die Anwendungen der Stochastik sind zahlreich und nehmen weiter zu</b>       | <b>129</b> |
| 16.1      | Die Anwendungen der Stochastik sind vielgestaltig und manchmal<br>sehr speziell | 129        |
| 16.2      | Eigentlich ist dem Menschen das Denken in Häufigkeiten fremd                    | 130        |
| 16.3      | Der Zufall wird auf einer Skala der Unbestimmtheit gemessen                     | 131        |
| 16.4      | Es gibt viele Verteilungstypen, entscheidend ist die passende Wahl              | 132        |
| 16.5      | Die Zeitreihen- oder Spektralanalyse gehört eigentlich auch<br>zur Stochastik   | 134        |
| 16.6      | Die Analyse mehrdimensionaler zufälliger Größen und die<br>Normalverteilung     | 134        |
| 16.7      | Stochastische Methoden fördern auch Neues zu Tage                               | 136        |
| 16.8      | Simulationen und große Datenmengen                                              | 136        |
| 16.9      | Die Bayes'sche Statistik                                                        | 136        |
|           | Literatur                                                                       | 137        |
| <b>17</b> | <b>Fazit</b>                                                                    | <b>139</b> |
|           | Literatur                                                                       | 140        |
|           | <b>Sachwortverzeichnis</b>                                                      | <b>141</b> |

Statistisch gesichert und trotzdem falsch?

Vom (Un-)Wesen statistischer Schlüsse

Härtler, G.

2014, XI, 143 S., Softcover

ISBN: 978-3-662-43356-0